

المبدعون في الرياضيات

المنهاج الجديد

للسنة الدراسية : ٢٠١٨ / ٢٠١٩

الفرع : الأدبي

الفصل الأول

الوحدة الأولى : النهايات و الاتصال

إعداد المعلم : خالد المقدادي

خلوي : ٧ ٤ ٩ ٥ ٧ ٥ / ٨ ٧ ٠

معلومات سابقة مُهمّة

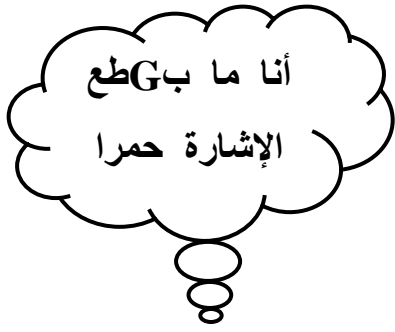
عزيزي الطالب احفظ جدول الضرب :



$٥ = ١ \times ٥$	$٤ = ١ \times ٤$	$٣ = ١ \times ٣$	$٢ = ١ \times ٢$	$١ = ١ \times ١$
$١٠ = ٢ \times ٥$	$٨ = ٢ \times ٤$	$٦ = ٢ \times ٣$	$٤ = ٢ \times ٢$	$٢ = ٢ \times ١$
$١٥ = ٣ \times ٥$	$١٢ = ٣ \times ٤$	$٩ = ٣ \times ٣$	$٦ = ٣ \times ٢$	$٣ = ٣ \times ١$
$٢٠ = ٤ \times ٥$	$١٦ = ٤ \times ٤$	$١٢ = ٤ \times ٣$	$٨ = ٤ \times ٢$	$٤ = ٤ \times ١$
$٢٥ = ٥ \times ٥$	$٢٠ = ٥ \times ٤$	$١٥ = ٥ \times ٣$	$١٠ = ٥ \times ٢$	$٥ = ٥ \times ١$
$٣٠ = ٦ \times ٥$	$٢٤ = ٦ \times ٤$	$١٨ = ٦ \times ٣$	$١٢ = ٦ \times ٢$	$٦ = ٦ \times ١$
$٣٥ = ٧ \times ٥$	$٢٨ = ٧ \times ٤$	$٢١ = ٧ \times ٣$	$١٤ = ٧ \times ٢$	$٧ = ٧ \times ١$
$٤٠ = ٨ \times ٥$	$٣٢ = ٨ \times ٤$	$٢٤ = ٨ \times ٣$	$١٦ = ٨ \times ٢$	$٨ = ٨ \times ١$
$٤٥ = ٩ \times ٥$	$٣٦ = ٩ \times ٤$	$٢٧ = ٩ \times ٣$	$١٨ = ٩ \times ٢$	$٩ = ٩ \times ١$
$٥٠ = ١٠ \times ٥$	$٤٠ = ١٠ \times ٤$	$٣٠ = ١٠ \times ٣$	$٢٠ = ١٠ \times ٢$	$١٠ = ١٠ \times ١$

$1. = 1 \times 1.$	$9 = 1 \times 9$	$8 = 1 \times 8$	$7 = 1 \times 7$	$6 = 1 \times 6$
$2. = 2 \times 1.$	$18 = 2 \times 9$	$16 = 2 \times 8$	$14 = 2 \times 7$	$12 = 2 \times 6$
$3. = 3 \times 1.$	$27 = 3 \times 9$	$24 = 3 \times 8$	$21 = 3 \times 7$	$18 = 3 \times 6$
$4. = 4 \times 1.$	$36 = 4 \times 9$	$32 = 4 \times 8$	$28 = 4 \times 7$	$24 = 4 \times 6$
$5. = 5 \times 1.$	$45 = 5 \times 9$	$40 = 5 \times 8$	$35 = 5 \times 7$	$30 = 5 \times 6$
$6. = 6 \times 1.$	$54 = 6 \times 9$	$48 = 6 \times 8$	$42 = 6 \times 7$	$36 = 6 \times 6$
$7. = 7 \times 1.$	$63 = 7 \times 9$	$56 = 7 \times 8$	$49 = 7 \times 7$	$42 = 7 \times 6$
$8. = 8 \times 1.$	$72 = 8 \times 9$	$64 = 8 \times 8$	$56 = 8 \times 7$	$48 = 8 \times 6$
$9. = 9 \times 1.$	$81 = 9 \times 9$	$72 = 9 \times 8$	$63 = 9 \times 7$	$54 = 9 \times 6$
$10. = 10 \times 1.$	$90 = 10 \times 9$	$80 = 10 \times 8$	$70 = 10 \times 7$	$60 = 10 \times 6$

$44 = 4 \times 11$	$33 = 3 \times 11$	$22 = 2 \times 11$	$11 = 1 \times 11$
$88 = 8 \times 11$	$77 = 7 \times 11$	$66 = 6 \times 11$	$55 = 5 \times 11$
$132 = 12 \times 11$	$121 = 11 \times 11$	$110 = 10 \times 11$	$99 = 9 \times 11$



أنا ما بـ G طع
الإشارة حمرا



شو وضعك
بالإشارات معلّم ؟

الإشارات : + (الموجب) ، - (السالب)

أولاً : في الضرب و القسمة :

الحالة الأولى : الإشارتان متشابهتان :

ضرب و قسمة الإشارتين المتشابهتين يُنتج إشارة موجبة (+)

$$(+) = (+) \times (+) \quad (٢) \quad (-) = (-) \times (-) \quad (١)$$

$$٥٦ = ٧ - \times ٨ - *$$

$$٣٠ = ٥ \times ٦ *$$

$$٨ = ٣ - \div ٢٤ - *$$

$$٥ = ٩ \div ٤٥ *$$

الحالة الثانية : الإشارتان مختلفتان :

ضرب و قسمة الإشارتين المختلفتين يُنتج إشارة سالبة (-)

$$(-) = (+) \times (-) \quad (٤) \quad (-) = (-) \div (+) \quad (٣)$$

$$٨٨ - = ٨ \times ١١ - *$$

$$٢٨ - = ٧ - \times ٤ *$$

$$٦ - = ١١ \div ٦٦ - *$$

$$٧ - = ٥ - \div ٣٥ *$$

في الضرب و القسمة عند التقاء الموجب (+) بالسالب (-)

يفوز السالب (-)

ثانياً : في الجمع و الطرح :

للتبسيط :

* نعتبر الموجب أخذ

* نعتبر السالب دين

الحالة الأولى : الإشارتان متشابهتان :

عندما نجمع عددين مُتشابهين في الإشارة نجمعهما و نضع نفس إشارتهما

$$(1) \quad (+) + (+) = (+) \quad (+) + (-) = (-) \quad (-) + (-) = (-) \quad (-) + (+) = (+)$$

أخذت أخذت دين دين دين دين دين دين

$$17 = 9 + 8 \quad * \quad 12 - = 7 - + - 19 - =$$

$$19 - = 7 - 12 -$$

$$11 - = 5 - 6 - *$$

الحالة الثانية : الإشارتان مختلفتان :

عندما نجمع عددين مُختلفين في الإشارة نطرحهما و نضع إشارة العدد الأكبر

$$(2) \quad (-) + (+) = (-) \quad (-) + (-) = (-) \quad (+) + (-) = (+) \quad (+) + (+) = (+)$$

إشارة العدد الأكبر إشارة العدد الأكبر إشارة العدد الأكبر إشارة العدد الأكبر

$$1 = 9 + 8 - *$$

$$1 - = 9 - + 8 *$$

(أ) إذا كان الدين أكثر ينتج سالب (-) (ب) إذا كان الأخذ أكثر ينتج موجب (+)

$$9 - - 8 - = 17$$

$$17 = 9 + 8$$

مراجعة في حل المُعادلات الخطيّة :

مثال : حل المُعادلات التالية :

النوع الأول :

$$(2) \quad 6 = 4 - س$$

$$4 + 4 +$$

$$10 = س$$

$$(1) \quad 8 = 5 + س$$

$$5 - 5 -$$

$$3 = س$$

$$٧ \times ٨ = \frac{\text{س}}{٧} \times ٧ \quad (٤)$$

$$\boxed{\text{س} = ٥٦}$$

$$\frac{٣٠}{٥} = \frac{\text{س} ٥}{٥} \quad (٣)$$

$$\boxed{\text{س} = ٦}$$

$$\begin{array}{r} ١٥ = \text{س} - ٩ \quad (٦) \\ ٩ - \quad \quad \quad ٩ - \end{array}$$

$$\frac{\text{س} -}{-} = \frac{٦}{-}$$

$$\boxed{\text{س} - = ٦}$$

$$\begin{array}{r} ١٥ = \text{س} + ١١ \quad (٥) \\ ١١ - \quad \quad \quad ١١ - \end{array}$$

$$\boxed{\text{س} = ٤}$$

$$\begin{array}{r} ٥ - = \text{س} - ١٣ - \quad (٧) \\ ١٣ + \quad \quad \quad ١٣ + \end{array}$$

$$\frac{\text{س} -}{-} = \frac{٨}{-}$$

$$\boxed{\text{س} - = ٨}$$

النوع الثاني :

$$\begin{array}{r} ١٧ - = \text{س} ٢ + ٧ + \quad (٨) \\ ٧ - \quad \quad \quad ٧ - \end{array}$$

$$\frac{\text{س} ٢}{٢} = \frac{٢٤ -}{٢}$$

$$\boxed{\text{س} = ١٢}$$

نتخلّص من
الجمع و الطرح
ثمّ نتخلّص من
الضرب و القسمة

$$۲۶ = ۸ + ۶ \text{ س} \quad (۱۰)$$

$$۸ - \quad \quad \quad ۸ -$$

$$\frac{۱۸}{۶} = \frac{۶ \text{ س}}{۶}$$

$$\boxed{۳ = \text{س}}$$

$$۸ = ۱ - ۳ \text{ س} \quad (۹)$$

$$۱ + \quad \quad \quad ۱ +$$

$$\frac{۹}{۳} = \frac{۳ \text{ س}}{۳}$$

$$\boxed{۳ = \text{س}}$$

$$۱۲ = ۶ - ۳ \text{ س} \quad (۱۲)$$

$$۶ - \quad \quad \quad ۶ -$$

$$\frac{۶}{۳ -} = \frac{۳ - \text{س}}{۳ -}$$

$$\boxed{۲ - = \text{س}}$$

$$۱۴ = ۱۱ + ۵ \text{ س} \quad (۱۱)$$

$$۱۱ + \quad \quad \quad ۱۱ +$$

$$\frac{۲۵}{۵} = \frac{۵ \text{ س}}{۵}$$

$$\boxed{۵ = \text{س}}$$

$$۸ = ۴ + \frac{\text{س}}{۳} \quad (۱۴)$$

$$۴ - \quad \quad \quad ۴ -$$

$$۳ \times ۴ = \frac{\text{س}}{۳} \times ۳$$

$$\boxed{۱۲ = \text{س}}$$

$$۱۷ = ۴ - ۷ \text{ س} \quad (۱۳)$$

$$۴ + \quad \quad \quad ۴ +$$

$$\frac{۲۱}{۷ -} = \frac{۷ - \text{س}}{۷ -}$$

$$\boxed{۳ - = \text{س}}$$

$$۳ = ۹ - \frac{۳ \text{ س}}{۴} \quad (۱۶)$$

$$۹ + \quad \quad \quad ۹ +$$

$$\frac{۴}{۳} \times ۱۲ = \frac{۳ \text{ س}}{۴} \times \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۴۸}{۳} = \text{س}$$

$$\boxed{۱۶ = \text{س}}$$

$$۱۱ = \frac{\text{س}}{۴} - ۵ \quad (۱۵)$$

$$۵ - \quad \quad \quad ۵ -$$

$$۴ - \times ۶ = \frac{\text{س} -}{۴} \times ۴ -$$

$$\boxed{۲۴ - = \text{س}}$$

النوع الثالث :

$$(١٨) \quad ١٩ = ٣ \text{ س} - ٧ + ٩ \text{ س}$$

$$١٩ = ٧ + ٦ \text{ س}$$

$$٧ - \quad \quad ٧ -$$

$$\frac{١٢}{٦} = \frac{٦ \text{ س}}{٦}$$

$$\boxed{٢ = \text{س}}$$

$$(١٧) \quad ٢٥ = ١٥ + ٢ \text{ س} + ٣ \text{ س}$$

$$٢٥ = ١٥ + ٥ \text{ س}$$

$$١٥ - \quad \quad ١٥ -$$

$$\frac{١٠}{٥} = \frac{٥ \text{ س}}{٥}$$

$$\boxed{٢ = \text{س}}$$

$$(١٩) \quad ٢٦ = ٦ \text{ س} + ٢ - ١٣ \text{ س}$$

$$٢٦ = ٢ - ٧ \text{ س}$$

$$٢ + \quad \quad ٢ +$$

$$\frac{٢٨}{٧ -} = \frac{٧ - \text{س}}{٧ -}$$

$$\boxed{٤ - = \text{س}}$$

النوع الرابع :

$$(٢١) \quad ٥ - ١١ \text{ س} = ٢٧ + ٣ \text{ س}$$

$$٥ - ٣ \text{ س} = ٢٧ + ٣ \text{ س}$$

$$٥ - ٨ \text{ س} = ٢٧$$

$$٥ + \quad \quad ٥ +$$

$$\frac{٨ \text{ س}}{٨} = \frac{٣٢}{٨}$$

$$\boxed{٤ = \text{س}}$$

$$(٢٠) \quad ٨ - ٤ \text{ س} = ١٤ + ٦ \text{ س}$$

$$٨ - ٤ \text{ س} = ١٤ + ٦ \text{ س}$$

$$٨ - ١٤ = ١٠ \text{ س}$$

$$١٤ - \quad \quad ١٤ -$$

$$\frac{٢٢ -}{٢} = \frac{٢ \text{ س}}{٢}$$

$$\boxed{١١ - = \text{س}}$$

$$\boxed{٧}$$

مراجعة في حل المُعادلات التربيعية :

مثال : حل المُعادلات التالية :

النوع الأول :

$$(١) \quad ٠ = ١٦ - س^٢$$

$$١٦ + \quad ١٦ +$$

$$\sqrt{١٦} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٤ , \quad س = - ٤$$

$$(٢) \quad ٠ = ٢٥ - س^٢$$

$$٢٥ + \quad ٢٥ +$$

$$\sqrt{٢٥} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٥ , \quad س = - ٥$$

$$(٣) \quad ١٢ = ٣٧ - س^٢$$

$$٣٧ + \quad ٣٧ +$$

$$\sqrt{٤٩} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٧ , \quad س = - ٧$$

$$(٤) \quad ٢٥ = ١٦ + س^٢$$

$$١٦ - \quad ١٦ -$$

$$\sqrt{٩} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٣ , \quad س = - ٣$$

$$(٥) \quad ٠ = ٣٦ - س^٢$$

$$٣٦ + \quad ٣٦ +$$

$$\frac{٣٦}{٤} = \frac{س^٢}{٤}$$

$$\sqrt{٩} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٣ , \quad س = - ٣$$

$$(٦) \quad ٠ = ٦٤ - س^٢$$

$$٦٤ - \quad ٦٤ -$$

$$\frac{٦٤ -}{-} = \frac{س^٢ -}{-}$$

$$\sqrt{٦٤} \pm = \sqrt{س^٢}$$

$$س = ٨ , \quad س = - ٨$$

النوع الثاني : ثلاثي حدود ، s^2 ليس لها مُعامل

الحالة الأولى : الإشارتان داخل القوسين متشابهتان :

نبحث عن عددين
ضربهما الحد المُطلق
(العدد الذي لوحده)
و مجموعهما
مُعامل (س)

$$\begin{aligned} (7) \quad s^2 + 5s + 6 &= 0 \\ (s + 3)(s + 2) &= 0 \\ s - 3 &= 0 , \quad s - 2 = 0 \end{aligned}$$

نعكس إشارة العددين
الَّذين داخل القوسين

$$\begin{aligned} (8) \quad s^2 - 7s + 12 &= 0 \\ (s - 4)(s - 3) &= 0 \\ s &= 4 , \quad s = 3 \end{aligned}$$

كيفية وضع إشارتي القوسين :

$$\begin{aligned} &+ s^2 + s + \text{رقم} \\ &\quad \times \quad \times \\ &(s + \text{رقم})(s + \text{رقم}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ s^2 - s + \text{رقم} \\ &\quad \times \quad \times \\ &(s - \text{رقم})(s - \text{رقم}) \end{aligned}$$

$$(9) \quad s^2 + 9s - 20 = 0$$

$$s^2 + 9s + 20 = 0$$

$$s^2 + (s + 4)(s + 5) = 0$$

$$s - 5 = 0 , \quad s - 4 = 0$$

$$(10) \quad s^2 - 11s + 10 = 0$$

$$s^2 - 11s + 10 = 0$$

$$s^2 - (s - 1)(s - 10) = 0$$

$$s = 10 , \quad s = 1$$

عندما تكون (س^٢)
سالبة الأفضل نقل
(س^٢) لتصبح موجبة

$$\begin{aligned} (11) \quad -س^2 + 12س - 32 &= 0 \\ -س^2 + 12س - 32 &= 0 \\ 0 &= (س - 8)(س - 4) \\ س &= 8, س = 4 \end{aligned}$$

الحالة الثانية : الإشارتان داخل القوسين مختلفتان :

نبحث عن عددين
ضربهما الحد المطلق
(العدد الذي لوحده)
و طرحهما
مُعامل (س)

$$\begin{aligned} (12) \quad -س^2 + 3س - 18 &= 0 \\ 0 &= (س + 6)(س - 3) \\ س &= -6, س = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (13) \quad -س^2 - 5س - 50 &= 0 \\ 0 &= (س + 10)(س + 5) \\ س &= -10, س = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (14) \quad -س^2 + 4س - 77 &= 0 \\ 0 &= (س + 11)(س - 7) \\ س &= -11, س = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (15) \quad -س^2 - 7س - 60 &= 0 \\ -س^2 - 7س - 60 &= 0 \\ 0 &= (س + 12)(س - 5) \\ س &= -12, س = 5 \end{aligned}$$

