



# الرياضيات

الصف الثاني عشر - الفرع الأدبي

الفصل الدراسي الأول

12

إجابات كتاب التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

🌐 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo



إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني عشر الأدبي ف1

الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

أستعد لدراسة الوحدة

تبسيط المقادير الأسية صفحة 6

1

$$(16)^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = (2)^3 = 8$$

2

$$\sqrt[3]{64a^6} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{a^6} = 4a^2$$

3

$$\frac{20a^5b^2}{12ab^{-3}} = \frac{20}{12} \times \frac{a^5}{a} \times \frac{b^2}{b^{-3}} = \frac{5}{3}a^4b^5$$

حل المعادلات الأسية صفحة 6

4

$$3^{x+1} = 27$$

$$3^{x+1} = 3^3$$

$$x + 1 = 3$$

$$x = 2$$

5

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$$

$$(5^{-1})^x = 5^4$$

$$5^{-x} = 5^4$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$



6

$$4^{-x} = \frac{1}{256}$$

$$4^{-x} = \frac{1}{4^4}$$

$$4^{-x} = 4^{-4}$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

إيجاد الاقتران العكسي صفحة 7

7

$$f(x) = x + 3$$

$$y = x + 3$$

$$y - 3 = x$$

$$x - 3 = y$$

$$f^{-1}(x) = x - 3$$

8

$$f(x) = \frac{x}{4} + 1$$

$$y = \frac{x}{4} + 1$$

$$y - 1 = \frac{x}{4}$$

$$4y - 4 = x$$

$$4x - 4 = y$$

$$f^{-1}(x) = 4x - 4$$





$$f(x) = 2x^3$$

$$y = 2x^3$$

$$\frac{y}{2} = x^3$$

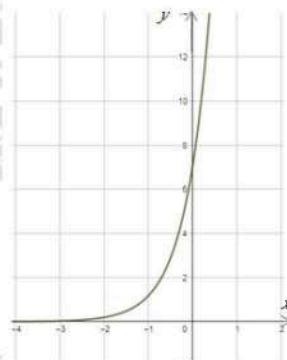
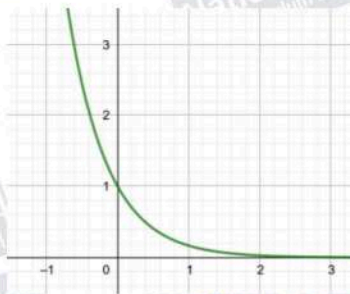
$$\sqrt[3]{\frac{y}{2}} = x$$

$$\sqrt[3]{\frac{x}{2}} = y$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$$



الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1	$f(2) = (13)^2 = 169$
2	$f(3) = 4(5)^3 = 4 \times 125 = 500$
3	$f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
4	$f(4) = -(3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$
5	$f(6) = -(2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$
6	$f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12 = -\frac{767}{64}$
7	$f(x) = 7(6)^x$ 
8	$f(x) = (7)^{-x}$ 

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(0, \infty)$

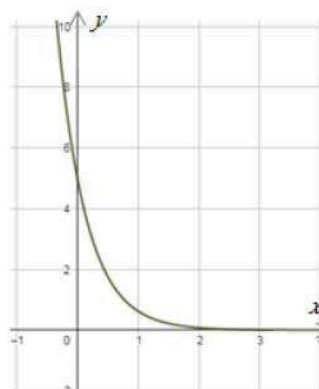
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(0, \infty)$





9

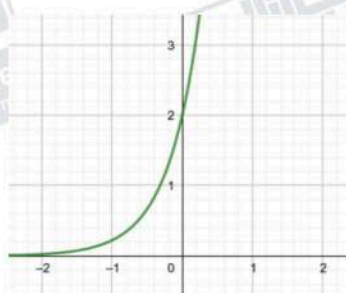
$$f(x) = 5 \left(\frac{1}{8}\right)^x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(0, \infty)$

10

$$f(x) = 2(9)^x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(0, \infty)$

11

$$f(x) = 7^{x-2} + 1$$

لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو  $y = 1$   
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(1, \infty)$   
الاقتران  $f(x)$  متزايد

12

$$f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$$

لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو  $y = -3$   
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
مدى هذا الاقتران هو  $(-3, \infty)$   
الاقتران  $f(x)$  متناقص



13	$f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$ <p>لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو <math>y = -7</math> مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية <math>R</math> مدى هذا الاقتران هو <math>(-7, \infty)</math> الاقتران <math>f(x)</math> متناقص</p>
14	$f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$ <p>لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو <math>y = 3</math> مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية <math>R</math> مدى هذا الاقتران هو <math>(3, \infty)</math> الاقتران <math>f(x)</math> متزايد</p>
15	$f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $f(0) = 400(2)^0 = 400$
16	$f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4 = 400 \times 16 = 6400$
17	$102400 = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $256 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $(2)^8 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $\frac{x}{3} = 8$ $x = 24$ <p>إذن، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 ساعة.</p>
18	$f(1) = 2(0.75)^1 = 1.5 \text{ m}^3$
19	$\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$ $\frac{9}{16} = (0.75)^x$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ $x = 2$





الدرس الثاني: النمو والاضمحلال الأسّي

1	$A(t) = a(1 + r)^t$ $A(t) = 35000(1 + 0.02)^t$ $A(t) = 35000(1.02)^t$
2	$A(7) = 35000(1.02)^7 \approx 40204$
3	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 12000(1 - 0.2)^t$ $A(t) = 12000(0.8)^t$
4	$A(3) = 12000(0.8)^3 = 6144$
5	$A(t) = a(1 + r)^t$ $A(t) = 84370(1 + 0.024)^t$ $A(t) = 84370(1.024)^t$
6	$2030 - 2015 = 15$ $A(15) = 84370(1.024)^{15} \approx 120417$
7	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 19725(1 - 0.03)^t$ $A(t) = 19725(0.97)^t$
8	$A(4) = 19725(0.97)^4 \approx \text{JD}17462$
9	$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ $A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12t}$
10	$A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12 \times 3} \approx \text{JD } 9431.59$
11	$A = Pe^{rt}$ $A = 60000e^{0.06 \times 17} \approx \text{JD}166391.69$

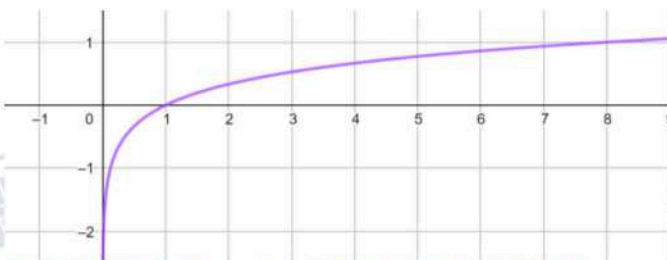
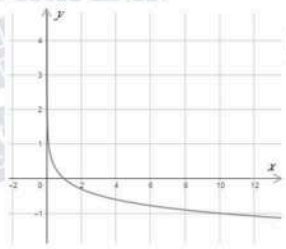




الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية

1	$\log_3 729 = 6 \rightarrow 3^6 = 729$
2	$\log_5 625 = 4 \rightarrow 5^4 = 625$
3	$\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \rightarrow 64^{\frac{1}{3}} = 4$
4	$\log_{64} 8 = 0.5 \rightarrow 64^{0.5} = 8$
5	$\log_7 1 = 0 \rightarrow 7^0 = 1$
6	$\log_{43} 43 = 1 \rightarrow 43^1 = 43$
7	$4^5 = 1024 \rightarrow \log_4 1024 = 5$
8	$3^{-4} = \frac{1}{81} \rightarrow \log_3 \frac{1}{81} = -4$
9	$7^3 = 343 \rightarrow \log_7 343 = 3$
10	$5^{-2} = 0.04 \rightarrow \log_5 0.04 = -2$
11	$32^1 = 32 \rightarrow \log_{32} 32 = 1$
12	$8^0 = 1 \rightarrow \log_8 1 = 0$
13	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
14	$\log_{81} 9 = y \rightarrow 81^y = 9$ $(9^2)^y = 9$ $9^{2y} = 9$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$ ، إذن
15	$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$
16	$\log_{25} 125 = y \rightarrow 25^y = 125$ $(5^2)^y = 5^3$ $5^{2y} = 5^3$ $2y = 3$ $y = \frac{3}{2}$ $\log_{25} 125 = \frac{3}{2}$ ، إذن
17	$\log_{10} 0.0001 = \log_{10} 10^{-4} = -4$
18	$\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$



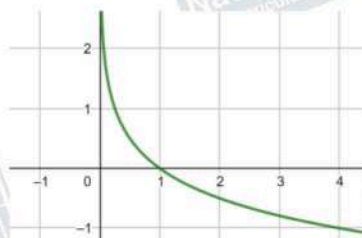
19	$\log_{\frac{1}{6}} 6 = y \rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = 6$ $(6^{-1})^y = 6^1$ $6^{-y} = 6^1$ $-y = 1$ $y = -1$	إن، $\log_{\frac{1}{6}} 6 = -1$
20	$(10)^{\log_{10} \frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$	
21	$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$	
22	$\log_b \sqrt[7]{b} = \log_b b^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}$	
23	$\log_{10}(1 \times 10^{-5}) = \log_{10} 10^{-5} = -5$	
24	$4^{\log_4 3} = 3$	
25	$f(x) = \log_8 x$  <p>مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة <math>R^+</math> أي <math>(0, \infty)</math>  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية <math>R</math>  المقطع <math>x</math> هو 1 ، ولا يوجد مقطع <math>y</math>  لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور <math>y</math>  الاقتران متزايد</p>	
26	$f(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$  <p>مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة <math>R^+</math> أي <math>(0, \infty)</math>  مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية <math>R</math>  المقطع <math>x</math> هو 1 ، ولا يوجد مقطع <math>y</math>  لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور <math>y</math>  الاقتران متناقص</p>	





27

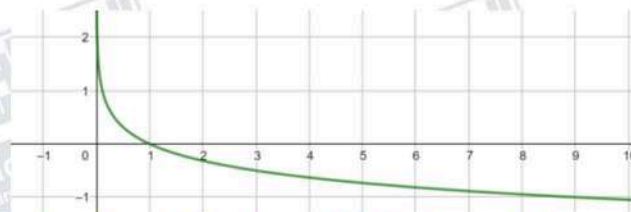
$$f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $R^+$  أي  $(0, \infty)$   
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
المقطع  $x$  هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  $y$   
الاقتران متناقص

28

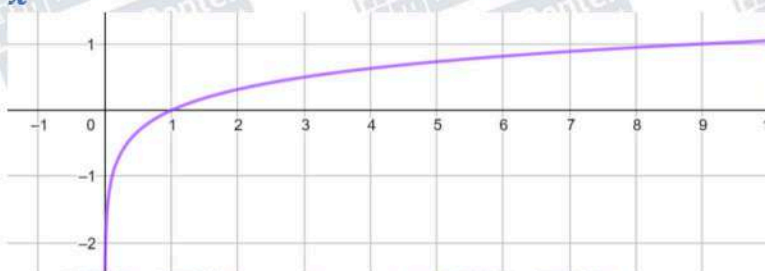
$$f(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $R^+$  أي  $(0, \infty)$   
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
المقطع  $x$  هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  $y$   
الاقتران متناقص

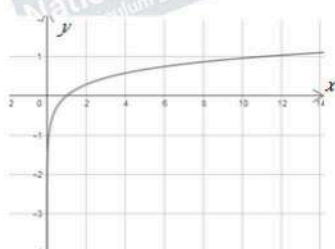
29

$$f(x) = \log_9 x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $R^+$  أي  $(0, \infty)$   
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$   
المقطع  $x$  هو 1 ، ولا يوجد مقطع  $y$   
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور  $y$   
الاقتران متزايد



30	$f(x) = \log_{11} x$ 	مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة $R^+$ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية $R$ المقطع $x$ هو 1 ، ولا يوجد مقطع $y$ لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور $y$ الاقتران متزايد
31	$f(x) = \log_2(x + 3)$ $x + 3 > 0$ $x > -3$	مجال هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$
32	$f(x) = 7 + 2 \log_5(x - 2)$ $x - 2 > 0$ $x > 2$	مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$
33	$f(x) = -5 \log_7(-x)$ $-x > 0$ $x < 0$	مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$
34	$\log_{10} \left( \frac{I}{12} \right) = -0.0125(10)$ $\log_{10} \left( \frac{I}{12} \right) = -0.125$ $10^{-0.125} = \frac{I}{12}$ $I = 12 \times 10^{-0.125} \approx 118.5 \text{ lumen}$	





الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

1	$\log_a \frac{3}{7} = \log_a 3 - \log_a 7$ $\approx 0.528 - 0.936$ $\approx -0.408$
2	$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7$ $= \log_a 3 + \log_a 7$ $\approx 0.528 + 0.936$ $\approx 1.464$
3	$\frac{\log_a 3}{\log_a 7} \approx \frac{0.528}{0.936} \approx \frac{528}{936} \approx 0.56$
4	$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7$ $\approx 0 - 0.936$ $\approx -0.936$
5	$\log_a 441 = \log_a 21^2$ $= 2 \log_a 21$ $= 2 \log_a (3 \times 7)$ $= 2(\log_a 3 + \log_a 7)$ $\approx 2(0.528 + 0.936)$ $\approx 2 \times 1.464$ $\approx 2.928$
6	$\log_a \frac{49}{27} = \log_a 49 - \log_a 27$ $= \log_a 7^2 - \log_a 3^3$ $= 2 \log_a 7 - 3 \log_a 3$ $\approx 2(0.936) - 3(0.528)$ $\approx 1.872 - 1.584$ $\approx 0.288$
7	$\log_a (7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2$ $= \log_a 7 + 2 \log_a a$ $\approx 0.936 + 2$ $\approx 2.936$
8	$\log_a \sqrt[4]{81} = \log_a \sqrt[4]{3^4}$ $= \log_a 3$ $\approx 0.528$



9	$(\log_a 3)(\log_a 7) \approx 0.528 \times 0.936$ $\approx 0.494$
10	$\log_a x^7 = 7 \log_a x$
11	$\log_a \left(\frac{ac}{b}\right) = \log_a ac - \log_a b$ $= \log_a a + \log_a c - \log_a b$ $= 1 + \log_a c - \log_a b$
12	$\log_a(\sqrt{x}) = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a x$
13	$\log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right) = \log_a \sqrt{xy} - \log_a z$ $= \log_a (xy)^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \frac{1}{2} \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \log_a z$
14	$\log_a \frac{1}{x^3 y^4} = \log_a 1 - \log_a x^3 y^4$ $= \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4)$ $= 0 - (3 \log_a x + 4 \log_a y)$ $= -3 \log_a x - 4 \log_a y$
15	$\log_a \sqrt[7]{128x^7} = \log_a \sqrt[7]{128} \times \sqrt[7]{x^7}$ $= \log_a 2x$ $= \log_a 2 + \log_a x$
16	$\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} = \log_a \frac{x^{-4}y^8}{x^{15}y^{-6}}$ $= \log_a x^{-19}y^{14}$ $= \log_a x^{-19} + \log_a y^{14}$ $= -19 \log_a x + 14 \log_a y$