النوع الثالث : ثلاثي حدود ، s^2 لها مُعامل

$$(16) \quad 0 = 9 + s + 2s^2$$

نُجَرِّب خيار تلو الآخر حتَّى نحصل على التالي :

ضرب الوسطين + ضرب الطرفين = مُعامل (s)

احتمالات أعداد
ضربها العدد الذي
لوحده (٩)

$$1 \times 9$$

$$9 \times 1$$

$$3 \times 3$$

$$(2s + 1)(s + 9)$$

الوسطين

$$s + 18s = 19s \quad \times \quad \text{فشل}$$

$$(2s + 9)(s + 1)$$

$$9s + 2s = 11s \quad \times \quad \text{فشل}$$

$$0 = (2s + 3)(s + 3)$$

$$3s + 6s = 9s \quad \checkmark \quad \text{نجاح}$$

$$s = \frac{3-}{2} , \quad s = 3 -$$

نعكس إشارة العدد
و نقسم على
مُعامل (s)

$$2 \times 4$$

$$4 \times 2$$

$$1 \times 8$$

$$8 \times 1$$

$$(17) \quad 0 = 8 + s + 3s^2$$

$$0 = (3s + 2)(s + 4)$$

$$s = \frac{4-}{3} , \quad s = 2 -$$

$$(18) \quad 5س^2 - 9س + 4 = 0$$

$$0 = (5س - 4)(س - 1)$$

$$س = \frac{4}{5}, \quad س = 1$$

4	×	1
1	×	4
2	×	2

مراجعة في حل المعادلات التكعيبة :

مثال : حل المعادلات التالية :

$$(1) \quad 1س^3 - 8 = 0$$

$$1س^3 - 8 = 0 \quad \leftarrow \quad 1س^3 = 8 \quad \leftarrow \quad س = 2$$

$$(2) \quad 1س^3 + 27 = 0$$

$$1س^3 + 27 = 0 \quad \leftarrow \quad 1س^3 = -27 \quad \leftarrow \quad س = -3$$

تحليل كثيرات الحدود

حلّ الاقترانات التالية إلى العوامل الأولى :

النوع الأول : الاقتران الخطي

طريقة إخراج عامل مشترك

$$(1) \quad ق (س) = 3س + 6$$

$$\text{الحل : } ق (س) = 3س + 6 = 3(س + 2)$$

$$3(س + 2) = 0$$

$$(٢) هـ (س) = ٤ س - ٨$$

$$\text{الحل : هـ (س) } = (٤) \times س - (٤) \times ٢ = (س - ٢) \times ٤$$

$$(٣) ل (س) = ١٨ + ٦ س$$

$$\text{الحل : ل (س) } = (٦) \times ٣ + (٦) \times س = (٣ + س) \times ٦$$

$$(٤) ن (س) = ٦ س - ٨$$

$$\text{الحل : ن (س) } = (٢) \times ٣ \times س - (٢) \times ٤ = (٣ س - ٤) \times ٢$$

النوع الثاني : الاقتران التربيعي

الحالة الأولى : الفرق بين مربعين

$$\text{القاعدة : } س^٢ - ص^٢ = (س - ص) (س + ص)$$

الفرق بين مربعين
يتكوّن من حدين

$$(٥) ق (س) = س^٢ - ٩$$

$$\text{الحل : ق (س) } = س^٢ - ٣^٢ = (س - ٣) (س + ٣)$$

$$(٦) م (س) = س^٢ - ١٦$$

$$\text{الحل : م (س) } = س^٢ - ٤^٢ = (س - ٤) (س + ٤)$$

$$(٧) ك (س) = ٢٥ - س^٢$$

$$\text{الحل : ك (س) } = ٥^٢ - س^٢ = (٥ - س) (٥ + س)$$

الحالة الثانية : س^٢ & س

طريقة إخراج عامل مشترك

س^٢ & س
تتكوّن من حدّين

$$(٨) \text{ ق (س) } = \text{س}^٢ + ٤ \text{ س}$$

$$\text{الحل : ق (س) } = (\text{س}) \times \text{س} + ٤ \times (\text{س})$$

$$= \text{س} (\text{س} + ٤)$$

الاقتران

الذي يوجد

في جميع

حدوده

سينات

نُخرج فيه

عامل

مُشترك

$$(٩) \text{ ت (س) } = ٢ \text{س}^٢ + ٦ \text{س}$$

$$\text{الحل : ت (س) } = (\text{س}) \times ٢ \times (\text{س}) + \text{س} \times ٣ \times ٢$$

$$= ٢ \text{س} (\text{س} + ٣)$$

$$(١٠) \text{ ح (س) } = ٥ \text{س}^٢ + ٢٥ \text{س}$$

$$\text{الحل : ت (س) } = (\text{س}) \times ٥ \times (\text{س}) + \text{س} \times ٥ \times ٥$$

$$= ٥ \text{س} (\text{س} + ٥)$$

$$(١١) \text{ و (س) } = ١٤ \text{س}^٢ - ٢١ \text{س}$$

$$\text{الحل : ت (س) } = (\text{س}) \times ٢ \times ٧ - \text{س} \times ٣ \times ٧$$

$$= ٧ \text{س} (٢ - ٣)$$

$$(١٢) \text{ ي (س) } = ٤ \text{س} - ٢٢ \text{س}^٢$$

$$\text{الحل : ي (س) } = (\text{س}) \times ٢ \times ٢ - (\text{س}) \times ١١ \times ٢$$

$$= ٢ \text{س} (٢ - ١١)$$

الحالة الثالثة : س^٢ & س & رقم لوحده

معامل (س^٢) = ١

أولاً : الإشارتين داخل القوسين مُتشابهتين

س^٢ & س & رقم لوحده
تتكوّن من ثلاث حدود

(١) نضع قوسين في كليهما (س) كالتالي : (س) (س)
(٢) وضع الإشارتين داخل القوسين كالتالي :

نضرب إشارتيّ الحدين الأول و الثاني ثم نضع الناتج في القوس الأول
ثم نضرب إشارتيّ الحدين الثاني و الثالث ثم نضع الناتج في القوس الثاني

في حالة تشابه الإشارتين داخل القوسين نسأل السؤال التالي :
ما هما العددين اللذين حاصل ضربهما العدد الذي لوحده (الحد المُطلق)
و ناتج جمعهما مُعامل (س) (العدد الأوسط)

$$(١٣) \text{ ق (س) } = (\text{س}^2 + ٥ \text{ س} + ٦)$$

ضربهما

مجموعهما

$$\text{الحل : } (\text{س} + ٣) (\text{س} + ٢) =$$

الإشارتين مُتشابهتين

$$\begin{aligned} ٦ &= ٢ \times ٣ \\ ٥ &= ٢ + ٣ \end{aligned}$$

الحد الذي ليس له
إشارة على يمينه
تكون إشارته موجبة

$$(١٤) \text{ هـ (س) } = \text{س}^2 - ٧ \text{ س} + ١٢$$

$$\text{الحل : هـ (س) } = (\text{س} - ٤) (\text{س} - ٣)$$

$$(١٥) \text{ ل (س) } = \text{س}^2 + ١٠ \text{ س} + ٢١$$

$$\text{الحل : ل (س) } = (٧ + \text{س}) (٣ + \text{س})$$

ثانياً : الإشارتين داخل القوسين مختلفتين

في حالة اختلاف الإشارتين داخل القوسين نسأل السؤال التالي :
ما هُما العددين اللذين حاصل ضربهما العدد الذي لوحده (الحد المُطلق)
و ناتج طرحهما مُعامل (س) (العدد الأوسط)

$$(١٦) \text{ ن (س) } = \text{س}^2 + ٣ \text{ س} - ١٨$$

$$\text{الحل : ن (س) } = (٦ + \text{س}) (٣ - \text{س})$$

الإشارتين مختلفتين

$$(١٧) \text{ و (س) } = \text{س}^2 - ٥ \text{ س} - ٢٤$$

$$\text{الحل : و (س) } = (٨ - \text{س}) (٣ + \text{س})$$

(١) في حالة وجود إشارتين مُتشابهتين داخل القوسين لا يفرق ماذا نضع
في القوس الأول ، سواء كان العدد الأكبر أم الأصغر
(٢) في حالة وجود إشارتين مُختلفتين داخل القوسين نضع
العدد الأكبر في القوس الأول

لكي لا تقع في الخطأ : دائماً ضع العدد الأكبر في القوس الأول

الحالة الرابعة : س^٢ & س & رقم لوحده

معامل (س^٢) $\neq 1$

أولاً : مُعامل (س^٢) عدد أولي

حفظ بعض الأعداد الأولية :

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ...

هذه الحالة تتكوّن
من ثلاث حدود

احتمالات أعداد
ضربها العدد الذي
لوحده (٦)

$$3 \times 2$$

$$2 \times 3$$

$$1 \times 6$$

$$6 \times 1$$

$$١٨ \text{ ق (س) } = ٢ \text{ س}^٢ + ٧ \text{ س} + ٦$$

نُجَرِّب خيار تلو الآخر حتّى نحصل على التالي :

ضرب الوسطين + ضرب الطرفين = معامل (س)

$$\text{الحل : ق (س) } = (٢ \text{ س} + ٢) (٣ + \text{س})$$

الوسطين
الطرفين

$$٢ \text{ س} + ٦ \text{ س} = ٨ \text{ س} \times \text{فشل}$$

$$(٢ \text{ س} + ٣) (٣ + \text{س}) = ٣ \text{ س} + ٤ \text{ س} = ٧ \text{ س} \quad \checkmark \text{ نجاح}$$

$$4 \times 2$$

$$2 \times 4$$

$$1 \times 8$$

$$8 \times 1$$

$$١٩ \text{ هـ (س) } = ٣ \text{ س}^٢ + ١٠ \text{ س} + ٨$$

$$\text{الحل : هـ (س) } = (٣ \text{ س} + ٤) (٢ + \text{س})$$

$$2 \times 2$$

$$4 \times 1$$

$$1 \times 4$$

$$٢٠ \text{ م (س) } = ٥ \text{ س}^٢ - ٩ \text{ س} + ٤$$

$$\text{الحل : م (س) } = (٥ \text{ س} - ٤) (١ - \text{س})$$

$$\begin{array}{r} 4 \times 3 \\ 3 \times 4 \\ 2 \times 6 \\ 6 \times 2 \\ 1 \times 12 \\ 12 \times 1 \end{array}$$

(٢١) و (س) = ٧ س^٢ + ٥ س - ١٢

الحل : و (س) = (٧ س + ١٢) (س - ١)

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 \\ 4 \times 1 \\ 1 \times 4 \end{array}$$

(٢٢) ل (س) = ١١ س^٢ - ٢٠ س - ٤

الحل : ل (س) = (١١ س + ٢) (س - ٢)

$$\begin{array}{r} 5 \times 2 \\ 2 \times 5 \\ 1 \times 10 \\ 10 \times 1 \end{array}$$

(٢٣) ن (س) = ٣ س^٢ + س - ١٠

الحل : ن (س) = (٣ س + ٥) (س - ٢)

٥ س + ٦ س = س - ٣ س × فشل

إذا نتج نفس الحد الأوسط و لكن عكس الإشارة ، نقلب إشارتي القوسين

$$(٣ س - ٥) (س + ٢) =$$

احتمالات مُعامل (س^٢)

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 \\ 1 \times 4 \end{array}$$

ثانياً : مُعامل (س^٢) ليس عدد أولي

احتمالات العدد الذي لوحده

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 \\ 2 \times 3 \\ 1 \times 6 \\ 6 \times 1 \end{array}$$

(٢٤) ق (س) = ٤ س^٢ + ١١ س + ٦

الحل : ق (س) = (٢ س + ٢) (٢ س + ٣)

هذا الخيار لمُعامل (س^٢) لا يصلح

١٨

$$(٤ س + ٣) (س + ٢) =$$

احتمالات مُعامل (س^٢)

$$2 \times 3$$

$$1 \times 6$$

$$٢٥) \text{ ت (س) } = ٦ \text{ س}^٢ + ٨ \text{ س} - ٨$$

الحل :

$$\text{ت (س) } = (٣ \text{ س} - ٢)(٢ \text{ س} + ٤)$$

احتمالات العدد الذي لوحده

$$٤ \times ٢$$

$$٢ \times ٤$$

$$١ \times ٨$$

$$٨ \times ١$$

النوع الثالث : الاقتران التكعيبي

الحالة الأولى : مجموع مُكعبين

قاعدة التحليل :

$$(٢ \text{ الأول}) + (٣ \text{ الثاني}) = (٣ \text{ الأول} + \text{الثاني}) = (٣ \text{ الأول} + \text{الثاني}) + (٢ \text{ الأول} \times \text{الثاني}) + (٢ \text{ الثاني})$$

نفس الإشارة

$$(٢ \text{ أ}) + (٣ \text{ ب}) = (٣ \text{ أ} + \text{ب}) = (٣ \text{ أ} + \text{ب}) + (٢ \text{ أ} \times \text{ب}) + (٢ \text{ ب})$$

عكس الإشارة

$$٢٦) \text{ ق (س) } = ٨ \text{ س}^٣ + ٨$$

$$\text{الحل : ق (س) } = ٢ \text{ س}^٣ + ٢$$

$$= (٢ \text{ س} + ٢) (٢ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٢)$$

$$= (٢ \text{ س} + ٢) (٢ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٢)$$

$$٢٧ + س^٣ = (س) هـ$$

$$الحل : هـ (س) = س^٣ + ٣ = (س + ٣) (س^٢ - ٣س + ٩)$$

$$٢٨ هـ (س) = س^٣ + ٦٤$$

$$الحل : هـ (س) = س^٣ + ٤ = (س + ٤) (س^٢ - ٤س + ١٦)$$

الحالة الثانية : الفرق بين مُكعبين

قاعدة التحليل :

$$(أ - ب) (أ^٢ + أ ب + ب^٢) = أ^٣ - ب^٣$$

نفس الإشارة
عكس الإشارة

$$٢٩ ق (س) = س^٣ - ١٢٥$$

$$الحل : هـ (س) = س^٣ - ٥ = (س - ٥) (س^٢ + ٥س + ٢٥)$$

$$٣٠ ق (س) = س^٣ - ١$$

$$الحل : هـ (س) = س^٣ - ١ = (س - ١) (س^٢ + س + ١)$$

الحالة الثالثة : س & س^٢ & س^٣

$$٣١ ق (س) = س^٣ + ٩س^٢ + ٢٠س$$

الحل : كل الحدود تحتوي على سينات ، إذاً نبدأ بإخراج عامل مُشترك

$$ق (س) = (س) (س^٢ + ٩س + ٢٠) = (س) (س - ٤) (س + ٥)$$

$$= س (س^٢ + ٩س + ٢٠) = س (س - ٤) (س + ٥)$$

$$(٣٢) هـ (س) = ٣س^٣ - ١٨س^٢ + ١٥س$$

الحل :

$$هـ (س) = (٣) \times (٣) \times س \times س \times س - ٢ \times (٣) \times ٣ \times (س) \times س + ٥ \times (٣) \times س \times (س) = ٣س^٣ - ٦س^٢ + ٥س = ٣س^٣ - ٦س^٢ + ٥س$$

$$(٣٣) م (س) = ٥س^٣ - ٣س^٢ - ٨س$$

الحل :

$$م (س) = ٥ \times (س) \times س \times س - ٣ \times (س) \times س + ٢ \times ٢ \times ٢ \times س = ٥س^٣ - ٣س^٢ - ٨س = ٥س^٣ - ٣س^٢ - ٨س$$

$$(٣٤) ل (س) = ٦س^٣ + ٦س^٢ - ١٢س$$

الحل :

$$هـ (س) = (٢) \times (٣) \times س \times س \times س + (٢) \times (٣) \times س \times س - (٢) \times ٢ \times (٢) \times س = ٦س^٣ + ٦س^٢ - ١٢س = ٦س^٣ + ٦س^٢ - ١٢س$$

حالة خاصّة :

نأخذ عامل مُشترك السينات
التي لها القوّة الأصغر

$$(٣٥) ق (س) = ٣س^٥ + ٦س^٣$$

$$\text{الحل : ق (س) = } ٣ \times (٣) \times س^٥ + ٢ \times (٣) \times س^٣$$

$$\text{ق (س) = } ٣س^٣ (٣س^٢ + ٢)$$

$$(٣٦) ق (س) = ٥س^٤ + ٢٠س^٧$$

$$\text{الحل : ق (س) = } ٥ \times (٥) \times س^٤ + ٢ \times ٢ \times ٢ \times س^٧$$

$$\text{ق (س) = } ٥س^٤ (١ + ٤س^٣)$$

هل حفظت جدول الضرب ؟



يا ريت تحفظ الجدول التالي :



$1 = \overline{1} \downarrow^3$	$1 = \overline{1} \downarrow$	$1 = {}^3_1$	$1 = {}^2_1$
$2 = \overline{8} \downarrow^3$	$2 = \overline{4} \downarrow$	$8 = {}^3_2$	$4 = {}^2_2$
$3 = \overline{27} \downarrow^3$	$3 = \overline{9} \downarrow$	$27 = {}^3_3$	$9 = {}^2_3$
$4 = \overline{64} \downarrow^3$	$4 = \overline{16} \downarrow$	$64 = {}^3_4$	$16 = {}^2_4$
$5 = \overline{125} \downarrow^3$	$5 = \overline{25} \downarrow$	$125 = {}^3_5$	$25 = {}^2_5$
$6 = \overline{216} \downarrow^3$	$6 = \overline{36} \downarrow$	$216 = {}^3_6$	$36 = {}^2_6$
$7 = \overline{343} \downarrow^3$	$7 = \overline{49} \downarrow$	$16 = {}^4_2$	$49 = {}^2_7$
$2 = \overline{16} \downarrow^4$	$8 = \overline{64} \downarrow$	$32 = {}^5_2$	$64 = {}^2_8$
$2 = \overline{32} \downarrow^5$	$9 = \overline{81} \downarrow$	$64 = {}^6_2$	$81 = {}^2_9$
$2 = \overline{64} \downarrow^6$	$10 = \overline{100} \downarrow$	$128 = {}^7_2$	$100 = {}^2_{10}$
$5 = \overline{625} \downarrow^4$	$625 = {}^4_5$	$81 = {}^4_3$	$121 = {}^2_{11}$
$10 = \overline{1000} \downarrow^3$		$243 = {}^5_3$	$144 = {}^2_{12}$

الوحدة الأولى

النهايات و الاتصال

الفصل الأول : النهايات

أولا : مفهوم النهاية

الفكرة الأولى : الجدول

(١) بالاعتماد على الجدول الآتي ، جد مايلي :

٢ , ٩٠	٢ , ٩٨	٢ , ٩٩		٣ , ٠٠١	٣ , ٠١	٣ , ١	س
٥ , ٩٠	٥ , ٩٨	٥ , ٩٩		٤ , ٠٠١	٤ , ٠١	٤ , ١	ق (س)

النهاية موجودة عندما تكون :

$$\begin{array}{l} \text{نهاية ق (س)} = \text{نهاية ق (س)} \\ \text{س} \leftarrow \text{أ} \quad \text{س} \leftarrow \text{أ} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{أ) نهاية ق (س)} = ٤ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب) نهاية ق (س)} = ٦ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ج) نهاية ق (س)} : \text{غير موجودة} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

(٢) بالاعتماد على الجدول الآتي ، جد مايلي :

٤ , ٩٠	٤ , ٩٨	٤ , ٩٩		٥ , ٠٠١	٥ , ٠١	٥ , ١	س
٦ , ٨٨	٦ , ٩٥	٦ , ٩٨		٧ , ٠٢١	٧ , ١٦	٧ , ٣٨	هـ (س)

$$\begin{array}{l} \text{أ) نهاية هـ (س)} = ٧ \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب) نهاية هـ (س)} = ٧ \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ج) نهاية هـ (س)} = ٧ \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

الفكرة الثانية : الرسم

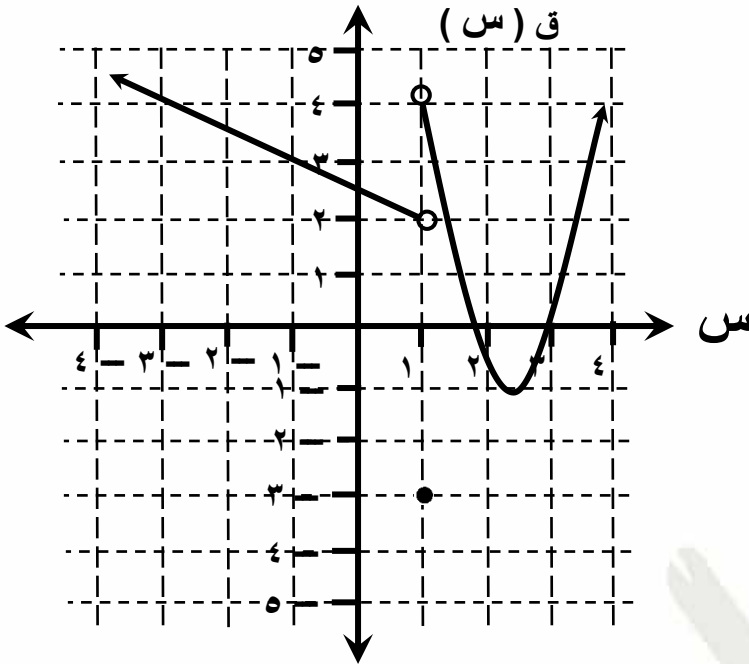
الحالة الأولى : إيجاد النهايات من الرسم

٣) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران (ق) ص

جد نها ق (س)
+
س ← ١

الحل :

نها ق (س) = ٤
+
س ← ١

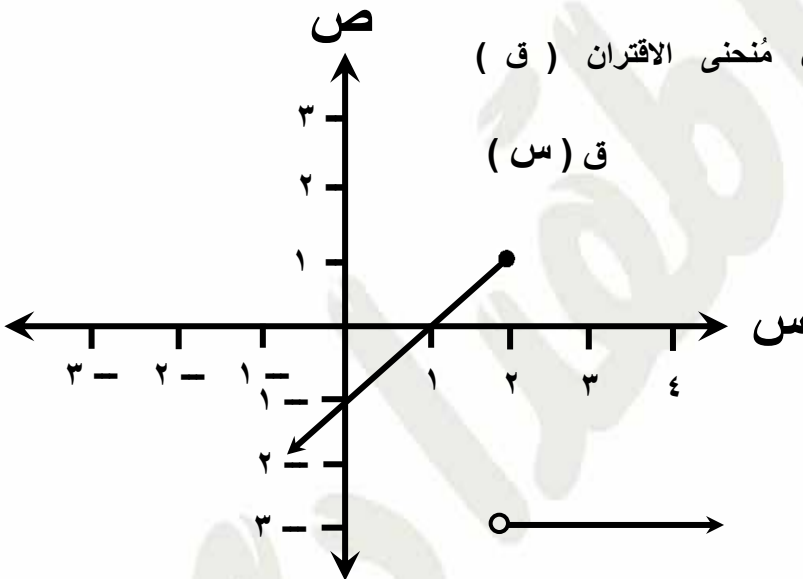


٤) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران (ق) ص

جد نها ق (س)
-
س ← ٢

الحل :

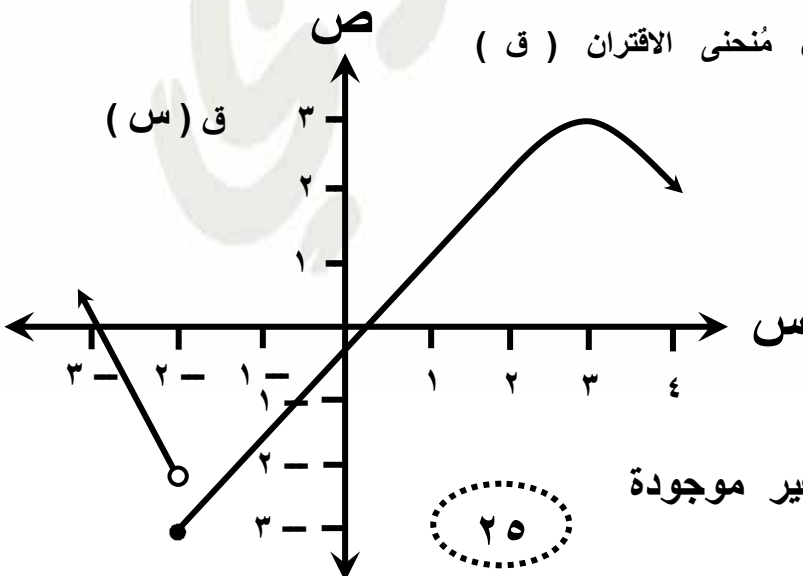
نها ق (س) = ١
-
س ← ٢



٥) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران (ق) ص

جد نها ق (س)
-
س ← ٢

الحل :



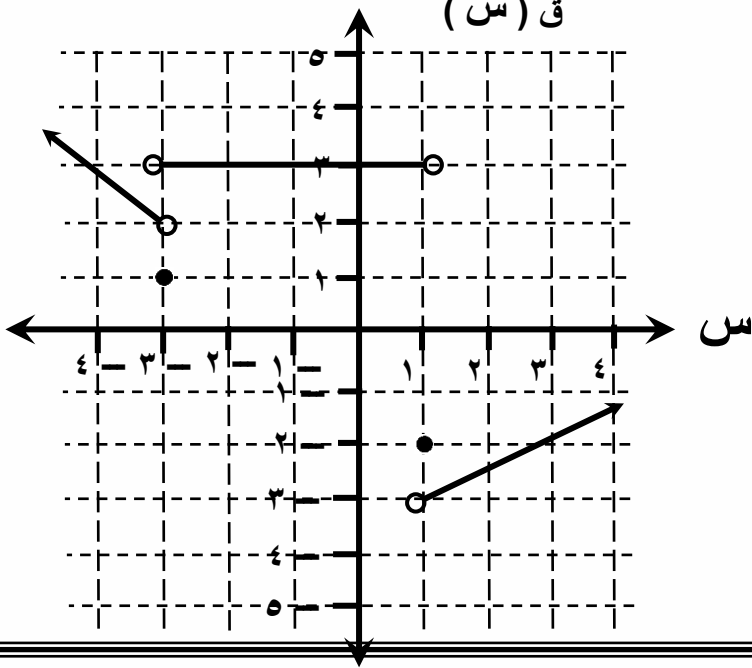
نها ق (س) : غير موجودة
-
س ← ٢

٢٥

٦) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق)

ص

ق (س)



جد نها $\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s)$

س $\leftarrow 1$

الحل :

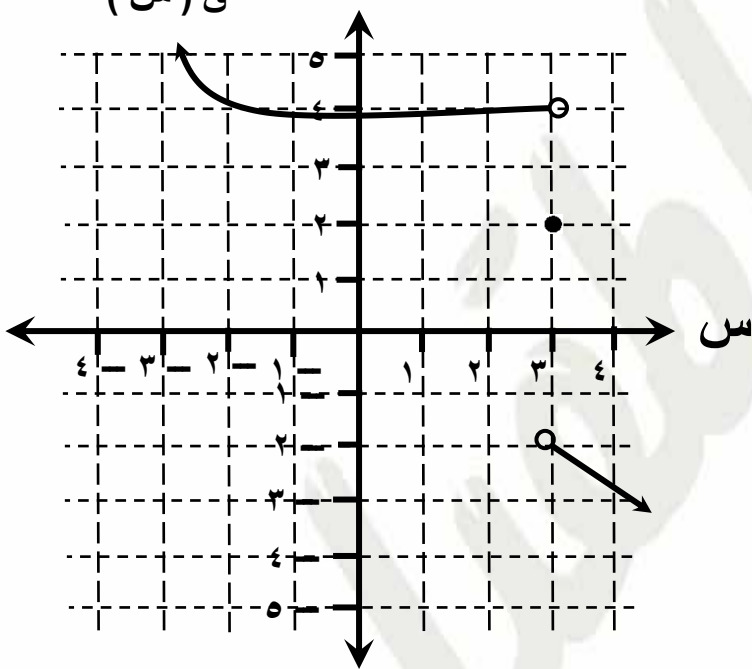
نها $\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = 3$

س $\leftarrow 1$

٧) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق)

ص

ق (س)



جد نها $\lim_{s \rightarrow 3^-} f(s)$

س $\leftarrow 3$

الحل :

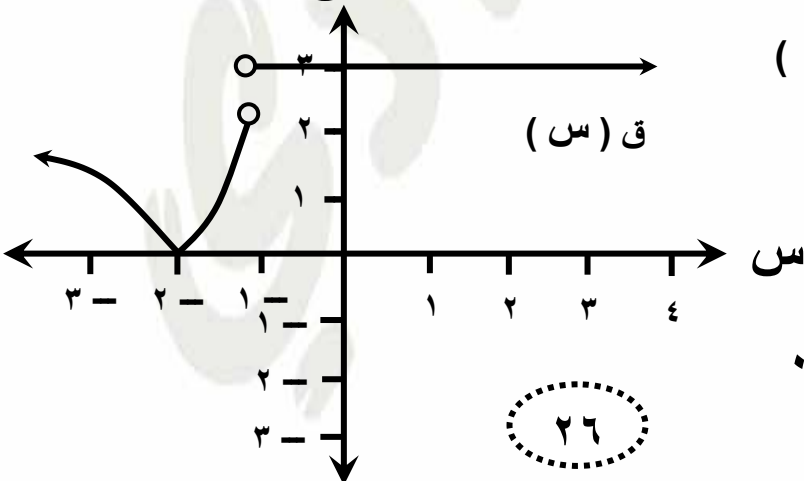
نها $\lim_{s \rightarrow 3^-} f(s) = 4$

س $\leftarrow 3$

٨) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق)

ص

ق (س)



جد نها $\lim_{s \rightarrow -1^+} f(s)$

س $\leftarrow -1$

الحل :

نها $\lim_{s \rightarrow -1^+} f(s) = 0$

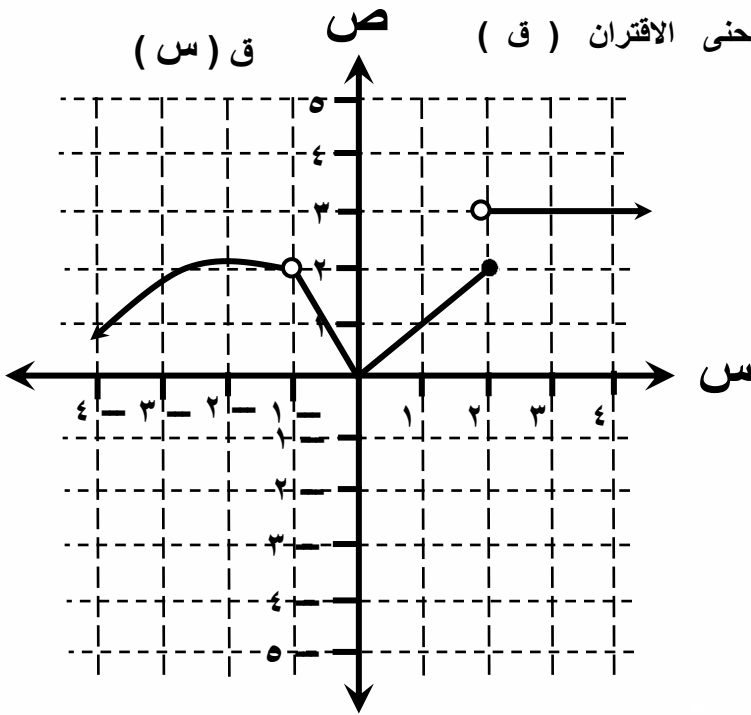
س $\leftarrow -1$

٩ (بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ص

جد نهـا ق (س)
س ← ٤

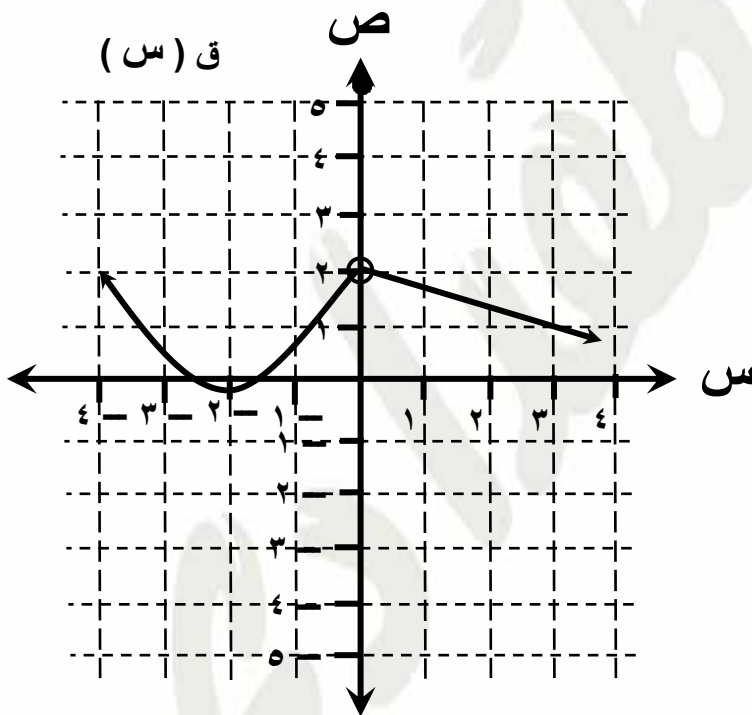
الحل :

نهـا ق (س) = ٣
س ← ٤



١٠ (بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد

نهـا (ق (س) - ٤) + $\frac{٥ - س}{٢}$
س ← ٠



الحل :

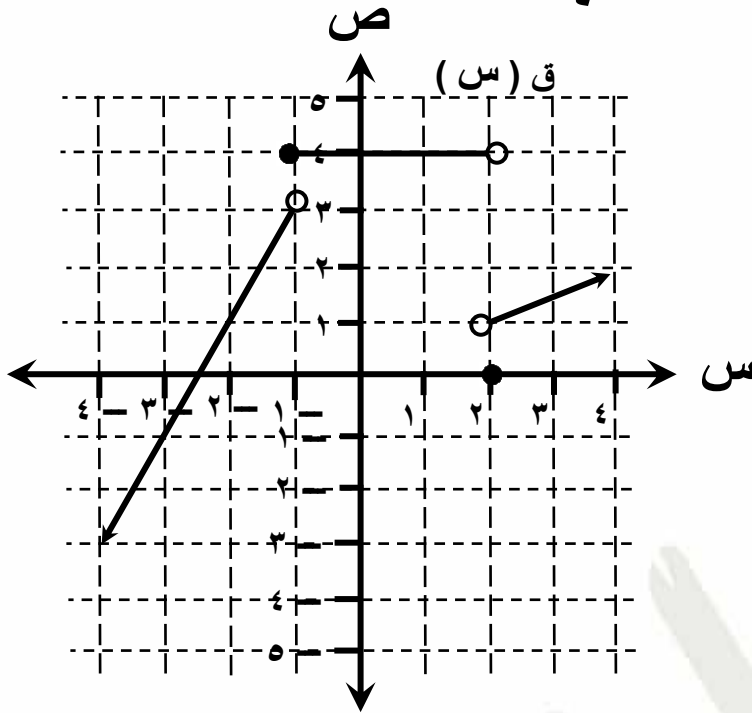
$$\frac{٥ - س}{٢} + (ق (س) - ٤) = \frac{٥ - ٠}{٢} + (٢ - ٤) =$$