17	$\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{z^3}} = \log_a \frac{\sqrt{x^2} \sqrt{y^3}}{\sqrt{z^3}}$ $= \log_a \frac{xy^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{3}{2}}}$ $= \log_a xy^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \log_a y^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \frac{3}{2} \log_a y - \frac{3}{2} \log_a z$
18	$\log_a (x - y + z)^9 = 9 \log_a (x - y + z)$
19	$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
20	$\log_b (b - 1) + 2 \log_b b = \log_b (b - 1) + \log_b b^2$ $= \log_b \frac{b - 1}{b^2}$
21	$\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} = \log_a \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \log x$
22	$\log_a (x^2 - 25) - \log_a (x + 5) = \log_a \frac{(x^2 - 25)}{(x + 5)}$ $= \log_a \frac{(x + 5)(x - 5)}{(x + 5)}$ $= \log_a (x - 5)$
23	$3 \log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$
24	$8 \log_b x + 4 \log_b y - \frac{1}{2} \log_b z = \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b x^8 y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b \frac{x^8 y^4}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_b \frac{x^8 y^4}{\sqrt{z}}$



25

$$\begin{aligned}T(a) &= 10 + 20 \log_6(a + 1) \\f(11) &= 10 + 20 \log_6(11 + 1) \\&= 10 + 20 \log_6(12) \\&= 10 + 20 \log_6(6 \times 2) \\&= 10 + 20(\log_6 6 + \log_6 2) \\&\approx 10 + 20(1 + 0.3869) \\&\approx 10 + 20(1.3869) \\&\approx 10 + 27.738 \\&\approx 37.738\end{aligned}$$

قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ JD 11000 على الإعلانات هو JD 37738





الدرس الخامس: المعادلات الأسية

1	$\log 17 \approx 1.2$
2	$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.8$
3	$\ln 2.3 \approx 0.8$
4	$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.9$
5	$\log_5 e^7 = 7 \times \frac{\ln e}{\ln 5} \approx 4.3$
6	$\ln 7 \approx 1.95$
7	$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.05$
8	$\log_{\frac{1}{4}} 19 = \frac{\log 19}{\log \frac{1}{4}} = \frac{\log 19}{-\log 4} \approx -2.12$
9	$\log_7 8 = \frac{\log 8}{\log 7} \approx 1.07$
10	$\log_8 \frac{1}{8} = -1$
11	$\log 10000 = 4$
12	$\log_3 18 = \frac{\log 18}{\log 3} \approx 2.63$
13	$5^x = 120$ $x = \log_5 120 = \frac{\log 120}{\log 5} \approx 2.9746$
14	$-4e^{4x} = -64$ $e^{4x} = 16$ $4x = \ln 16$ $x = \frac{1}{4} \ln 16 \approx 0.9631$



15	$3^{2x+1} = 7^{5x}$ $\log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$ $(2x + 1) \log 3 = (5x) \log 7$ $2x \log 3 + \log 3 = 5x \log 7$ $2x \log 3 - 5x \log 7 = \log 3$ $x(2 \log 3 - 5 \log 7) = \log 3$ $x = \frac{\log 3}{2 \log 3 - 5 \log 7} \approx -0.1459$
16	$64^x + 2(8)^x - 3 = 0$ $(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$ $u^2 + 2u - 3 = 0$ $(u + 3)(u - 1) = 0$ $u = -3 \text{ or } u = 1$ $8^x = -3 \text{ or } 8^x = 1$ <p>المعادلة <math>8^x = -3</math> ليس لها حل لأن <math>8^x &gt; 0</math> لجميع قيم <math>x</math>.</p> $8^x = 1 \rightarrow x = \log_8 1 = 0$
17	$7(4)^x = 49$ $(4)^x = 7$ $x = \log_4 7 = \frac{\log 7}{\log 4} \approx 1.4037$
18	$21^{x-1} = 3^{7x+1}$ $\log 21^{x-1} = \log 3^{7x+1}$ $(x - 1) \log 21 = (7x + 1) \log 3$ $x \log 21 - \log 21 = 7x \log 3 + \log 3$ $x \log 21 - 7x \log 3 = \log 21 + \log 3$ $x(\log 21 - 7 \log 3) = \log 21 + \log 3$ $x = \frac{\log 21 + \log 3}{\log 21 - 7 \log 3} \approx -0.8918$





19	$T = 27 + 219e^{-0.032t}$ $100 = 27 + 219e^{-0.032t}$ $73 = 219e^{-0.032t}$ $73 = 219e^{-0.032t}$ $\frac{73}{219} = e^{-0.032t}$ $-0.032t = \ln \frac{73}{219}$ $t = -\frac{1}{0.032} \ln \frac{73}{219} = -\frac{\ln 73 - \ln 219}{0.032} \approx 34.3$ <p>إن، تصبح درجة حرارة المعدن <math>100^{\circ}\text{C}</math> بعد حوالي 34.3 min من بدء تبريده.</p>
20	$N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $N(0) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05(0)}} = \frac{2000}{4} = 500$
21	$700 = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $1 + 3e^{-0.05t} = \frac{2000}{700}$ $3e^{-0.05t} = \frac{13}{7}$ $e^{-0.05t} = \frac{13}{21}$ $-0.05t = \ln \frac{13}{21}$ $t = -\frac{1}{0.05} \ln \frac{13}{21} = -\frac{\ln 13 - \ln 21}{0.05} \approx 9.6$ <p>بعد 9.6 سنة تقريباً يصبح عدد الأرناب في المحمية 700 أرناب.</p>
22	$P(t) = 200e^t$ $P(0) = 200e^0 = 200$
23	$4000 = 200e^t$ $20 = e^t$ $t = \ln 20 \approx 3$



## إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني الثانوي الأدبي ف1

### الوحدة الثانية: التفاضل

### أستعد لدراسة الوحدة

#### كتابة المقدار الجبري في أبسط صورة صفحة 13

1	$2x(x - 4) = 2x^2 - 8x$
2	$(x + 4)(x - 5) = x^2 - 5x + 4x - 20 = x^2 - x - 20$
3	$(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

#### التحويل من الصيغة الجذرية إلى الصيغة الأسية صفحة 13

4	$\sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$
5	$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
6	$\sqrt{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{2}}$
7	$\frac{5}{\sqrt[7]{x^4}} = \frac{5}{x^{\frac{4}{7}}} = 5x^{-\frac{4}{7}}$

#### مشتقة اقتران القوة صفحة 14

8	$f'(x) = 21x^2$
9	$f'(x) = 12 \times \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = 16x^{\frac{1}{3}}$
10	$f(x) = 3x^2 - 5x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = 6x - \frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 6x - \frac{5}{2\sqrt{x}}$
11	$f(x) = -3x^{-7}$ $f'(x) = 21x^{-8} = \frac{21}{x^8}$
12	$f(x) = x^2(x^3 - 2x) = x^5 - 2x^3$ $f'(x) = 5x^4 - 6x^2$
13	$y = 7x^{-3} + 3x^{-1} - 2$ $\frac{dy}{dx} = -21x^{-4} - 3x^{-2} = \frac{-21}{x^4} - \frac{3}{x^2}$