٢٧

$$٢ = ٢ - ٤ =$$

(١١) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثل مُنحنى الاقتران (ق) ، جد

$$\text{نهـ} \frac{1}{4} - ((\text{س}))^3 - ((\text{س} - ٧)) \frac{1}{4} \leftarrow \text{س} - ١$$



الحل :

$$\text{نهـ} \frac{1}{4} - ((\text{س}))^3 - ((\text{س} - ٧)) \frac{1}{4} \leftarrow \text{س} - ١$$

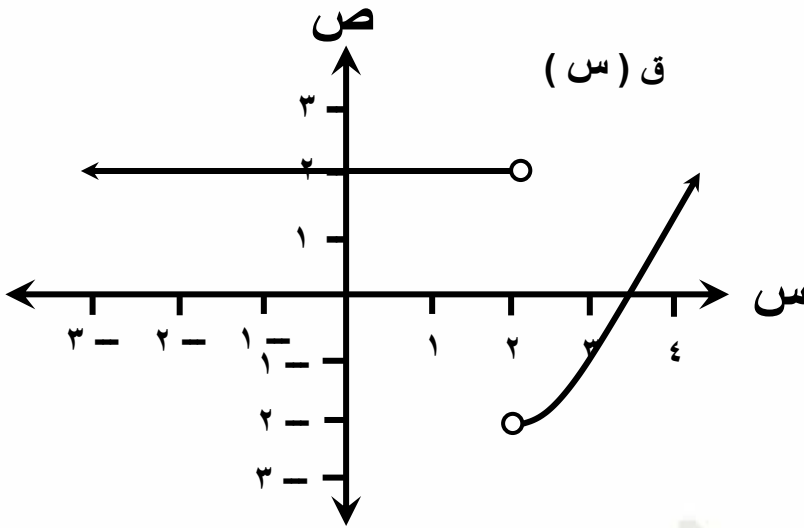
$$(٧ - ١ -) \frac{1}{4} - (٣)^3 =$$

$$\frac{٨ -}{4} - ٢٧ = ٨ - \times \frac{1}{4} - ٢٧ =$$

$$٢٩ = ٢ + ٢٧ = ٢ - - ٢٧ =$$

(١٢) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثل مُنحنى الاقتران (ق) ، جد

$$\text{نهـ} \sqrt[3]{4 \text{ ق (س)} - \frac{1}{4} \text{ س}^3} \quad \text{س} \leftarrow 2$$



الحل :

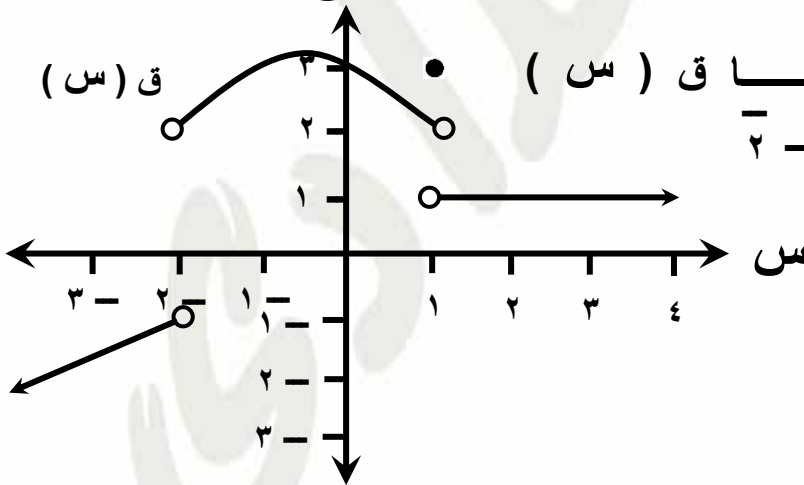
$$\text{نهـ} \sqrt[3]{4 \text{ ق (س)} - \frac{1}{4} \text{ س}^3} \quad \text{س} \leftarrow 2$$

$$= \sqrt[3]{2 \times 4 - \frac{1}{4} (2 -)^3}$$

$$= \sqrt[3]{8 - \frac{1}{4} \times 8} = 2 - 2 = 4$$

(١٣) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثل مُنحنى الاقتران (ق) ، جد

$$5 \text{ ق (١)} + \text{نهـ} \sqrt[3]{2 \text{ ق (س)}} \quad \text{س} \leftarrow 2$$



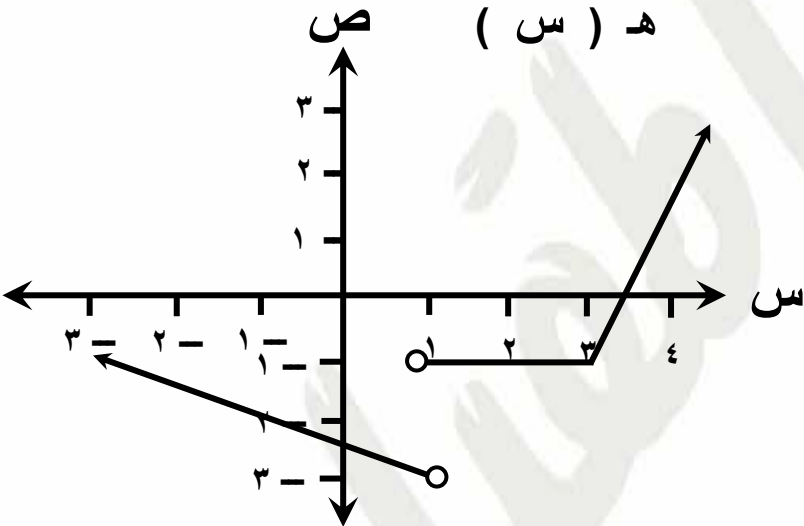
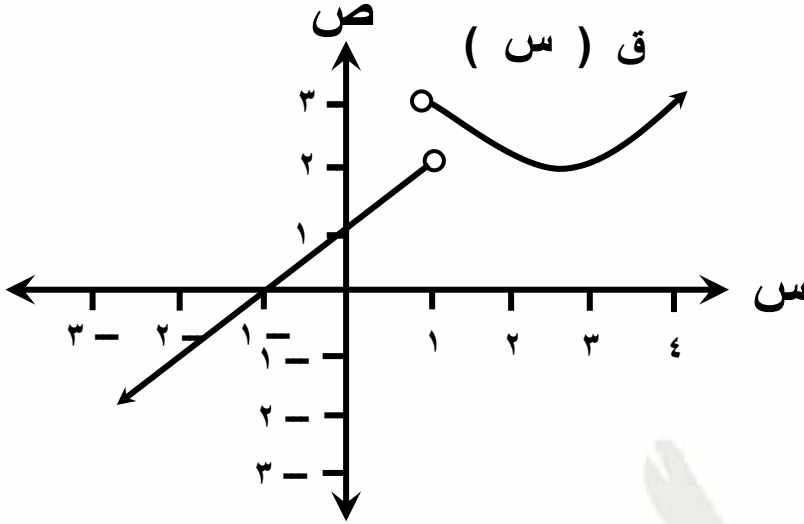
الحل :

$$5 \times 3 + 1 =$$

$$= 15 - 1 = 14$$

١٤) اعتماداً على الشكلين الآتيين اللذين يُمثلان مُنحبي الاقتترانين ق ، هـ ، أجب عما يأتي :

$$\text{نهـا} \left(\frac{3 - (س) + 7}{4} - \sqrt{5 + (س)} \right) \begin{matrix} + \\ س \leftarrow 1 \end{matrix}$$



الحل :

$$\text{نهـا} \left(\frac{3 - (س) + 7}{4} - \sqrt{5 + (س)} \right) \begin{matrix} + \\ س \leftarrow 1 \end{matrix}$$

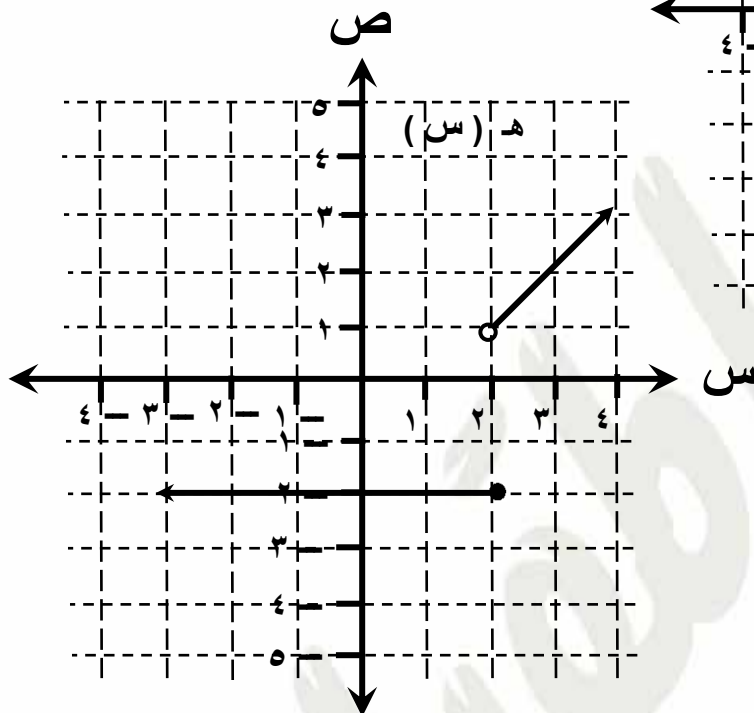
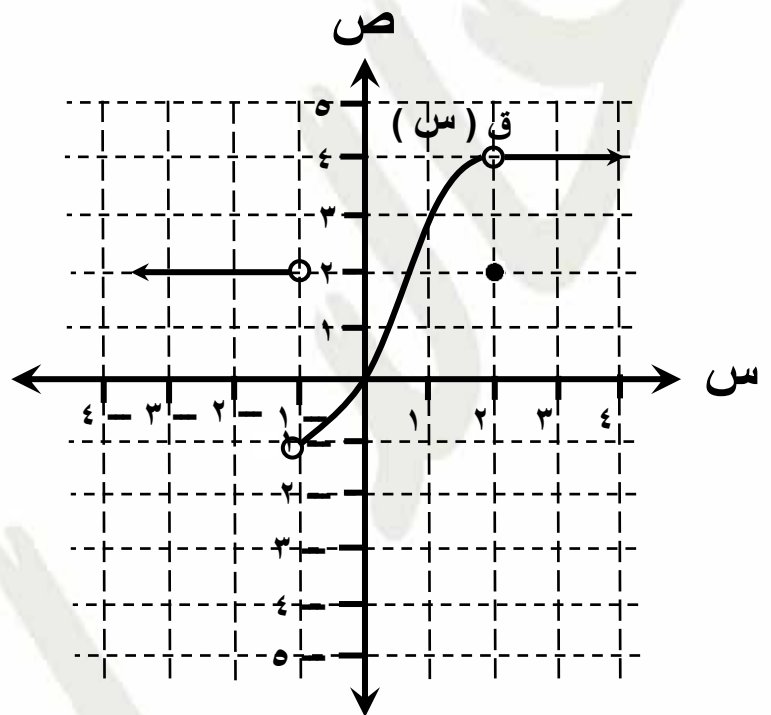
$$\frac{3 - 1 + 7}{4} - \sqrt{5 + 3} =$$

$$\frac{4}{4} - \sqrt{8} = \frac{3 - 7}{4} - \sqrt{1 + 5} =$$

٣٠

$$3 = 1 - 4 =$$

١٥) اعتماداً على الشكلين الآتيين اللذين يُمثِّلان مُنحَيي الاقترانين ق ، هـ ،
أجب عما يأتي :



أ) جد

$$\text{نهـا} \quad (5 \text{ ق } (س) - (هـ (س)) + 6 (س) - 1) \quad \text{س} \leftarrow 1$$

$$\text{ب) جد نهـا} \quad \frac{3 \text{ ق } (س)}{هـ (س)} \quad \text{س} \leftarrow 2$$

الحل :

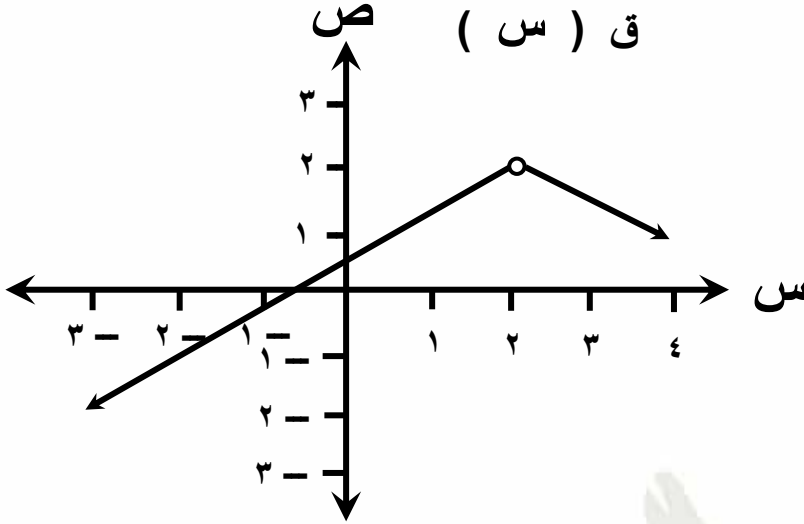
$$\text{أ) } 17 = 6 + 4 - 15 = 1 \times 6 + (2 -) - 3 \times 5$$

٣١

$$\text{ب) } 12 = \frac{4 \times 3}{1}$$

(١٦) بالاعتماد على الشكل و الجدول ، جد

$$\text{نهـا} \left(٣ \text{ ق (س)} - ٤ + \frac{٥ \text{ هـ (س)} + ٦}{٩} \right) \leftarrow \text{س} ٢$$



١, ٩٠	١, ٩٨	١, ٩٩		٢, ٠٠١	٢, ٠١	٢, ١	س
٥, ٩٣	٥, ٩٧	٥, ٩٩		٦, ٠٢٣	٦, ٢٢	٦, ٢	هـ (س)

الحل :

$$\text{نهـا} \left(٣ \text{ ق (س)} - ٤ + \frac{٥ \text{ هـ (س)} + ٦}{٩} \right) \leftarrow \text{س} ٢$$

$$\frac{٦ + ٦ \times ٥}{٩} + ٤ - ٢ \times ٣ =$$

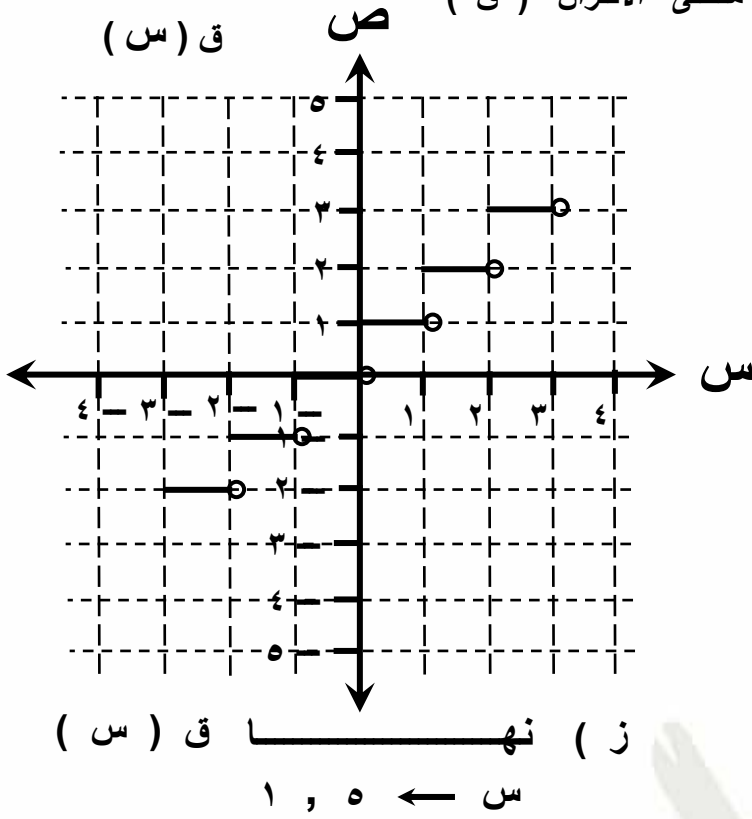
$$\frac{٦ + ٣٠}{٩} + ٤ - ٦ =$$

$$\frac{٣٦}{٩} + ٢ =$$

$$\textcircled{٣٢}$$

$$٦ = ٤ + ٢ =$$

(١٧) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل مُنحنى الاقتران (ق)



جـ د (نهـا ق (س)

س ← ١

ب (نهـا ق (س)

س ← ١

ج (نهـا ق (س)

س ← ١

د (نهـا ق (س)

س ← ٢

هـ (نهـا ق (س)

س ← ٠

و (نهـا ق (س)

س ← ٠ , ٥

الحل : (أ) نهـا ق (س) = ١

س ← ١

ب (نهـا ق (س) = ٢

س ← ١

ج (نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ١

د (نهـا ق (س) = ٢ , نهـا ق (س) = ٣

س ← ٢

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ٢

هـ (نهـا ق (س) = ٠ , نهـا ق (س) = ١

س ← ٠

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ٠

و (نهـا ق (س) = ١

س ← ٠ , ٥

ز (نهـا ق (س) = ٢

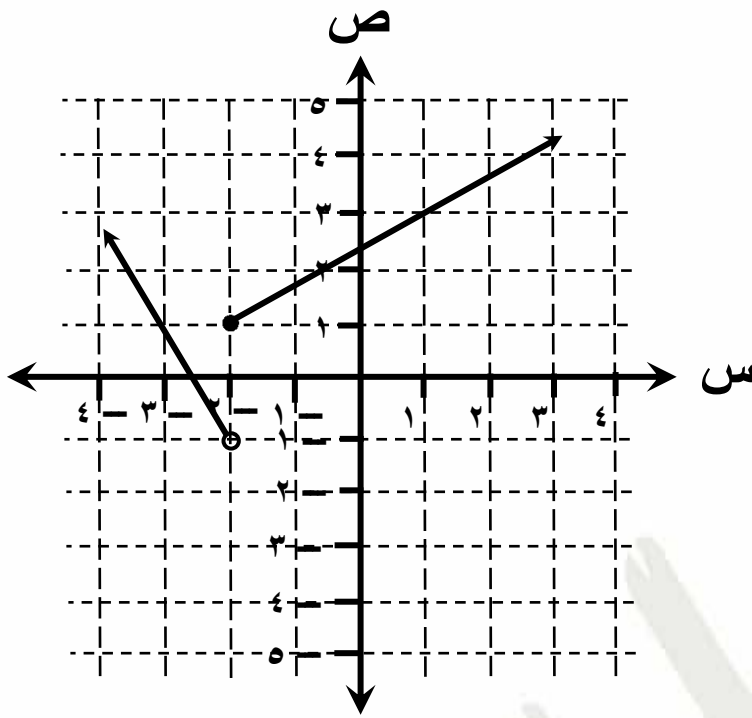
س ← ١ , ٥

١٨) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

$$\text{نها ق (س)} = 3$$

س ← أ

الحل : أ = ١

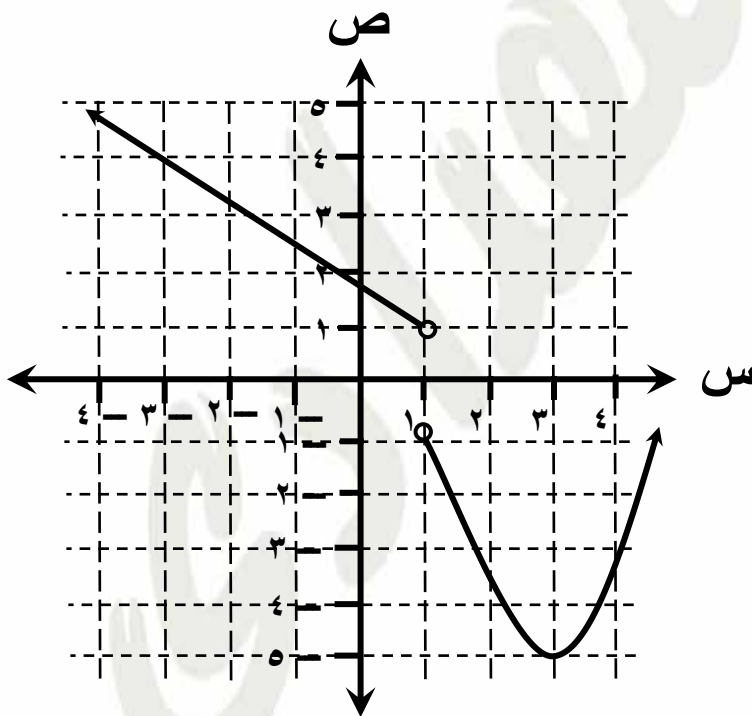


١٩) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

$$\text{نها ق (س)} = 5 -$$

س ← ب

الحل : ب = 3

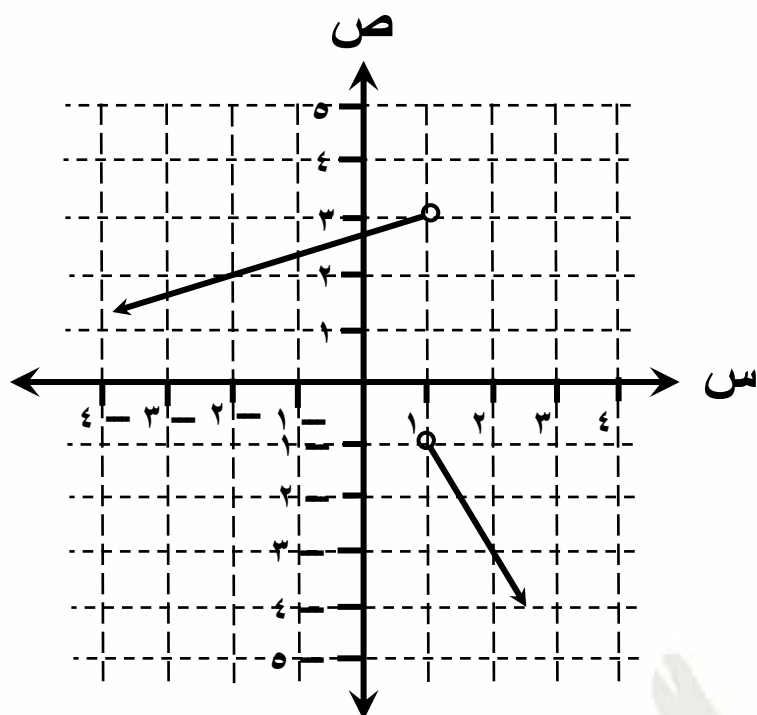


٢٠) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$\text{نها } ق (س) = ٢$$

س ← ج

الحل : ج = ٢ -

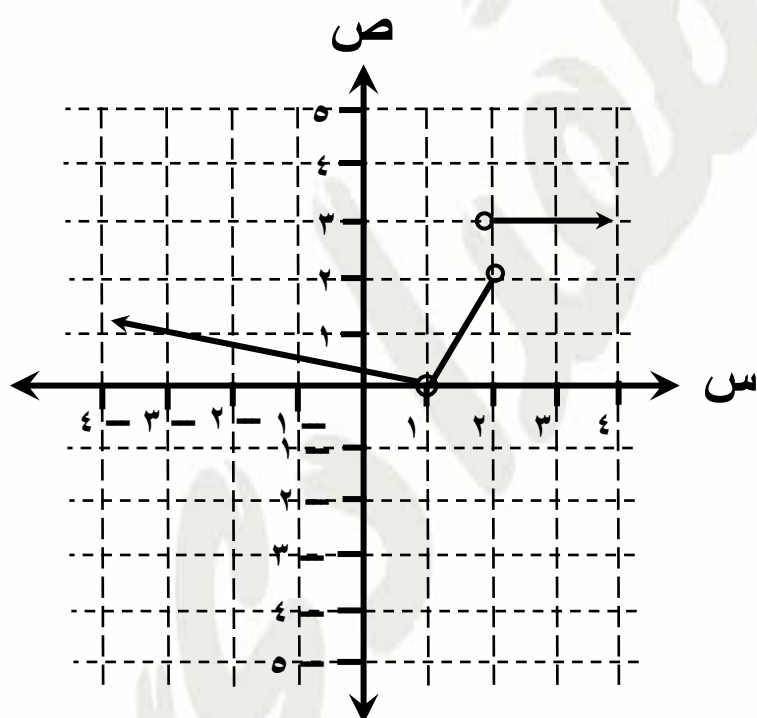


٢١) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

$$\text{نها } ق (س) = ٠$$

س ← أ

الحل : أ = ١

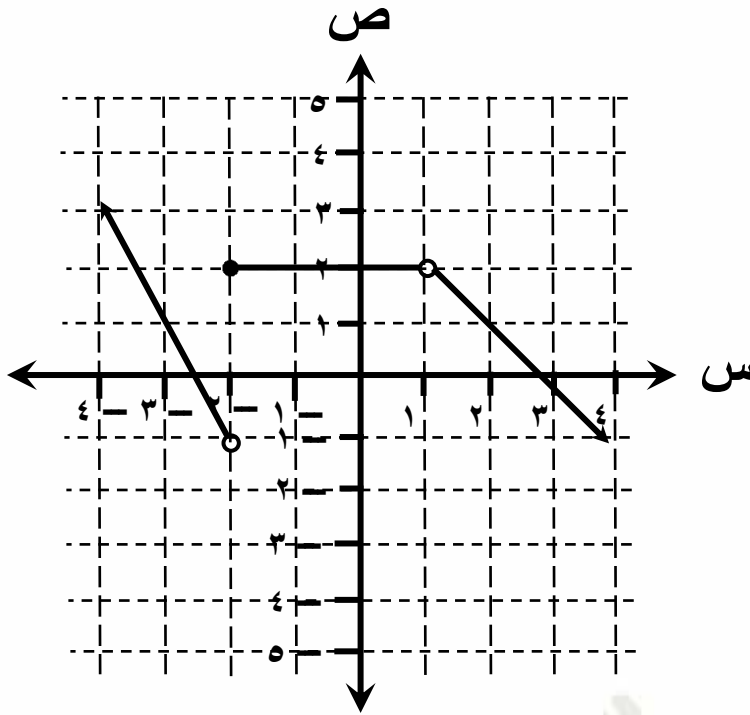


٢٢) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

$$\text{نهـا ق (س)} = ١$$

$$\text{س} \leftarrow \text{ب}$$

الحل : ب = - ٣ ، ٢

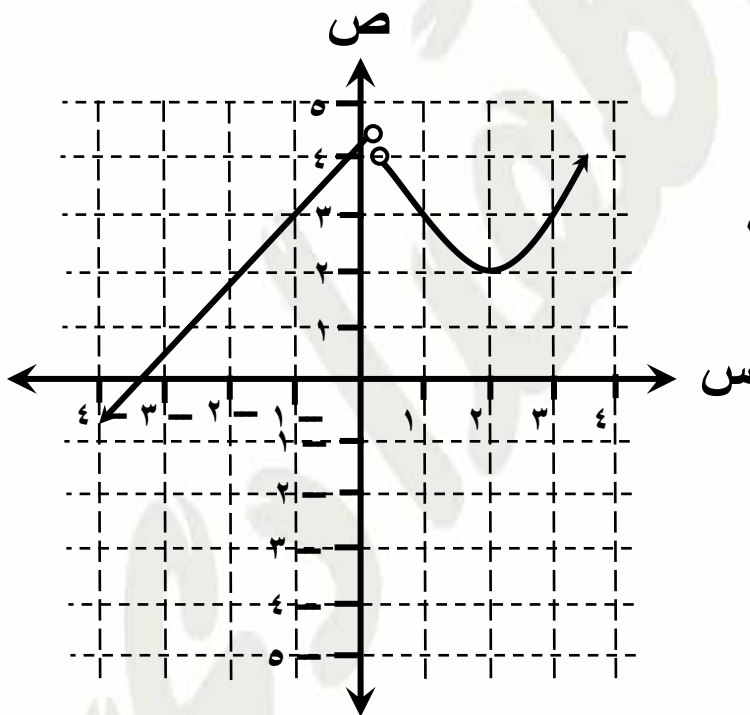


٢٣) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$\text{نهـا ق (س)} = ٣$$

$$\text{س} \leftarrow \text{ج}$$

الحل : ج = ١ - ١ ، ٣

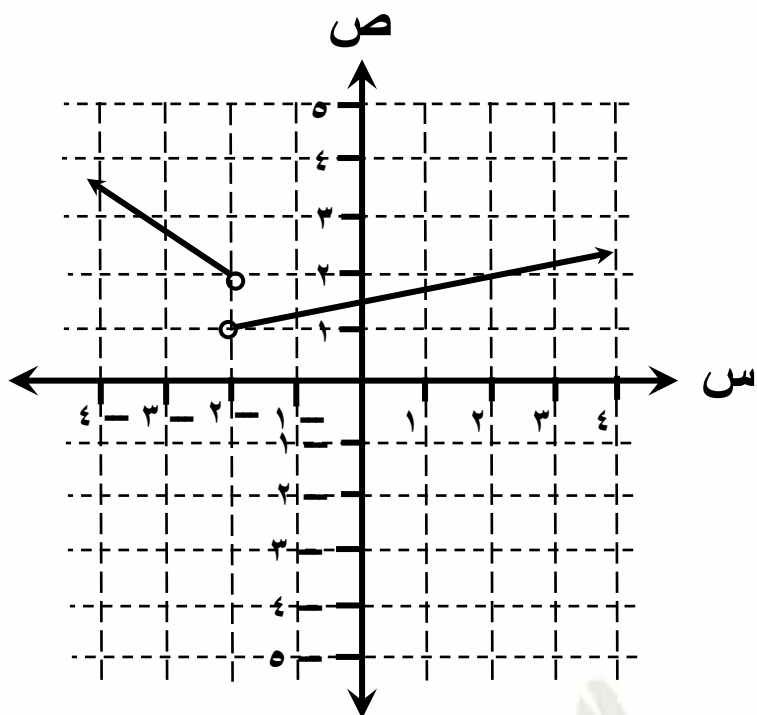


٢٤) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

$$\text{نهـا ق (س)} = ١$$

$$+ \text{س} \leftarrow \text{أ}$$

الحل : أ = ٢ -

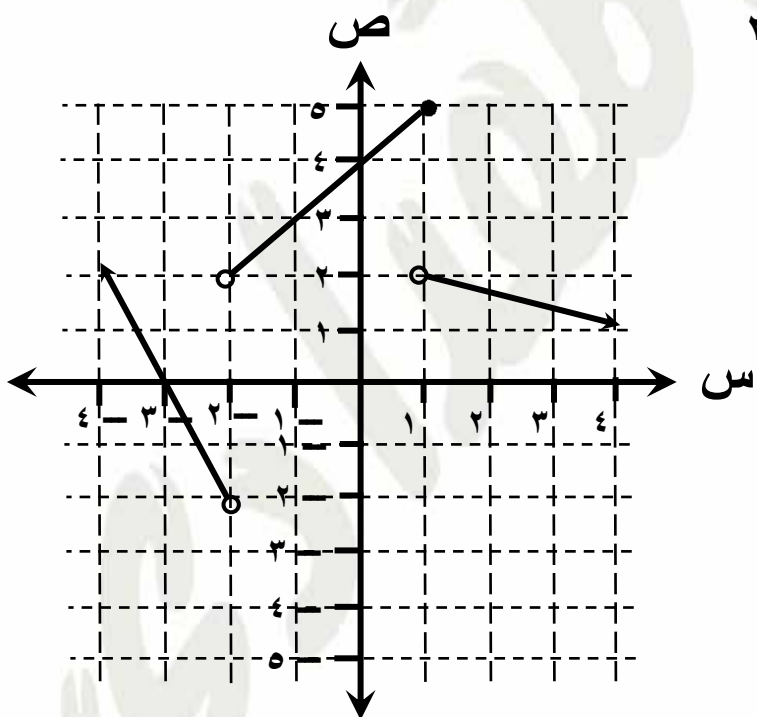


٢٥) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

$$\text{نهـا ق (س)} = ٢ -$$

$$\text{س} \leftarrow \text{ب}$$

الحل : ب = ٢ -

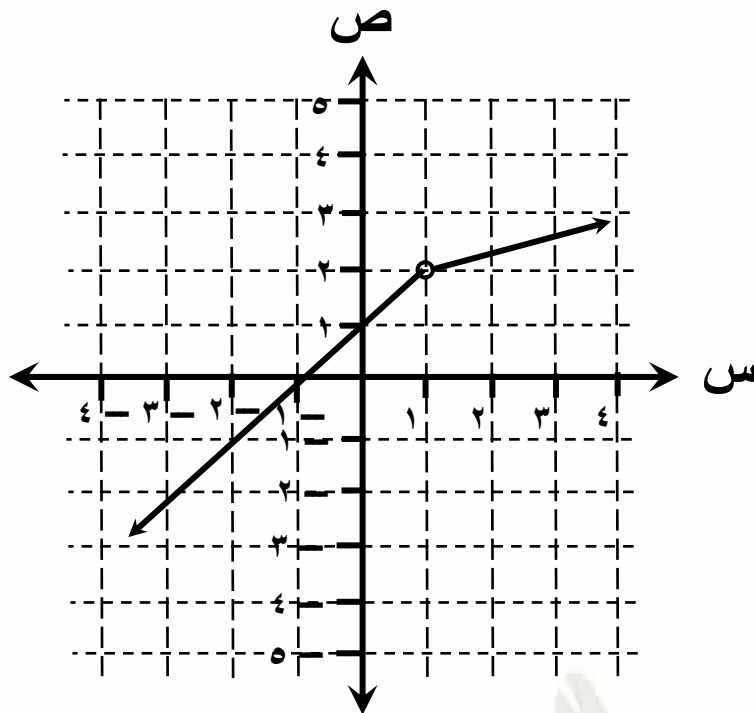


٢٦) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$\text{نها } ق (س) = ٢$$

$$س \leftarrow \overset{+}{ج}$$

الحل : ج = ١

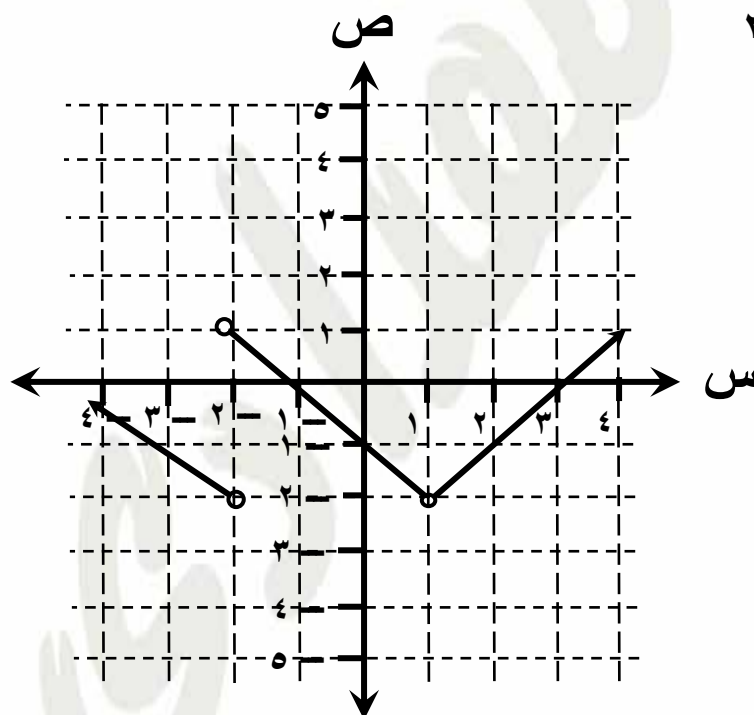


٢٧) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$\text{نها } ق (س) - ٢ =$$