الدرس الأول: قاعدة السلسلة

1	$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$
2	$f(x) = 3(3-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}(3-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x) = \frac{3x}{\sqrt{(3-x^2)^3}}$
3	$f'(x) = \frac{5}{2}(3+4x)^{\frac{3}{2}}(4) = 10(3+4x)^{\frac{3}{2}}$
4	$f'(x) = 100(8-x)^{99}(-1) = -100(8-x)^{99}$
5	$f'(x) = 2x + 2(200-x)^1(-1) = 2x - 2(200-x)$ $= 2x - 400 + 2x$ $= 4x - 400$
6	$f'(x) = 7(x+5)^6(1) + 6(2x+3)^5(2)$ $= 7(x+5)^6 + 12(2x+3)^5$
7	$f(x) = (x^5 + 6x)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}(x^5 + 6x)^{-\frac{2}{3}}(5x^4 + 6) = \frac{5x^4 + 6}{3\sqrt[3]{(5x^4 + 6x)^2}}$
8	$f(x) = (x^2 - 3)^{-3}$ $f'(x) = -3(x^2 - 3)^{-4}(2x) = \frac{-6x}{(x^2 - 3)^4}$
9	$f'(x) = x + \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} = x - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$
10	$f'(x) = 12x^2 + 4(x-2)^3$ $f'(2) = 12(4) + 4(2-2)^3 = 48$
11	$f'(x) = \frac{2x+8}{2\sqrt{x^2+8x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x}}$ $f'(8) = \frac{8+4}{\sqrt{64+64}} = \frac{12}{\sqrt{128}} = \frac{12}{8\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$



12	$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 14u$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= (3u^2 - 14u) \times 2x$ $= 6x(x^2 + 3)^2 - 28x(x^2 + 3)$
13	$\frac{dy}{du} = \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}}$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}} \times 2x$ $= \frac{-3x}{\sqrt{7-3(x^2-9)}} = \frac{-3x}{\sqrt{34-3x^2}}$
14	$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 10(u^3 - 7u)(3u^2 - 7)$ $\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ <p>عندما <math>x = 4</math>، فإن <math>u = 2</math></p> $\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=4} = \left. \frac{dy}{du} \right _{u=2} \times \left. \frac{du}{dx} \right _{x=4}$ $\left. \frac{dy}{du} \right _{u=2} = 3(4) - 10(8 - 14)(12 - 7) = 312$ $\left. \frac{du}{dx} \right _{x=4} = \frac{1}{4}$ $\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=4} = 312 \times \frac{1}{4} = 78$





	$\frac{dy}{du} = 6u^2 + 6u$ $\frac{du}{dx} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$	
15	$\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=1} = \left. \frac{dy}{du} \right _{u=2} \times \left. \frac{du}{dx} \right _{x=1}$ $\left. \frac{dy}{du} \right _{u=2} = 6(4) + 6(2) = 36$ $\left. \frac{du}{dx} \right _{x=1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=1} = 36 \times \frac{3}{2} = 54$	عندما $x = 1$ ، فإن $u = 2$
16	$P'(t) = 3 \left( t^{\frac{1}{4}} + 3 \right)^2 \times \frac{1}{4} t^{-\frac{3}{4}} = \frac{3 \left( t^{\frac{1}{4}} + 3 \right)^2}{4t^{\frac{3}{4}}}$	
17	$P'(16) = \frac{3(2 + 3)^2}{4(8)} = \frac{75}{32} \approx 2.34$	
18	$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x)$ $f'(5) = g'(h(5)) \times h'(5)$ $= g'(-2) \times 6$ $= 4 \times 6 = 24$	
19	$f'(x) = 8(h(x)) \times h'(x)$ $f'(5) = 8(h(5)) \times h'(5)$ $= 8 \times -2 \times 6 = -96$	





الدرس الثاني: مشتقتا الضرب والقسمة

1	$f'(x) = (2x) \times 3(1 + 3x^2)^2(6x) + (1 + 3x^2)^3(2)$ $= 36x^2(1 + 3x^2)^2 + 2(1 + 3x^2)^3$ $= (1 + 3x^2)^2(42x^2 + 2)$
2	$f'(x) = \frac{(x+2)(1) - (x-2)(1)}{(x+2)^2} = \frac{4}{(x+2)^2}$
3	$f'(x) = \frac{(x^2+1)(3x^2) - (x^3-1)(2x)}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \frac{3x^4 + 3x^2 - 2x^4 + 2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \frac{x^4 + 3x^2 + 2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$
4	$f'(x) = (1-x^2)^4 \times 3(2x+6)^2(2) + (2x+6)^3 \times 4(1-x^2)^3(-2x)$ $= 6(1-x^2)^4(2x+6)^2 - 8x(2x+6)^3(1-x^2)^3$ $= 2(1-x^2)^3(2x+6)^2(3-24x-11x^2)$
5	$f'(x) = \frac{(x+1)^2(3) - (3x+5)(2)(x+1)}{(x+1)^4}$ $= \frac{-3x^2 - 10x - 7}{(x+1)^4}$
6	$f'(x) = (5x^2 + 4x - 3)(4x - 3) + (2x^2 - 3x + 1)(10x + 4)$ $= 40x^3 - 21x^2 - 26x + 13$
7	<p>بفك الأقواس</p> $f(x) = 3x^6 - 15x^4 - x^3 + 5x$ $f'(x) = 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$ <p>أو بتطبيق قاعدة مشتقة ضرب اقترانين:</p> $f'(x) = (3x^5 - x^2) \left(1 + \frac{5}{x^2}\right) + \left(x - \frac{5}{x}\right) (15x^4 - 2x)$ $= 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$
8	$f'(x) = \frac{(2x^3+3)(10x) - (5x^2-1)(6x^2)}{(2x^3+3)^2} = \frac{-10x^4 + 6x^2 + 30x}{(2x^3+3)^2}$
9	$f'(x) = \frac{-1}{(x-4)^2}$





10	$f'(x) = (x^5) \left( \frac{5}{\sqrt{10x+6}} \right) + (\sqrt{10x+6})(5x^4)$ $f'(1) = (1) \left( \frac{5}{\sqrt{10+6}} \right) + (\sqrt{10+6})(5) = \frac{85}{4} = 21.25$
11	$f'(x) = \frac{(\sqrt{x+4})(1) - (x+3) \left( \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \right)}{x+4}$ $f'(12) = \frac{(\sqrt{12+4})(1) - (12+3) \left( \frac{1}{2\sqrt{12+4}} \right)}{12+4} = \frac{17}{128}$
12	$\frac{dy}{du} = 10u + 3$ $\frac{du}{dx} = \frac{-36x}{(x^2 + 5)^2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= (10u + 3) \times \frac{-36x}{(x^2 + 5)^2}$ $= \left( \frac{180}{x^2 + 5} + 3 \right) \times \frac{-36x}{(x^2 + 5)^2}$ $\frac{dy}{dx} \Big _{x=2} = \left( \frac{180}{4+5} + 3 \right) \times \frac{-72}{(4+5)^2} = -\frac{184}{9}$
13	$\frac{dy}{du} = \frac{-1}{(u+1)^2}$ $\frac{du}{dx} = 3x^2 - 2$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= \frac{-1}{(u+1)^2} \times (3x^2 - 2)$ $= \frac{-1}{(x^3 - 2x + 6)^2} \times (3x^2 - 2)$ $\frac{dy}{dx} \Big _{x=0} = \frac{-1}{(6)^2} \times (-2) = \frac{1}{18}$