$$س \leftarrow \bar{أ}$$

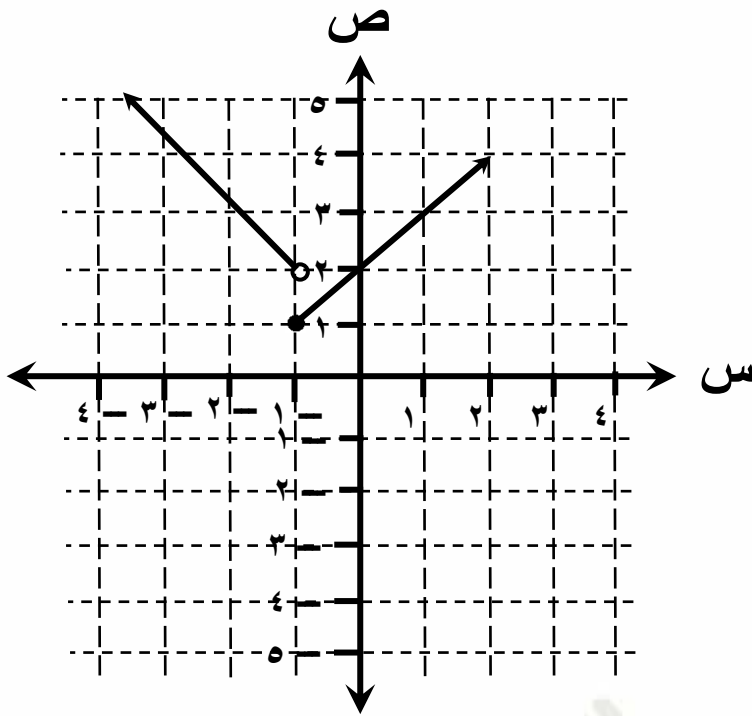
الحل : أ = ٢ - ، ١



٢٨ (بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

$$ق (ب) = ١$$

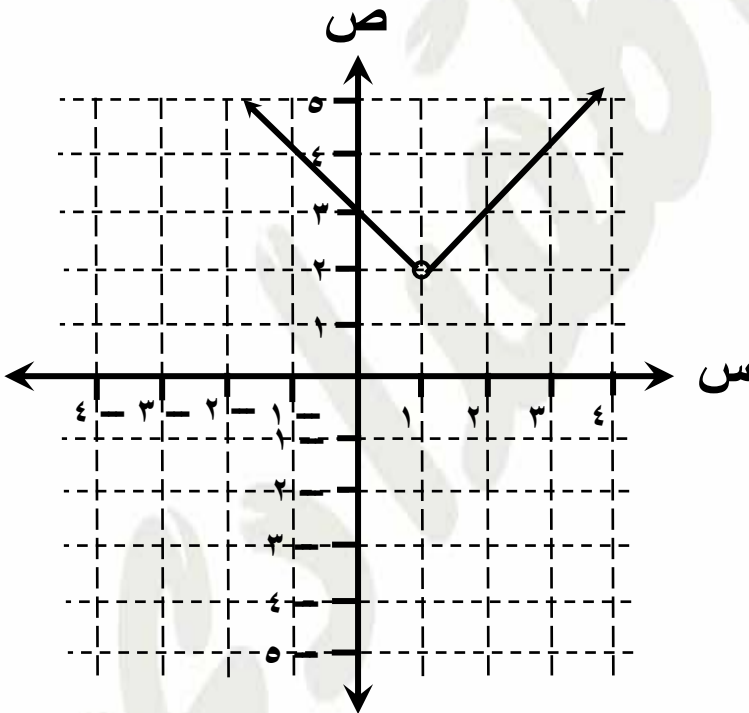
$$الحل : ب = ١ -$$



٢٩ (بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$ق (ج) = ٣$$

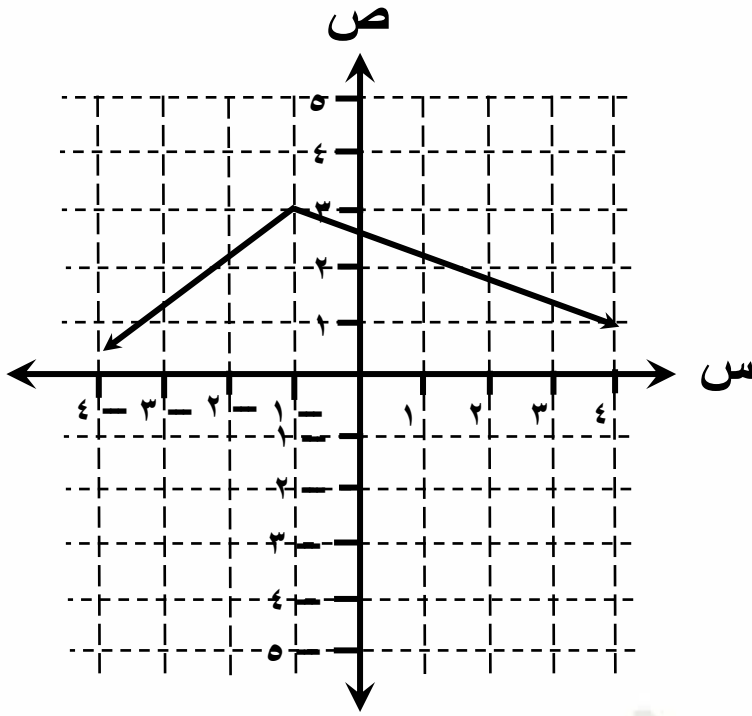
$$الحل : ج = ٠ ، ٢$$



٣٠) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

$$ق (أ) = ٣$$

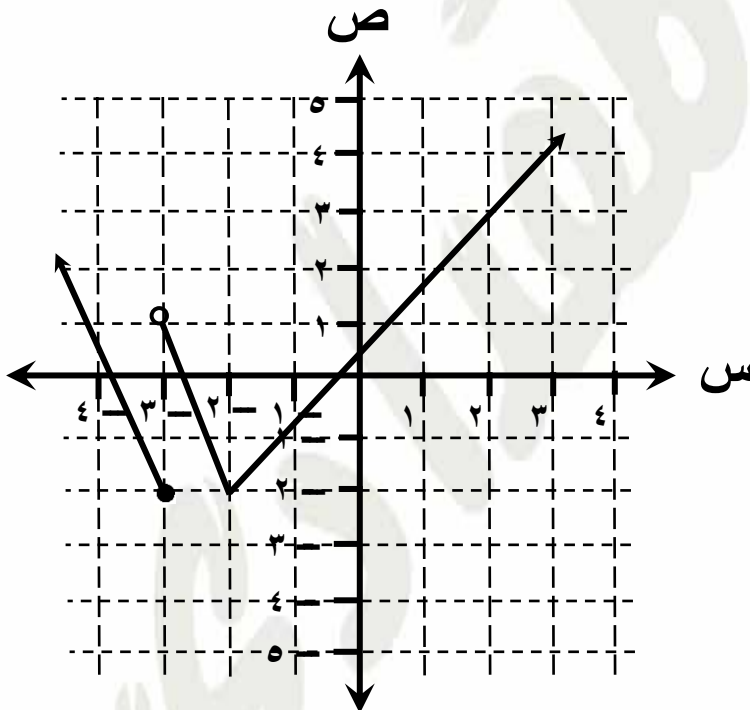
$$الحل : أ = ١ -$$



٣١) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

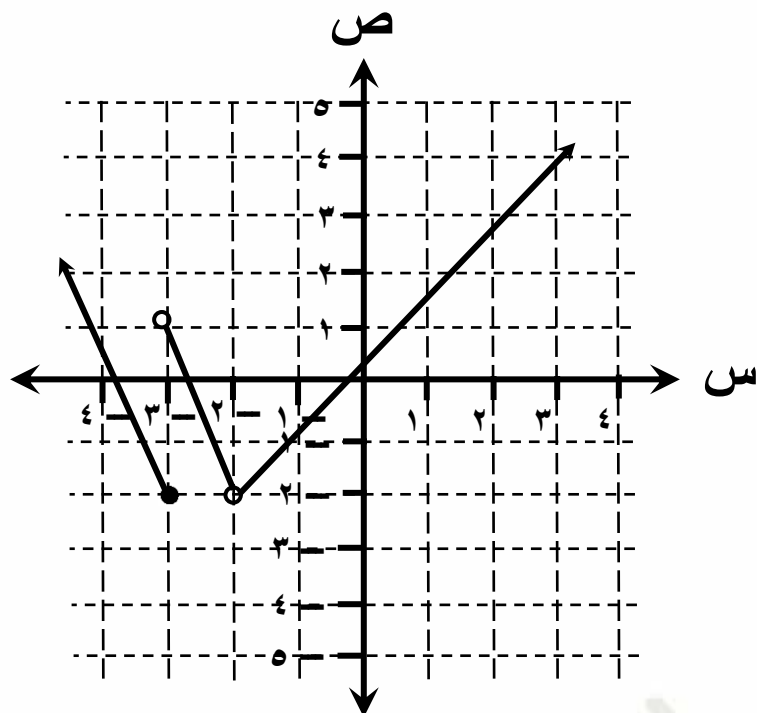
$$ق (ب) = ٢ -$$

$$الحل : ب = ٣ - ، ٢ -$$



٣٢) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

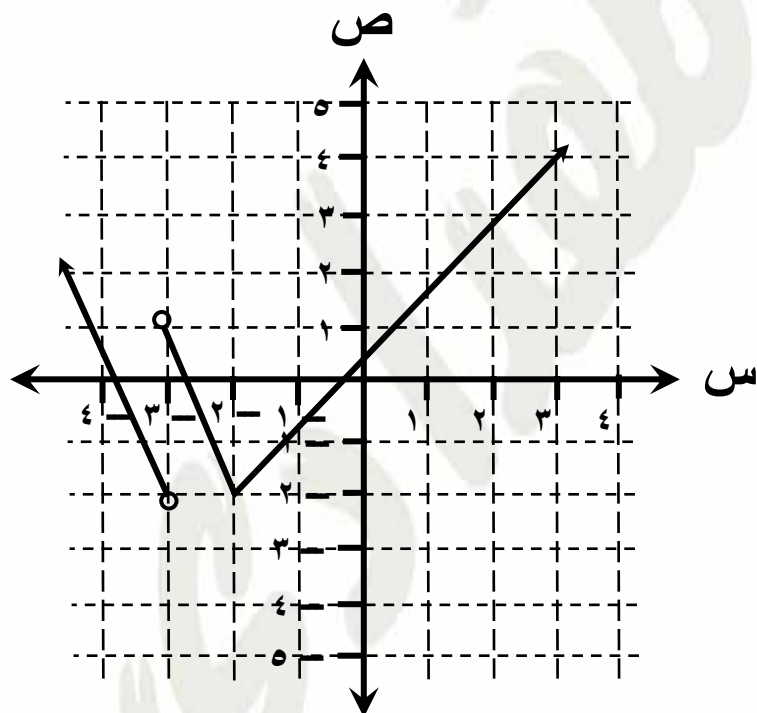
$$ق (ج) = ٢ -$$



$$الحل : ج = ٣ -$$

٣٣) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحني الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

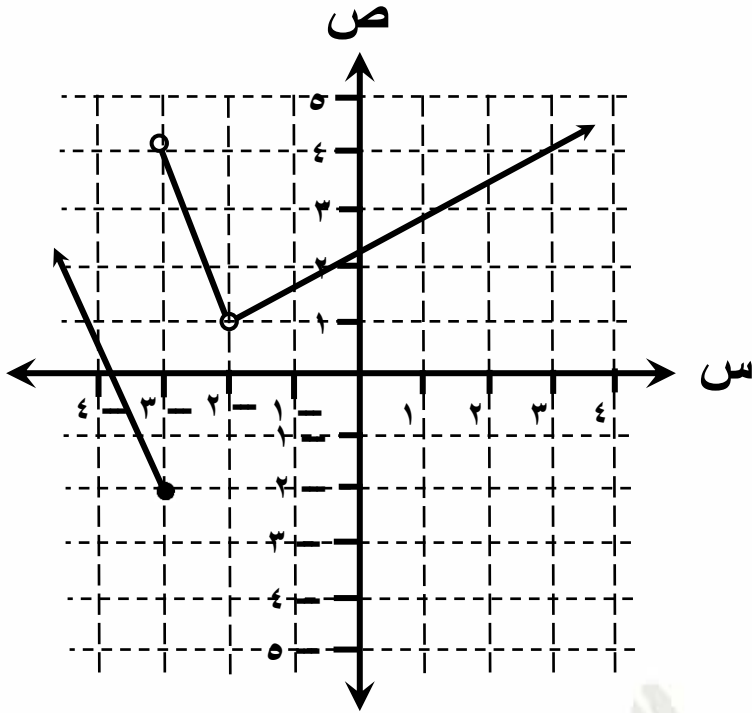
$$ق (أ) = ٢ -$$



$$الحل : أ = ٢ -$$

٣٤) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

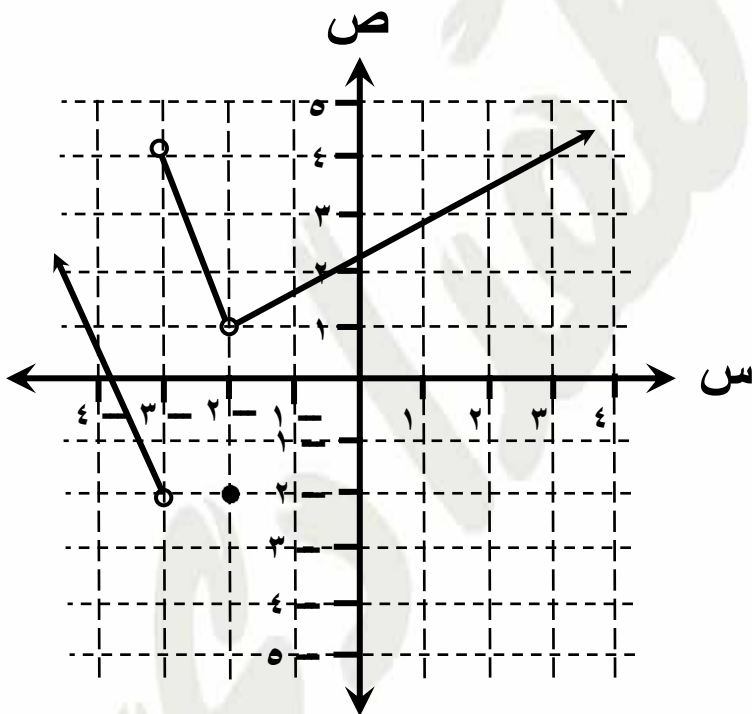
$$ق (ب) = ٢ -$$



$$\text{الحل : } ب = ٣ -$$

٣٥) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

$$ق (ج) = ٢ -$$



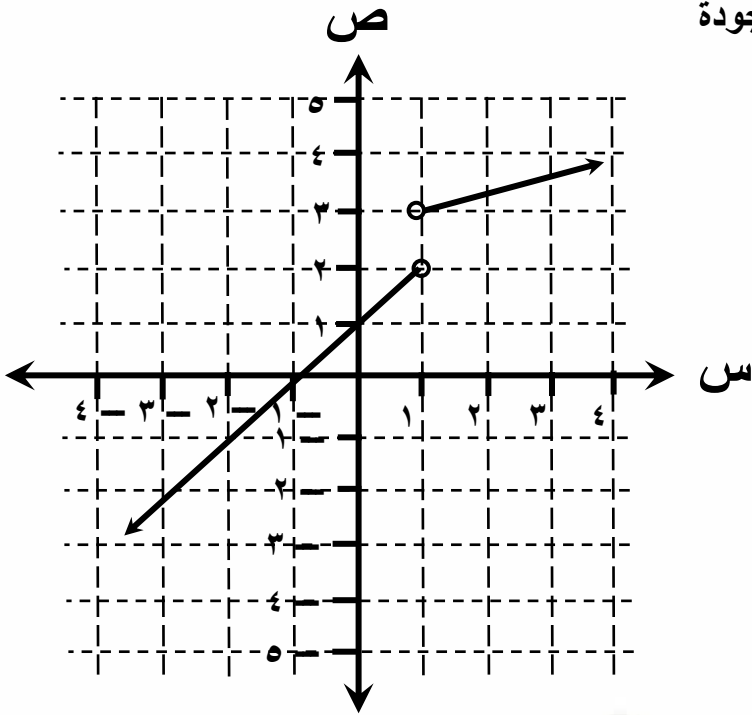
$$\text{الحل : } ج = ٢ -$$

٣٦) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ا) ، حيث

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ا

الحل : ا = ١

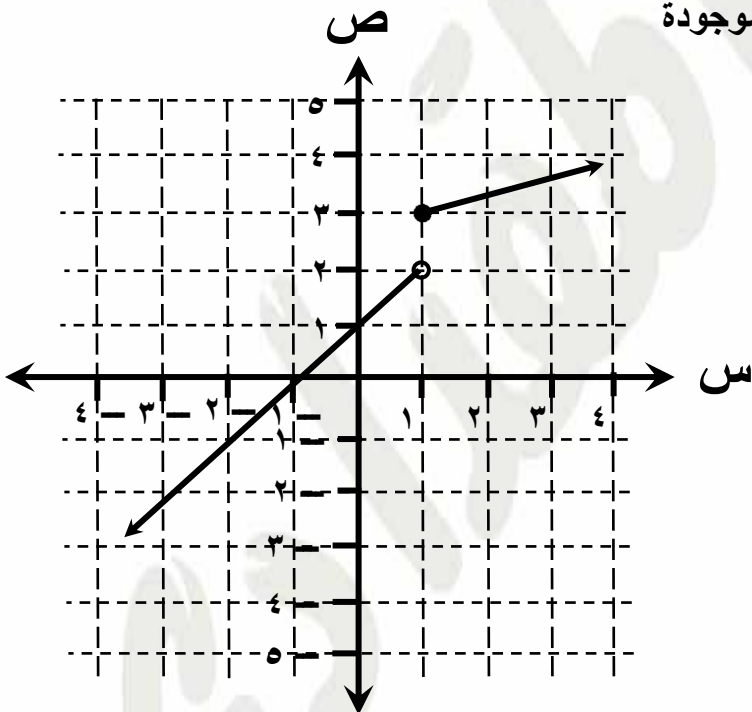


٣٧) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ب

الحل : ب = ١

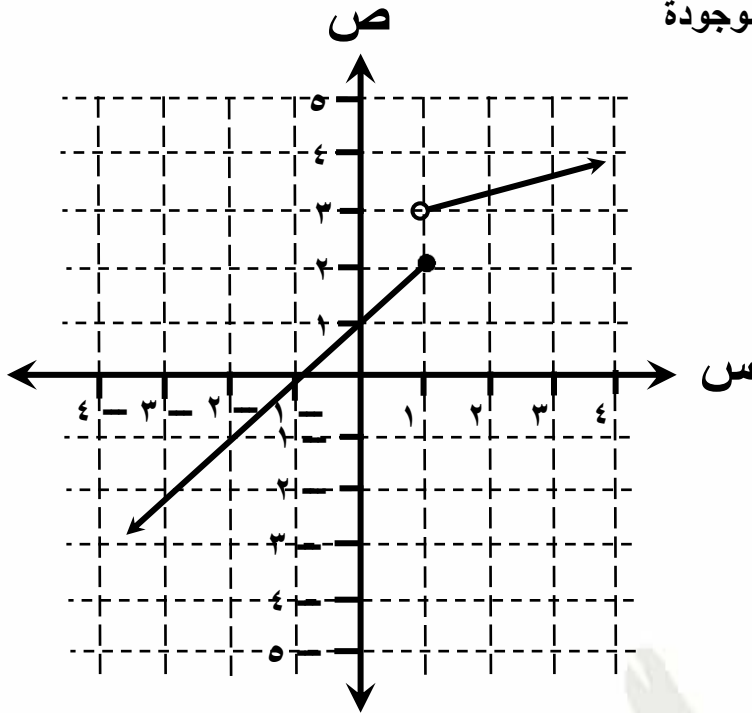


٣٨) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ج) ، حيث

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← ج

الحل : ج = ١

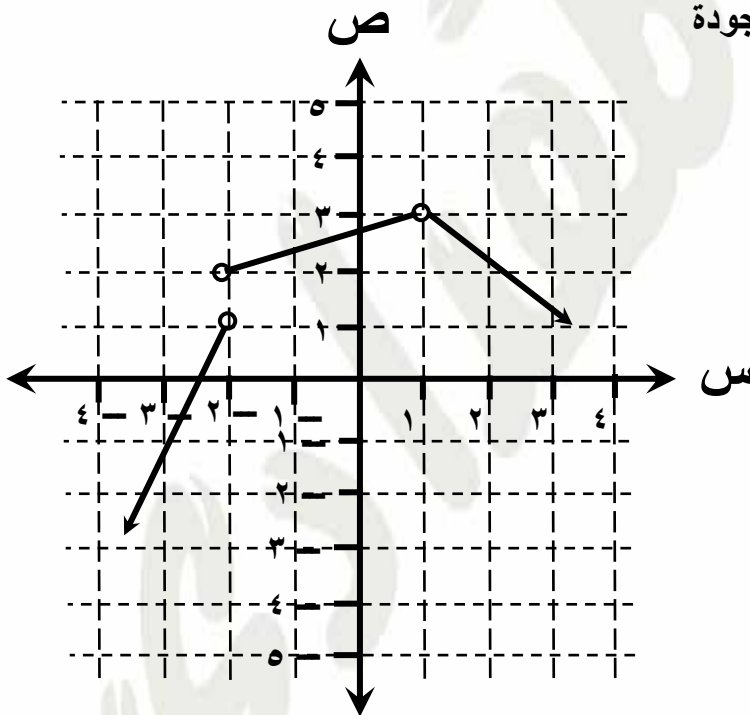


٣٩) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (أ) ، حيث

نهـا ق (س) غير موجودة

س ← أ

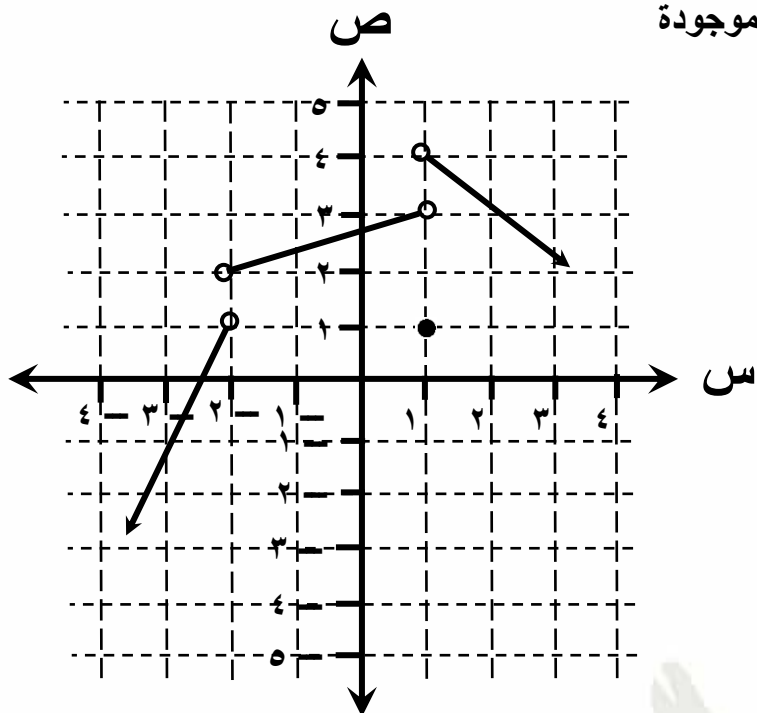
الحل : أ = ٢ -



٤٠) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران (ق) ، جد قيمة الثابت (ب) ، حيث

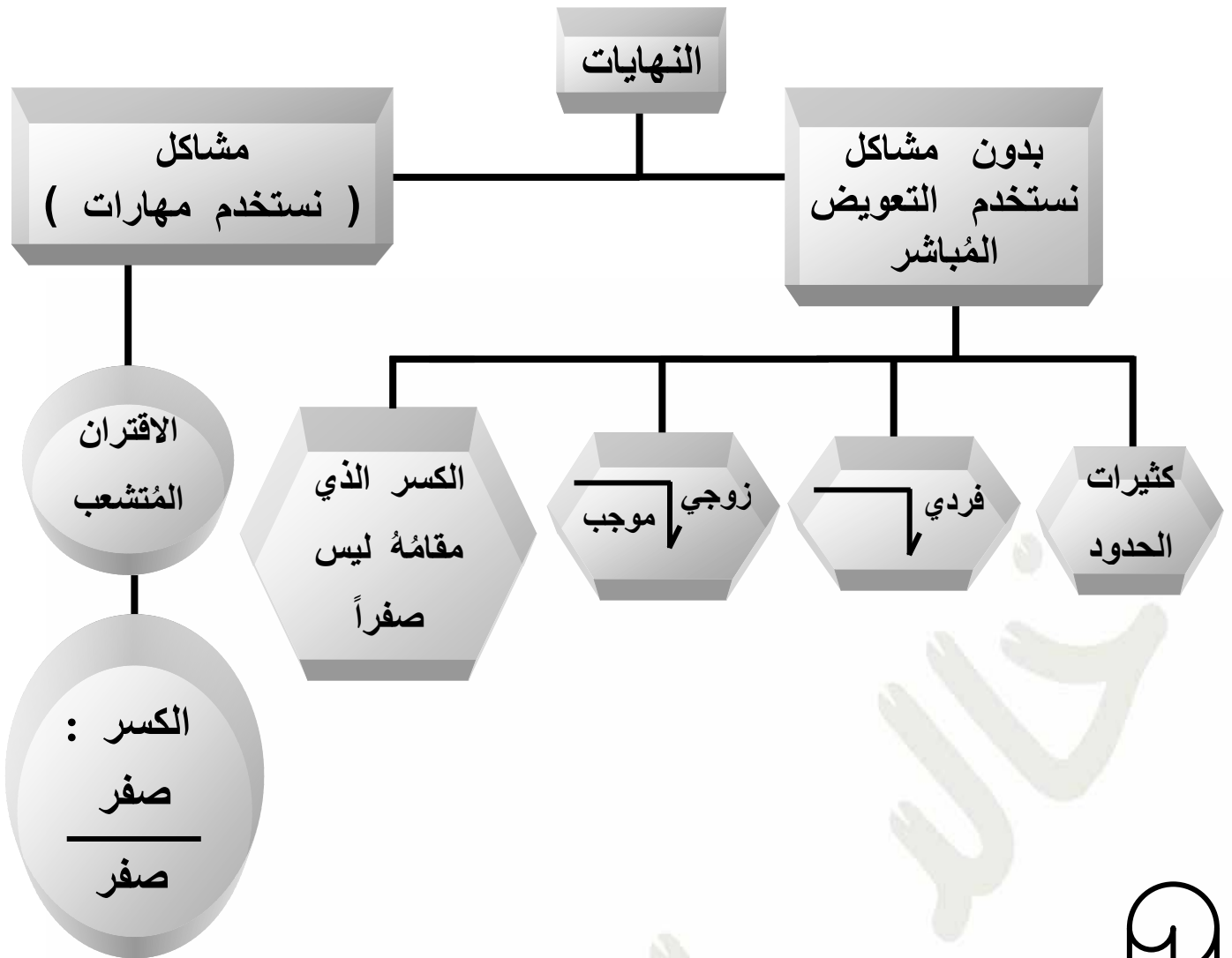
نهـا ق (س) غير موجودة

س ← پ



الحل : ب = - ٢ ، ١

ثانياً : نظريات النهايات



الصورة العامة لاقتربات كثيرات الحدود :

$$ق(س) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s^n} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} + \dots$$

(١) يجب أن تكون قوّة (س) عدد موجب و ليست كسر

٢) أن لا تكون (س) داخل جذر $\sqrt{\quad}$ أو قيمة مُطلقة

أو أكبر عدد صحيح []

(٣) أن لا تكون (س) فى المقام

أمثلة على اقترانات كثيرات حدود :

$$(١) \text{ ق (س) } = \text{س}^٤ + ٣ \text{س}^٢ - ٢$$

$$(٢) \text{ هـ (س) } = \frac{٣}{٤} \text{س}^٣ - ٥ \text{س} + \sqrt{٧}$$

$$(٣) \text{ م (س) } = ٨ \text{س}^٥ - ٦ \text{س}^٩ + ٤ \text{س}^٣$$

الفكرة الأولى : بدون مشاكل نستخدم التعويض المباشر

أولويات العمليات في الحسابات :

أولاً : ما داخل الأقواس ثانياً : القوة (الأسس) و الجذر

ثالثاً : الضرب و القسمة رابعاً : الجمع و الطرح

أوجد قيمة مايلي :

أولاً : كثيرات الحدود

$$(١) \text{ نهـا (س) } = \text{س}^٣ + ٣ \text{س} - ٤$$

س ← ١

$$\text{الحل : (١) } = \text{س}^٣ + ٣ \times ١ - ٤ = ١ + ٣ - ٤ = ٠$$

$$(٢) \text{ نهـا (س) } = ٥ \text{س}^٤ - ٦ \text{س}^٢ + \text{س} - ٧$$

س ← ٢

$$\text{الحل : } ٥ \times (٢) - ٦ \times (٢) + ٢ - ٧ = ٢٠ - ١٢ + ٢ - ٧$$

$$= ٥ \times ١٦ - ٦ \times ٤ + ٢ - ٧ = ٨٠ - ٢٤ + ٢ - ٧$$

$$\text{٤٧}$$

$$= ٥٦ - ٥ = ٥١$$

$$(3) \text{ نهـا } \frac{(1 + 2s)(1 - s)}{s - 3}$$

$$\text{الحل : } (1 - 3 -) \times (1 + 3 - \times 2) :$$

$$20 = 4 - \times 5 - = (4 -) \times (1 + 6 -) =$$

$$(4) \text{ نهـا } \frac{(3 - s^3)}{s - 1}$$

$$\text{الحل : } 8 - = (2 -)^3 = (3 - 1)^3 = (3 - (1 -))^4 :$$

$$\text{زوجية} \quad + = (-) \quad , \quad \text{فردية} \quad - = (-)$$

$$(5) \text{ نهـا } \frac{6s^3}{s - 1} (4 + s + 5 + 3s^2)$$

$$\text{الحل : } (4 + 1 \times 5 + (1) \times 3) \times (1) \times 6 :$$

$$(4 + 5 + 1 \times 3) \times 1 \times 6 =$$

$$(4 + 5 + 3) \times 6 =$$

$$72 = 12 \times 6 =$$

$$(6) \text{ نهـا } \frac{3}{4} (5 + s)$$

٤٨

$$\text{الحل : } 11 = 5 + 6 = 5 + \frac{24}{4} = 5 + 8 \times \frac{3}{4}$$

ثانياً : الجذر الفردي $\sqrt{\quad}$ فردي

(٧) نهـا $\sqrt[3]{٧ + ٥س}$ س ← ٤

الحل : $\sqrt[3]{٣} = \sqrt[3]{٢٧} = \sqrt[3]{٧ + ٢٠} = \sqrt[3]{٧ + ٤ \times ٥} = \sqrt[3]{٧ + ٥س}$

(٨) نهـا $\sqrt[٥]{١٣ - ٣س^٢}$ س ← ٢

الحل : $\sqrt[٥]{١٣ - ٤ \times ٣} = \sqrt[٥]{١٣ - (٢ -) \times ٣}$

$١ - = \sqrt[٥]{١ -} = \sqrt[٥]{١٣ - ١٢} =$

(٩) نهـا $\sqrt[٣]{٣٦ + ٦س - ٢س^٣}$ س ← ٣

الحل : $\sqrt[٣]{٣٦ + ٣ - ٦ \times ٣ - (٣ -) \times ٢} = \sqrt[٣]{٣٦ + ١٨ + ٥٤ -}$

$\sqrt[٣]{٣٦ + ١٨ + ٥٤ -} = \sqrt[٣]{٣٦ + ١٨ + ٢٧ - \times ٢} =$

$\cdot = \sqrt[٣]{\cdot} = \sqrt[٣]{٣٦ + ٣٦ -} =$

ثالثاً : الجذر الزوجي زوجي موجب

(١٠) نهـا $\sqrt{٧س + ٤}$
س ← ٣

الحل : $\sqrt{٧س + ٤} = \sqrt{٢١ + ٤} = \sqrt{٢٥} = ٥$

(١١) نهـا $\sqrt{س^٢ + ٣س + ١٢}$
س ← ٤ -

الحل : $\sqrt{س^٢ + ٣س + ١٢} = \sqrt{س^٢ - ٤س + ١٦ + ٧س - ٤}$

$\sqrt{س^٢ - ٤س + ١٦ + ٧س - ٤} = \sqrt{س^٢ - ٤س + ١٦} = ٤$

رابعاً : الكسر الذي مقامه ليس صفراً

(١٢) نهـا $\frac{س + ١}{س - ٢}$
س ← ٥

الحل : $\frac{س + ١}{س - ٢} = ٥$

$٥(س - ٢) = س + ١$
 $٥س - ١٠ = س + ١$
 $٤س = ١١$
 $س = \frac{١١}{٤}$

$$\frac{3 \text{ س}^2 + 2 \text{ س} - 2}{2 + 3 \text{ س}}$$

(۱۳) نهـا
س ← ۲

$$\frac{2 - 2 - \times 2 + (2 -) \times 3}{}$$

الحل :

$$2 + (2 -)$$

$$1 - = \frac{6}{6 -} = \frac{2 - 4 - + 4 \times 3}{2 + 8 -} =$$

$$\frac{2}{(5 - 3 \text{ س}) - 16}$$

(۱۴) نهـا
س ← ۲

$$9 - 2 \text{ س}$$

$$(5 - 2 \times 3) - 16$$

الحل :

$$9 - 2$$

$$3 - = \frac{15}{5 -} = \frac{1 - 16}{5 -} = \frac{(5 - 6) - 16}{9 - 4} =$$

کوکتیل

$$(5 + \text{س} + 4 - 3 \text{ س}) \text{ نهـا}$$

س ← ۲

$$5 + 2 + 4 - 2 \text{ س} : \text{الحل}$$

۵۱

$$9 = 7 + 2 = 7 + 4 - 2 \text{ س} = 7 + 4 - 8 =$$

(١٦) نهـ _____
 $\sqrt[3]{5 - 3س - 4س + 6}$
 س ← - ١

الحل : $\sqrt[3]{5 - 3 \times 1 - 4 \times 1 + 6}$

$\sqrt[3]{10 + 8} = 6 + 4 + \sqrt[3]{3 + 5} =$

$12 = 10 + 2 =$

(١٧) نهـ _____
 $\frac{10 + 2س}{25 + س^2}$
 س ← - ٥

الحل : $\frac{10 + 5 - \times 2}{25 + 5^2}$

$5 - = 5 - 0 = 5 - \frac{10 + 10 -}{25 + 25} =$

(١٨) نهـ _____
 $\left(\frac{6 + س}{س + س^2} + \sqrt[3]{3 - 4س} \right)$
 س ← - ٦