14	$P'(t) = \frac{6}{(t+1)^2}$
15	$P'(9) = \frac{6}{(9+1)^2} = 0.06$ بعد 9 سنوات من الآن سيتزايد عدد السكان بمعدل 60 نسمة لكل سنة.
16	$h'(t) = \frac{(4+t^2)(6t) - (3t^2)(2t)}{(4+t^2)^2} = \frac{24t}{(4+t^2)^2}$
17	$(fg)'(x) = f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x)$ $(fg)'(0) = f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0)$ $= 5 \times 2 - 1 \times -3 = 13$
18	$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x) \times f'(x) - f(x) \times g'(x)}{(g(x))^2}$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(0) = \frac{g(0) \times f'(0) - f(0) \times g'(0)}{(g(0))^2} = \frac{-1 \times -3 - 5 \times 2}{1} = -7$
19	$(7f + 2fg)'(x) = 7f'(x) + 2(f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x))$ $(7f + 2fg)'(0) = 7f'(0) + 2(f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0))$ $= 7 \times -3 + 2(5 \times 2 - 1 \times -3)$ $= -21 + 2 \times 13 = 5$





الدرس الثالث: مشتقتا الاقتران الأسّي والطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

1	$f'(x) = (x^{10})(e^x) + (e^x)(10x^9)$ $= x^9 e^x (x + 10)$
2	$f'(x) = 3 \times 2e^{2x-1}$ $= 6e^{2x-1}$
3	$f'(x) = 3e^x - 2 \times 4e^{4x}$ $= 3e^x - 8e^{4x}$
4	$f'(x) = (9x - 1)(3e^{3x}) + (e^{3x})(9)$ $= 27xe^{3x} - 3e^{3x} + 9e^{3x}$ $= 27xe^{3x} + 6e^{3x}$
5	$f'(x) = \frac{(\sqrt{x+1})(-2e^{-2x}) - (e^{-2x})\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)}{x+1}$ $= -\frac{e^{-2x}(4x+5)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$
6	$f'(x) = \frac{(x)(3(e^x + 2)^2 \times e^x) - (e^x + 2)^3(1)}{x^2}$ $= \frac{3xe^x(e^x + 2)^2 - (e^x + 2)^3}{x^2}$
7	$f'(x) = (2x + 7)e^{x^2+7x}$
8	$f'(x) = 2(2e^{3x} - 1)(6e^{3x}) = 12e^{3x}(2e^{3x} - 1) = 24e^{6x} - 12e^{3x}$
9	$f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 1}}$
10	$f'(x) = \frac{(x+2)\left(\frac{1}{x}\right) - (\ln x)(1)}{(x+2)^2}$
11	$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$
12	$f'(x) = (e^x)\left(\frac{2x}{x^2}\right) + (\ln x^2)(e^x) = \frac{2e^x}{x} + e^x \ln x^2$
13	$f'(x) = (3+x)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(1) = \frac{3}{x} + 1 + \ln x$



14	$f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} \times \frac{x}{1} = -\frac{1}{x}$ $f(x) = \ln 1 - \ln x \rightarrow f'(x) = 0 - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x} \quad \text{حل آخر:}$
15	$f'(x) = (x^5) \left( \frac{3}{3x} \right) + (\ln(3x))(5x^4) = x^4 + 5x^4 \ln(3x)$
16	$f'(x) = e^{-1} \times 2x$ $f'(-1) = e^{-1} \times -2 = -\frac{2}{e}$
17	$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ $f'(3) = \frac{6}{9 + 1} = \frac{3}{5}$
18	$N(t) = 1000 \left( 30 + e^{-\frac{t}{30}} \right)$ $N(0) = 1000 \left( 30 + e^{-\frac{0}{30}} \right) = 1000 \times 31 = 31000$
19	$N'(t) = 1000 \left( -\frac{1}{30} e^{-\frac{t}{30}} \right) = -\frac{100}{3} e^{-\frac{t}{30}}$
20	$N'(20) = -\frac{100}{3} e^{-\frac{20}{30}} \approx -17.11$
21	$N'(a) = 500 \times \frac{1}{a} = \frac{500}{a}$
22	$N'(10) = \frac{500}{10} = 50$





الدرس الرابع: مشتقتا اقتران الجيب واقتان جيب التمام

1	$f(x) = (\sin(5x - 1))^3$ $f'(x) = 3(\sin(5x - 1))^2(5 \cos(5x - 1))$ $= 15(\sin(5x - 1))^2 \cos(5x - 1)$
2	$f'(x) = (3x^2 - 2) \cos(x^3 - 2x + 4)$
3	$f'(x) = 2 \times -4 \times -\sin(-4x) = 8 \sin(-4x)$
4	$f'(x) = 3 \times 3 \cos(3x + 7) = 9 \cos(3x + 7)$
5	$f'(x) = (2x^3)(\cos x) + (\sin x)(6x^2) - ((3x)(-\sin x) + (\cos x)(3))$ $= 2x^3 \cos x + 6x^2 \sin x + 3x \sin x - 3 \cos x$
6	$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $f'(x) = 0$
7	$f'(x) = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$
8	$f'(x) = (e^x)(-\sin x + \cos x) + (\cos x + \sin x)(e^x) = 2e^x \cos x$
9	$f'(x) = 2(1 - 2x)(-2) \times -\sin(1 - 2x)^2 = (4 - 8x) \sin(1 - 2x)^2$
10	$f'(x) = 4 \times \frac{-\sin x + \cos x}{2\sqrt{\cos x + \sin x}} = \frac{-2 \sin x + 2 \cos x}{\sqrt{\cos x + \sin x}}$
11	$f'(x) = 3(1 + \cos 2x)^2(-2 \sin 2x) = -6(\sin 2x)(1 + \cos 2x)^2$
12	$f(x) = (\sin x)^3(\cos 4x)$ $f'(x) = (\sin x)^3(-4 \sin 4x) + (\cos 4x) \times 3(\sin x)^2 \cos x$
13	$f'(x) = \frac{(1 + e^x)(e^x) - (e^x)(e^x)}{(1 + e^x)^2} \cos\left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right)$ $= \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \cos\left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right)$
14	$f'(x) = \frac{(e^x)(-2x \sin x^2) - (\cos x^2)(e^x)}{(e^x)^2}$ $= \frac{-2x \sin x^2 - \cos x^2}{e^x}$
15	$f'(x) = \frac{(1 - \sin x)(-\sin x) - (\cos x)(-\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{-\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{1}{1 - \sin x}$





16	$f'(x) = \frac{(1+x)(x \cos x + \sin x) - (x \sin x)(1)}{(1+x)^2}$ $= \frac{x^2 \cos x + \sin x + x \cos x}{(1+x)^2}$
17	$f'(x) = \frac{(2 - \cos x)(1) - (x)(\sin x)}{(2 - \cos x)^2}$ $= \frac{2 - \cos x - x \sin x}{(2 - \cos x)^2}$
18	$f'(x) = \frac{-\sin x - \cos x}{\cos x - \sin x}$
19	$D'(t) = 200(0.4) \cos(0.4(t-2)) = 80 \cos(0.4(t-2))$
20	$C'(t) = 21.6 \left( \frac{2\pi}{365} \right) \cos \left( \frac{2\pi t}{365} + 10.9 \right)$
21	<p><math>f'(x) = (\cos x)(\cos x) + (\sin x)(-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x</math></p> <p>الخطأ في الحل هو اعتبار <math>\cos^2 x - \sin^2 x = 1</math> وهذا غير صحيح لأن <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math></p> <p>ويمكن التعبير عن النتيجة <math>(\cos^2 x - \sin^2 x)</math> بالصورة <math>(1 - 2 \sin^2 x)</math> أو <math>(2 \cos^2 x - 1)</math></p>





## إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني الثانوي الأدبي ف1

### الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل

#### أستعد لدراسة الوحدة

#### إيجاد ميل المنحنى صفحة 19

1

$$f'(x) = 1 - 3x^2$$

$$f'(1) = 1 - 3(1)^2 = -2$$

2

$$f'(x) = 0 \rightarrow 1 - 3x^2 = 0$$

$$1 = 3x^2$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

#### إيجاد القيم الحرجة لاقتزان ما صفحة 19

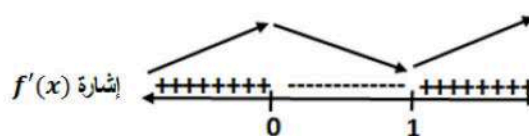
3

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$6x^2 - 6x = 0 \rightarrow 6x(x - 1) = 0$$

$$\rightarrow x = 0 \text{ or } x = 1$$

القيم الحرجة لهذا الاقتران هي:  $x = 0$  و  $x = 1$



توجد قيمة عظمى محلية عندما  $x = 0$

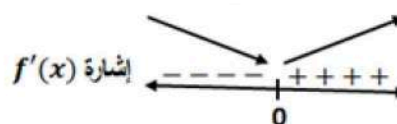
توجد قيمة صغرى محلية عندما  $x = 1$

4

$$f'(x) = 2x$$

$$2x = 0 \rightarrow x = 0$$

القيمة الحرجة لهذا الاقتران هي:  $x = 0$



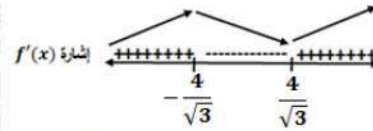
توجد قيمة صغرى محلية عندما  $x = 0$



$$f'(x) = 3x^2 - 16$$

$$3x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{16}{3} \rightarrow x = \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$$

القيم الحرجة لهذا الاقتران هي:  $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$  و  $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$



توجد قيمة عظمى محلية عندما  $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$

توجد قيمة صغرى محلية عندما  $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$





الدرس الأول: المماس والعمودي على المماس

1	$f'(x) = 6x^2 + 6$ $f'(-1) = 6 + 6 = 12$ $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ $y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1))$ $y - 2 = 12(x + 1)$ $y - 2 = 12x + 12$ $y = 12x + 14$	معادلة المماس:
2	$f'(x) = \frac{(x+4)(e^x) - (e^x)(1)}{(x+4)^2}$ $f'(0) = \frac{(4)(1) - (1)(1)}{16} = \frac{3}{16}$ $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ $y - \frac{1}{4} = \frac{3}{16}(x)$ $y = \frac{3}{16}x + \frac{1}{4}$	معادلة المماس:
3	$f'(x) = 2x - \frac{-(7)(2x)}{x^4} = 2x + \frac{14}{x^3}$ $f'(1) = 2 + \frac{14}{1} = 16$ $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ $y - (-6) = 16(x - 1)$ $y + 6 = 16x - 16$ $y = 16x - 22$	معادلة المماس:



4

$$f'(x) = 2x - \frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x} = 2x + \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$f'(4) = 8 + \frac{4}{2} = \frac{17}{2}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(4) = f'(4)(x - 4)$$

$$y - 12 = \frac{17}{2}(x - 4)$$

$$y - 12 = \frac{17}{2}x - 34$$

$$y = \frac{17}{2}x - 22$$

معادلة المماس:

5

$$f'(x) = 4 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(9) = f'(9)(x - 9)$$

$$y - 12 = \frac{2}{3}(x - 9)$$

$$y - 12 = \frac{2}{3}x - 6$$

$$y = \frac{2}{3}x + 6$$

معادلة المماس:

6

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{25 - x^2}}$$

$$f'(3) = \frac{-3}{\sqrt{25 - 9}} = -\frac{3}{4}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(3) = f'(3)(x - 3)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$$

معادلة المماس:





7

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}, \quad x = 8$$

$$f(8) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(8) = f'(8)(x - 8)$$

$$y - 2 = \frac{1}{12}(x - 8)$$

$$y - 2 = \frac{1}{12}x - \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{1}{12}x + \frac{4}{3}$$

معادلة المماس:

8

$$f(8) = \frac{4+8}{8-2} = 2$$

$$f'(x) = \frac{(x-2)(1) - (4+x)(1)}{(x-2)^2} = \frac{-6}{(x-2)^2}$$

$$f'(8) = \frac{-6}{(8-2)^2} = \frac{-6}{36} = -\frac{1}{6}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(8) = f'(8)(x - 8)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{6}(x - 8)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{1}{6}x + \frac{10}{3}$$

معادلة المماس:



$$f(5) = \frac{8}{\sqrt{5+11}} = 2$$

$$f'(x) = \frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x+11}}\right)}{x+11}$$

$$f'(5) = \frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{5+11}}\right)}{5+11} = -\frac{1}{16}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(5) = f'(5)(x - 5)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{16}(x - 5)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{16}x + \frac{5}{16}$$

$$y = -\frac{1}{16}x + \frac{37}{16}$$

معادلة المماس:

$$f'(x) = 15x^2 + 2x$$

$$f'(-1) = 15 - 2 = 13$$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

$$y - f(-1) = -\frac{1}{f'(-1)}(x - (-1))$$

$$y - (-6) = -\frac{1}{13}(x + 1)$$

$$y + 6 = -\frac{1}{13}x - \frac{1}{13}$$

$$y = -\frac{1}{13}x - \frac{79}{13}$$

معادلة العمودي على المماس:





11

$$f(5) = 2(5)^2(6-5) = 50$$

$$f'(x) = (2x^2)(-1) + (6-x)(4x)$$

$$f'(5) = (50)(-1) + (6-5)(20) = -30$$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

معادلة العمودي على المماس:

$$y - f(5) = -\frac{1}{f'(5)}(x - 5)$$

$$y - 50 = -\frac{1}{-30}(x - 5)$$

$$y - 50 = \frac{1}{30}x - \frac{1}{6}$$

$$y = \frac{1}{30}x + \frac{299}{6}$$

12

مماس المنحنى أفقي أي  $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 12x^5 - 4x^3$$

$$12x^5 - 4x^3 = 0$$

$$4x^3(3x^2 - 1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(0) = 2(0)^6 - (0)^4 - 2 = -2$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

النقاط هي  $(0, -2), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right)$

13

مماس المنحنى أفقي أي  $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 60x^2 - 15x^4$$

$$60x^2 - 15x^4 = 0$$

$$15x^2(4 - x^2) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$f(0) = 20(0)^3 - 3(0)^5 = 0$$

$$f(-2) = 20(-2)^3 - 3(-2)^5 = -160 + 96 = -64$$

$$f(2) = 20(2)^3 - 3(2)^5 = 160 - 96 = 64$$

النقاط هي  $(0, 0), (-2, -64), (2, 64)$





14	<p>ميل المماس 6 أي <math>f'(x) = 6</math></p> $f'(x) = x^4 - 10$ $x^4 - 10 = 6$ $x^4 = 16 \rightarrow x = \sqrt[4]{16} \rightarrow x = \pm 2$ $f(-2) = \frac{1}{5}(-2)^5 - 10(-2) = -\frac{32}{5} + 20 = \frac{68}{5}$ $f(2) = \frac{1}{5}(2)^5 - 10(2) = \frac{32}{5} - 20 = -\frac{68}{5}$ <p>النقاط هي <math>(-2, \frac{68}{5}), (2, -\frac{68}{5})</math></p>
15	<p>معادلة المماس عند <math>x = 1</math> هي <math>y = 2x + 5</math> إذن ميل المماس يساوي 2، ومنه <math>f'(1) = 2</math></p> $f(x) = kx^3 + h$ $f'(x) = 3kx^2$ $f'(1) = 3k$ $3k = 2$ $k = \frac{2}{3}$
16	<p>لإيجاد إحداثيي نقاط التقاطع بين <math>f(x)</math> و <math>g(x)</math> نحل المعادلة المستقيم الذي معادلته <math>2y = x + 5</math> تصبح <math>y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}</math></p> $x^2 - 4x + 7 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ $x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2} = 0$ $2x^2 - 9x + 9 = 0$ $(2x - 3)(x - 3) = 0$ $x = \frac{3}{2} \text{ or } x = 3$ $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right) + 7 = \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$ $f(3) = (3)^2 - 4(3) + 7 = 9 - 12 + 7 = 4$ <p><math>A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right), B(3, 4)</math></p>





معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند النقطة  $A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right) - 4 = -1$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f\left(\frac{3}{2}\right) = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$y - \frac{13}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$y - \frac{13}{4} = -x + \frac{3}{2}$$

$$y = -x + \frac{19}{4}$$

معادلة المماس:

معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند النقطة  $B(3, 4)$

$$f'(3) = 2(3) - 4 = 2$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - f(3) = f'(3)(x - 3)$$

$$y - 4 = 2(x - 3)$$

$$y - 4 = 2x - 6$$

$$y = 2x - 2$$

معادلة المماس:



الدرس الثاني: المشتقة الثانية، والسرعة المتجهة، والتسارع

1	$f'(x) = 15x^2 + 4$ $f''(x) = 30x$
2	$f'(x) = 20e^{4x}$ $f''(x) = 80e^{4x}$
3	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ $f''(x) = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}}$
4	$f'(x) = \frac{7}{x}$ $f''(x) = \frac{-7}{x^2}$
5	$f(x) = (x-1)(2x+3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$ $f'(x) = 4x + 1$ $f''(x) = 4$
6	$f'(x) = (e^x)(\cos x) + (\sin x)(e^x)$ $= e^x(\cos x + \sin x)$ $f''(x) = e^x(-\sin x + \cos x) + e^x(\cos x + \sin x)$ $= -e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \cos x + e^x \sin x$ $= 2e^x \cos x$
7	$f'(x) = \frac{-4 \times \frac{3}{2\sqrt{3x-2}}}{3x-2} = \frac{-6}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$ $f''(x) = \frac{6 \times \frac{3}{2} (3x-2)^{\frac{1}{2}} \times 3}{(3x-2)^3} = \frac{27}{(3x-2)^{\frac{5}{2}}}$ $f''(2) = \frac{27}{(6-2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{27}{\sqrt{4^5}} = \frac{27}{32}$
8	$f'(x) = -14x$ $f''(x) = -14$ $f''(-3) = -14$





9	$f'(x) = 4ax^3 - 6x$ $f''(x) = 12ax^2 - 6$ $f''(2) = 12a(2)^2 - 6$ $42 = 48a - 6$ $48 = 48a$ $a = 1$
10	$v(t) = 3t^2 - 8t + 5$ $v(1) = 3(1)^2 - 8(1) + 5 = 0 \text{ m/s}$
11	بما أن السرعة صفر، فإن الجسم في حالة سكون لحظي عندما $t = 1$
12	$a(t) = 6t - 8$ $a(1) = 6(1) - 8 = -2 \text{ m/s}^2$
13	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته المتجهة 0 $3t^2 - 8t + 5 = 0$ $(3t - 5)(t - 1) = 0$ $t = \frac{5}{3} \text{ or } t = 1$
14	$v(t) = 3(t - 3)^2$ $v(5) = 3(5 - 3)^2 = 12 \text{ m/s}$
15	بما أن إشارة السرعة المتجهة موجبة، فإن الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب (إلى اليمين) عندما $t = 5$
16	$a(t) = 6(t - 3)$ $a(5) = 6(5 - 3) = 12 \text{ m/s}^2$
17	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته المتجهة 0 $3(t - 3)^2 = 0$ $(t - 3)^2 = 0$ $t - 3 = 0$ $t = 3$
18	$v(t) = 12t - 2$ $v(5) = 12(5) - 2 = 58 \text{ m/s}$
19	$a(t) = 12$ $a(5) = 12 \text{ m/s}^2$
20	تكون السيارة في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعتها المتجهة 0 $v(t) = 12t - 2 = 0 \rightarrow 12t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{6}$



الدرس الثالث: تطبيقات القيم القصوى

1	$f'(x) = 4x + 4$ $4x + 4 = 0 \rightarrow x = -1$  توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = -1$  $f''(x) = 4$ $f''(-1) = 4 > 0$ $f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = -5$ هي: $x = -1$ عندما
2	$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$ $3x^2 - 10x + 3 = 0$ $(3x - 1)(x - 3) = 0$ $x = \frac{1}{3} \text{ or } x = 3$  توجد قيمتان حرجتان هما $x = 3$ و $x = \frac{1}{3}$  $f''(x) = 6x - 10$ $f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\right) - 10 = -8 < 0$ $f''(3) = 6(3) - 10 = 8 > 0$ $f(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3(3) + 1 = -8$ هي: $x = 3$ عندما وتوجد قيمة عظمى عندما $x = \frac{1}{3}$ هي:





3	$f(x) = x^3(x-2) = x^4 - 2x^3$ $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$ $4x^3 - 6x^2 = 0$ $2x^2(2x - 3) = 0$ $x = 0 \text{ or } x = \frac{3}{2}$ <p>توجد قيمتان حرجتان هما <math>x = 0</math> و <math>x = \frac{3}{2}</math></p> $f''(x) = 12x^2 - 12x$ $f''\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12\left(\frac{3}{2}\right) = 9 > 0$ <p>إذن توجد قيمة صغرى عندما <math>x = \frac{3}{2}</math> ، هي <math>f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^4 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{16}</math></p> $f''(0) = 12(0)^2 - 12(0) = 0$ <p>يفشل اختبار المشتقة الثانية في تحديد نوع النقطة الحرجة <math>(0, 0)</math> لذلك نلجأ لاختبار المشتقة الأولى:</p> $f'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 = -4 - 6 = -10 < 0$ $f'(1) = 4(1)^3 - 6(1)^2 = 4 - 6 = -2 < 0$ <p>إشارة <math>f'(x)</math> سالبة على يسار <math>x = 0</math> وعلى يمينها، فالنقطة <math>(0, 0)</math> ليست نقطة قيمة قصوى.</p>
4	<p><b>حجم القالب:</b></p> $V = lwh = yx(2x) = 2x^2y$ <p><b>مساحة سطح القالب:</b></p> $A = 2xy + (2x + 2y)(2x) = 6xy + 4x^2$ $600 = 6xy + 4x^2$ $600 - 4x^2 = 6xy$ $y = \frac{600 - 4x^2}{6x}$ <p><b>حجم القالب بدلالة <math>x</math>:</b></p> $V(x) = 2x^2 \left( \frac{600 - 4x^2}{6x} \right)$ $V(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3$
5	$V'(x) = 200 - 4x^2$ $200 - 4x^2 = 0$ $200 = 4x^2$ $x^2 = \frac{200}{4} = 50 \rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$ <p>لكن الطول لا يكون سالباً، لذا فإن <math>x = 5\sqrt{2} \text{ cm}</math></p> $V''(x) = -8x$ $V''(5\sqrt{2}) = -40\sqrt{2} < 0$ <p>توجد قيمة عظمى عندما <math>x = 5\sqrt{2}</math> ، ويكون حجم القالب أكبر ما يمكن عندما <math>x = 5\sqrt{2} \text{ cm}</math></p>





6	$s(x) = 150 - 0.5x$ $R(x) = x(150 - 0.5x) = 150x - 0.5x^2$	سعر البدلة الواحدة اقتران الإيراد:
7	$P(x) = R(x) - C(x)$ $= 150x - 0.5x^2 - 4000 - 0.25x^2$ $= 150x - 0.75x^2 - 4000$	اقتران الربح:
8	$P'(x) = 150 - 1.5x$ $150 - 1.5x = 0$ $150 = 1.5x$ $x = \frac{150}{1.5} = \frac{1500}{15} = 100$ $P''(x) = -1.5$ $P''(100) = -1.5 < 0$ $P(100) = 150(100) - 0.75(100)^2 - 4000$ $= 15000 - 7500 - 4000 = 3500$	توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 100$ توجد قيمة عظمى لهذا الاقتران عندما $x = 100$ ويكون أكبر ربح ممكن عندما تكون عدد البدلات المباعة 100، ويكون أكبر ربح ممكن هو: $s(100) = 150 - 0.5(100) = 100$
9	$s(100) = 150 - 0.5(100) = 100$	ويكون حينها سعر البدلة الواحدة:





10

$$V = x^2 h$$

$$A = 4xh + x^2$$

$$500 = x^2 h \rightarrow h = \frac{500}{x^2}$$

$$A = 4xh + x^2$$

$$A(x) = 4x \left( \frac{500}{x^2} \right) + x^2$$

$$= \frac{2000}{x} + x^2$$

$$A'(x) = -\frac{2000}{x^2} + 2x$$

$$-\frac{2000}{x^2} + 2x = 0 \rightarrow \frac{2000}{x^2} = 2x$$

$$\rightarrow 2x^3 = 2000$$

$$\rightarrow x^3 = 1000$$

$$\rightarrow x = 10$$

حجم الخزان  
مساحة سطح الخزان المفتوح من الأعلى

توجد قيمة حرجة واحدة هي  $x = 10$

$$A''(x) = \frac{4000}{x^3} + 2$$

$$A''(10) = \frac{4000}{(10)^3} + 2 = 6 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى عندما  $x = 10$  ، وتكون أبعاد الخزان التي تجعل مساحة سطحه أقل ما

$$l = x = 10 \text{ m}, w = x = 10 \text{ m}, h = \frac{500}{(10)^2} = 5 \text{ m}$$

يمكن هي:



الدرس الرابع: الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة

1	$2x + 10y \frac{dy}{dx} = 0$ $10y \frac{dy}{dx} = -2x$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{10y} = -\frac{x}{5y}$
2	$2x + 2x \left( \frac{dy}{dx} \right) + 2y(1) = 6y \frac{dy}{dx}$ $2x \frac{dy}{dx} - 6y \frac{dy}{dx} = -2y - 2x$ $(2x - 6y) \frac{dy}{dx} = -2x - 2y$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2y - 2x}{2x - 6y} = \frac{y + x}{3y - x}$
3	$(y) \left( \frac{1}{x} \right) + (\ln x) \left( \frac{dy}{dx} \right) = 1$ $\frac{y}{x} + \ln x \frac{dy}{dx} = 1$ $\ln x \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \frac{y}{x}}{\ln x} = \frac{x - y}{x \ln x}$
4	$\frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = -\sin x + 2x$ $\frac{dy}{dx} (1 + 3y^2) = -\sin x + 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin x + 2x}{1 + 3y^2}$





5	$(x) \left( e^y \frac{dy}{dx} \right) + (e^y)(1) - 3 = 0$ $xe^y \frac{dy}{dx} + e^y - 3 = 0$ $xe^y \frac{dy}{dx} = 3 - e^y$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3 - e^y}{xe^y}$
6	$3x^2 + (x) \left( 2y \frac{dy}{dx} \right) + (y^2)(1) = 5$ $3x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 5$ $2xy \frac{dy}{dx} = 5 - y^2 - 3x^2$ $\frac{dy}{dx} = \frac{5 - y^2 - 3x^2}{2xy}$
7	$(x^2) \left( \frac{dy}{dx} \right) + (y)(2x) - 6x^2 - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$ <p>بتعويض <math>(x, y) = (2, -3)</math> ينتج أن:</p> $4 \frac{dy}{dx} - 12 - 24 - 27 \frac{dy}{dx} = 0$ $-23 \frac{dy}{dx} - 36 = 0$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{36}{23}$



8	$3y^2 \frac{dy}{dx} - 2x = 0$ $3(2)^2 \frac{dy}{dx} - 2(2) = 0$ $12 \frac{dy}{dx} - 4 = 0$ $12 \frac{dy}{dx} = 4$ $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	بتعويض $(x, y) = (2, 2)$ ينتج أن:
9	$2y \frac{dy}{dx} - 2x = 0$ $2(5) \frac{dy}{dx} - 2(3) = 0$ $10 \frac{dy}{dx} - 6 = 0$ $10 \frac{dy}{dx} = 6$ $\frac{dy}{dx} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	ميل المماس عند النقطة $(3, 5)$ بتعويض $(x, y) = (3, 5)$
10	$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = \frac{3}{5}(x - 3)$ $y - 5 = \frac{3}{5}x - \frac{9}{5}$ $y = \frac{3}{5}x + \frac{16}{5}$	معادلة المماس عند النقطة $(3, 5)$





ميل المماس عند النقطة (2, 1)

$$(x^2) \left( \frac{dy}{dx} \right) + (y)(2x) = -4 \frac{dy}{dx}$$

بتعويض  $(x, y) = (2, 1)$

$$(4) \left( \frac{dy}{dx} \right) + (1)(4) = -4 \frac{dy}{dx}$$

$$11 \quad 4 \frac{dy}{dx} + 4 = -4 \frac{dy}{dx}$$

$$4 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dy}{dx} = -4$$

$$8 \frac{dy}{dx} = -4$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

معادلة المماس عند النقطة (2, 1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$12 \quad y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

ميل المماس عند النقطة (0, 5)

$$2x + (4x) \left( \frac{dy}{dx} \right) + (y)(4) + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

بتعويض  $(x, y) = (0, 5)$

$$13 \quad 0 + 0 \frac{dy}{dx} + 20 + 10 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$10 \frac{dy}{dx} = -20$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{20}{10} = -2$$



14	<p>معادلة المماس عند النقطة (0, 5)</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = -2(x - 0)$ $y - 1 = -2x$ $y = -2x + 1$
15	<p>معدل التغير المعطى: معدل التغير المطلوب</p> <p>العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد ونصف قطره:</p> $\frac{dV}{dt} = -0.6$ $\left. \frac{dr}{dt} \right _{r=250}$ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ $-0.6 = 4\pi(250)^2 \frac{dr}{dt}$ $\frac{dr}{dt} = -\frac{0.6}{4\pi(250)^2} = -\frac{0.6}{250000\pi} = -\frac{6}{2500000\pi}$ <p>إذن يتناقص طول نصف قطر المنطاد بمعدل <math>\frac{6}{2500000\pi}</math> cm/s عندما يكون طول نصف قطره 250 cm</p>
16	<p>معدل التغير المعطى: معدل التغير المطلوب:</p> <p>العلاقة التي تربط بين حجم الخزان وارتفاعه:</p> $\frac{dV}{dt} = 0.4$ $\left. \frac{dh}{dt} \right _{r=250}$ $V = \pi r^2 h$ $\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt}$ $0.4 = \pi(0.3)^2 \frac{dh}{dt}$ $\frac{dh}{dt} = \frac{0.4}{\pi(0.3)^2} = \frac{0.4}{0.09\pi} = \frac{40}{9\pi}$ <p>إذن يتزايد عمق الماء في الخزان بمعدل <math>\frac{40}{9\pi}</math> m/s</p>