الحل : $\frac{6 + 6 -}{6 + 6^2} + \sqrt[3]{3 - 6 \times 4}$

$\frac{12}{6 + 36} + \sqrt[3]{3 - 24} =$

$3 - = 0 + 3 - = 0 + \sqrt[3]{27 -} =$

(۱۹) نهيا (س ← ۲) $\left(\sqrt{\text{س} - ۷} + \frac{\text{س} - ۴}{\text{س}} \right)$

الحل: $\sqrt{۲ - ۷} + \frac{۴ - ۲}{۲} =$
 $۶ = ۳ + ۳ = \sqrt{۹} + \frac{۲}{۲} =$

(۲۰) نهيا (س ← ۴) $\left(\frac{۱}{۲\text{س}} + \sqrt{\text{س} - ۵} \right)$

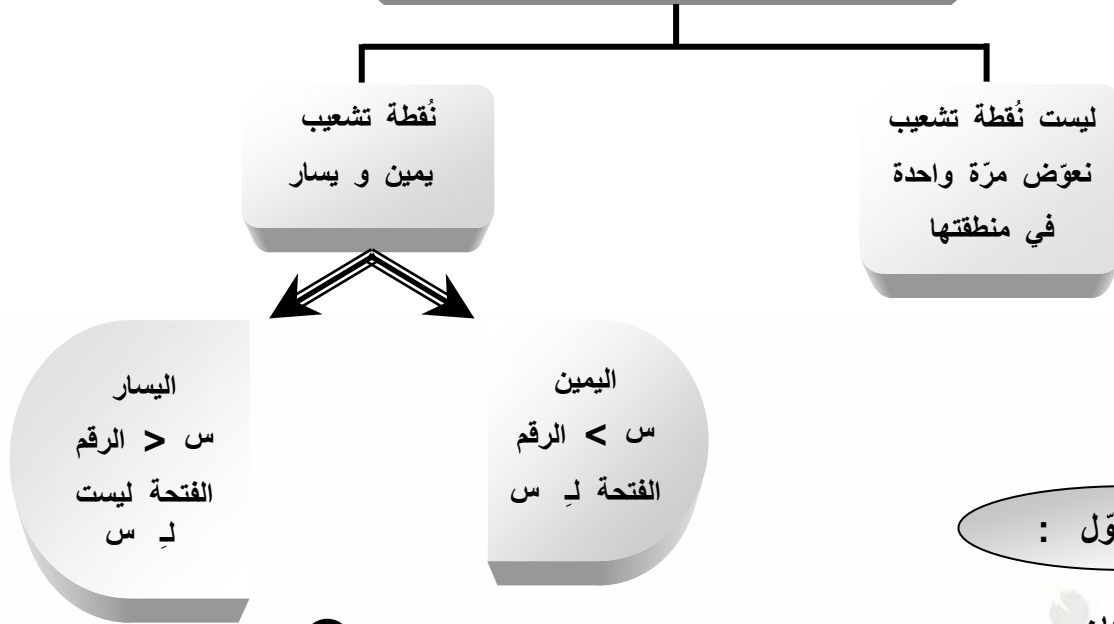
الحل: $\frac{۱}{۴ - ۲} + \sqrt{۴ - ۵} =$
 $\frac{۱}{۸} + ۳ = \frac{۱}{۸} + \sqrt{۹} =$
 $\frac{۲۳}{۸} = \frac{۱}{۸} + \frac{۲۴}{۸} = \frac{۱}{۸} + \frac{۸ \times ۳}{۸ \times ۱} =$

(۲۱) نهيا (س ← ۵) $\frac{۳}{۲ - \text{س}} + \frac{\sqrt{۳\text{س} + ۱ + ۲\text{س}}}{\text{س} - ۷}$

الحل: $\frac{۳}{۲ - ۵} + \frac{\sqrt{۵ \times ۲ + ۱ + ۵ \times ۳}}{۷ - ۵} =$
 $\frac{۳}{-۳} = ۱ + ۷ = \frac{۳}{۳} + \frac{\sqrt{۱۰ + ۱۶}}{۲} =$
 $\frac{۵۳}{۲} = ۱ + ۷ = \frac{۳}{۳} + \frac{\sqrt{۲۶}}{۲} =$

الفكرة الثانية : مشاكل (نستخدم مهارات)

المشكلة الأولى : الاقتران المُتَشَعِب



الشكل الأول :

(٢٢) إذا كان

(١) فقط
نقطة تشعب
تحتاج يمين و يسار

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^1 + 1, \text{س} \leq 1 \\ \text{س}^4 - 2, \text{س} > 1 \end{array} \right\} \text{ق (س)} = \text{جد قيمة مايلي :}$$

أ (نهـ ق (س))
س ← ٠

ب (نهـ ق (س))
س ← ١

ج (نهـ ق (س))
س ← ٣

الحل : أ (نهـ ق (س))
س ← ٠ = ٢ - ٠ = ٢ - ٠ = ٢

ب (نهـ ق (س))
س ← ١ = ١ + ١ = ١ + ١ = ٢

نهـ ق (س))
س ← ١ = ٢ - ١ × ٤ = ٢ - ٤ = ٢

نهـ ق (س))
س ← ١ = ٢

ج (نهـ ق (س))
س ← ٣ = ١ + ٣ = ١ + ٩ = ١٠

(٢٣) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^3 - ٤, \quad \text{س} > ٢ \\ \text{س} + ٢, \quad ٢ \geq \text{س} > ٥ \\ ٩, \quad \text{س} \leq ٥ \end{array} \right\} = \text{هـ (س)}$$

جد قيمة مايلي :

(أ) نهـا $\text{س} \leftarrow ٣ -$ هـ (س) (ب) نهـا $\text{س} \leftarrow ٢$ هـ (س)

(جـ) نهـا $\text{س} \leftarrow ٤$ هـ (س) (د) نهـا $\text{س} \leftarrow ٥$ هـ (س)

(٢) و (٥)
نقطتا تشعيب
تحتاجان يمين و يسار

الحل : (أ) نهـا $\text{س} \leftarrow ٣ -$ هـ (س) = $(٣ -)^3 - ٤$

$$= ٢٧ - ٤ = ٣١$$

(ب) نهـا $\text{س} \leftarrow ٢ +$ هـ (س) = $٢ + ٢ = ٤$

نهـا $\text{س} \leftarrow ٢$ هـ (س) = $(٢)^3 - ٤ = ٨ - ٤ = ٤$

نهـا $\text{س} \leftarrow ٢$ هـ (س) = ٤

(جـ) نهـا $\text{س} \leftarrow ٤$ هـ (س) = $٤ + ٢ = ٦$

(د) نهـا $\text{س} \leftarrow ٥ +$ هـ (س) = ٩

نهـا $\text{س} \leftarrow ٥$ هـ (س) = $٥ + ٢ = ٧$

نهـا $\text{س} \leftarrow ٥$ هـ (س) : غير موجودة

(٢٤) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ س} + ٥ , \quad ٣ > ٢ \\ ١٧ , \quad ٣ \geq \text{س} \geq ٢ \\ ٣ \text{ س} - ١ , \quad ٢ < \text{س} \end{array} \right\} = \text{ق (س)} = \text{جد قيمة مايلي :}$$

(أ) نهـا ق (س) (ب) نهـا ق (س)
 $\text{س} \leftarrow ١$ $\text{س} \leftarrow ٣$

(ج) نهـا ق (س) (د) نهـا ق (س)
 $\text{س} \leftarrow ٥$ $\text{س} \leftarrow ٢$

الحل : (أ) نهـا ق (س) = $٢ \times (١) + ٥ = ٧$
 $\text{س} \leftarrow ١$

(ب) نهـا ق (س) = ١٧
 $\text{س} \leftarrow ٣$

نهـا ق (س) = $٥ + (٣) \times ٢$
 $\text{س} \leftarrow ٣$

$٢٣ = ٥ + ١٨ = ٥ + ٩ \times ٢ =$

نهـا ق (س) : غير موجودة
 $\text{س} \leftarrow ٣$

(ج) نهـا ق (س) = ١٧
 $\text{س} \leftarrow ٥$

(د) نهـا ق (س) = $١ - ١٨ = ١ - ٦ \times ٣$
 $\text{س} \leftarrow ٦$

نهـا ق (س) = ١٧
 $\text{س} \leftarrow ٦$

نهـا ق (س) = ١٧
 $\text{س} \leftarrow ٦$

(٢٥) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 - 1, \text{ س} > 2 \\ \text{س} = 5, \text{ س} = 2 \\ \text{س} + 7, \text{ س} < 2 \end{array} \right\} = \text{م (س)}$$

جد قيمة مايلي :

(أ) نهـا م (س) (ب) نهـا م (س)

س ← 2 س ← 9

(ج) نهـا م (س)

س ← 1 -

الحل : (أ) نهـا م (س) = $\sqrt{2 + 7} = \sqrt{9} = 3$

س ← 2

نهـا م (س) = (2) = 1 - 4 = 3

س ← 2

نهـا م (س) = 3

س ← 2

(ب) نهـا م (س) = $\sqrt{9 + 7} = \sqrt{16} = 4$

س ← 9

(ج) نهـا م (س) = (1 -) = 1 - 1 = 0

س ← 1 -

الشكل الثاني :

(٢٦) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 5, \text{ س} \neq 3 \\ \text{س} - 6, \text{ س} = 3 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

جد قيمة نهـا ق (س)

س ← 3

الحل :

نهـا ق (س) = 5 + 3 × 4 = 17

س ← 3

نجد نهـا

عند (≠)

(٢٧) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٧ \text{ س} - ٤ = \text{ق (س)} \\ ٦ = \text{س} , \\ ٩ = \text{س} \neq ٦ \end{array} \right\}$$

جد قيمة (أ) نهـا ق (س) (ب) نهـا ق (س)
س ← ٦ س ← ٢

(ج) ق (٦)

الحل :

نجد الصورة ق (الرقم)

عند (=)

(أ) نهـا ق (س) = ٩
س ← ٦

(ب) نهـا ق (س) = ٩
س ← ٢

(ج) ق (٦) = ٧ × ٦ - ٤ = ٤٢ - ٤ = ٣٨

الشكل الثالث :

(٢٧) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + ٦ = \text{ق (س)} \\ \text{س} \odot \text{ص} \\ \text{س} \oplus \text{ص} \\ \text{س} + ١ = \text{ق (س)} \end{array} \right\}$$

حيث ص = مجموعة الأعداد الصحيحة ، جد قيمة

(أ) نهـا ق (س) (ب) نهـا ق (س)
س ← ٣ س ← ٥ , ٠

(ج) نهـا ق (س) (د) نهـا ق (س)
س ← ٢ - س ← $\frac{٢}{٨}$

الحل :

(أ) نهـا ق (س) = ٣ + ٦ = ٩
س ← ٣

(ب) نهـا ق (س) = ٤ × ٥ , ٠ + ١ = ٣
س ← ٥ , ٠

(ج) نهـا ق (س) = ٢ - ٦ = ٤
س ← ٢ -

(د) نهـا ق (س) = ٤ × $\frac{٢}{٨}$ + ١ = $١ + \frac{٨}{٨}$
س ← $\frac{٢}{٨}$
٢ = ١ + ١ =

ثالثاً : نهاية خارج قسمة اقترانتين

المشكلة الثانية : الاقترن النسبي (الكسر)

$$\frac{\text{صفر}}{\text{الكسر : صفر}}$$

بتوحيد المقامات

بالضرب بالمرافق

بالتحليل

$$\begin{array}{r} 2 \times 6 - 2 \times 3 \\ \hline 2 - 2 \\ 12 - 4 \times 3 \\ \hline 12 - 12 \\ \hline 0 \end{array} =$$

$$\textcircled{3} \times 2 \times \textcircled{3} - \textcircled{3} \times 3 \times \textcircled{3}$$

أوّلاً : بالتحليل

$$3 \text{ س} - 2 \text{ س}$$

$$2 \text{ س} - 2$$

$$3 \text{ س} (2 \text{ س} - 2)$$

$$2 \text{ س} - 2$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ 2 \leftarrow \text{س} \end{array} \quad (28)$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل : نهـا} \\ 2 \leftarrow \text{س} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} 3 \text{ س} \\ 2 \leftarrow \text{س} \end{array} =$$

$$6 = 2 \times 3 =$$

كل المسائل التالية هي : $\frac{\cdot}{\cdot}$ ، الحل سيكون مُباشرة دون

تعويض ، لكن في الامتحان عوّض لتتأكد أنّها $\frac{\cdot}{\cdot}$

$$\frac{س^2 - 5س + 6}{س^2 - 9}$$

(۲۹) نهـا
س ← ۳

$$\frac{(س - ۳)(س - ۲)}{(س - ۳)(س + ۳)}$$

الحل : نهـا
س ← ۳

$$= \frac{(س - ۲)}{(س + ۳)} = \frac{۲ - ۳}{۳ + ۳} = \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{س^2 + ۳س - ۲۸}{س^2 - ۴س}$$

(۳۰) نهـا
س ← ۴

$$\frac{(س + ۷)(س - ۴)}{(س - ۴)س}$$

الحل : نهـا
س ← ۴

$$= \frac{(س + ۷)}{س} = \frac{۷ + ۴}{۴} = \frac{۱۱}{۴}$$

$$۱ - \frac{(أ - ب)}{(ب - أ)}$$

$$\frac{۲ - ۲س}{س^2 + س - ۲}$$

(۳۱) نهـا
س ← ۱

$$\frac{۱ - ۲(س - ۱)}{(س - ۱)(س + ۲)}$$

الحل : نهـا
س ← ۱

۶۰

$$\frac{s^2 - 3s - 4}{s^2 - 3s}$$

(۳۲) نهـا
س ← ۴

$$\frac{(s - 4)(s + 1)}{s(s - 4)}$$

الحل : نهـا
س ← ۴

$$\frac{5}{3} =$$

$$\frac{s^2 + s}{s^2 - 1}$$

(۳۳) نهـا
س ← ۱ -

$$\frac{1}{2} = \frac{1 -}{2 -} = \frac{s(s + 1)}{(s + 1)(s - 1)}$$

الحل : نهـا
س ← ۱ -

$$\frac{s^3 + 5s^2 + 6s}{s^2 - 4}$$

(۳۴) نهـا
س ← ۲ -

$$\frac{s(s^2 + 5s + 6)}{(s + 2)(s - 2)}$$

الحل : نهـا
س ← ۲ -

$$\frac{s(s + 2)(s + 3)}{(s + 2)(s - 2)}$$

= نهـا
س ← ۲ -

$$\frac{s(s + 3)}{(s - 2)}$$

= نهـا
س ← ۲ -

۶۱

$$\frac{2}{4} = \frac{2 -}{4 -} = \frac{1 \times 2 -}{4 -} = \frac{(3 + 2 -) 2 -}{2 - 2 -} =$$

(٣٥) نهـا
س ← ٤

$$\frac{\text{س}^3 - ٤ \text{س}^2}{\text{س}^2 - ١٦}$$

س (س) (س ← ٤)

الحل : نهـا
س ← ٤

$$\frac{\text{س}^2 (س - ٤)}{(س + ٤) (س - ٤)}$$

$$٢ = \frac{١٦}{٨} = \frac{\text{س}^2}{٤ + ٤} =$$

(٣٦) نهـا
س ← ٢

$$\frac{\text{س}^3 - ٨}{\text{س}^2 - ٢}$$

س (س) (س ← ٢)

الحل : نهـا
س ← ٢

$$\frac{\text{س}^2 (س + ٢ + ٢ \text{س} + ٤)}{\text{س}^2 - ٢}$$

$$٨ = ٤ + ٤ + ٤ = ٤ + ٢ \times ٢ + \text{س}^2 =$$

(٣٧) نهـا
س ← ٣

$$\frac{\text{س}^3 - ٢٧}{\text{س}^3 - ٩ \text{س}}$$

س (س) (س ← ٣)

الحل : نهـا
س ← ٣

$$\frac{\text{س}^2 (س + ٣ + ٣ \text{س} + ٩)}{\text{س}^2 (س - ٣)}$$

$$٣ = \frac{٢٧}{٩} = \frac{٩ + ٩ + ٩}{٩} = \frac{٩ + ٣ \times ٣ + \text{س}^2}{٣ \times ٣} =$$

٦٢

$$\begin{array}{r} \text{س}^3 + 64 \\ \hline \text{س} + 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{نهـ} \\ \text{س} \leftarrow - 4 \end{array} \quad (38)$$

$$\frac{(\text{س}^2 - 4\text{س} + 16)(\cancel{\text{س} + 4})}{\cancel{\text{س} + 4}} \quad \begin{array}{l} \text{نهـ} \\ \text{س} \leftarrow - 4 \end{array} \quad \text{الحل :}$$

$$= - 4^2 - 4 \times - 4 + 16 = 16 + 16 + 16 = 48$$

$$\begin{array}{r} \text{س}^4 + 27\text{س} \\ \hline \text{س} + 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{نهـ} \\ \text{س} \leftarrow - 3 \end{array} \quad (39)$$

$$\frac{\text{س}(\text{س}^3 + 27)}{\text{س} + 3} \quad \begin{array}{l} \text{نهـ} \\ \text{س} \leftarrow - 3 \end{array} \quad \text{الحل :}$$

$$\frac{\text{س}(\text{س}^3 - 3\text{س} + 9)(\cancel{\text{س} + 3})}{\cancel{\text{س} + 3}} \quad \begin{array}{l} \text{نهـ} \\ \text{س} \leftarrow - 3 \end{array}$$

$$= - 3^2 - 3 \times - 3 + 9 = 9 + 9 + 9$$

$$= - 3 - 27 = 81$$

$$\begin{array}{r} \text{س}^4 - 9 \text{س}^2 \\ \hline \text{س}^3 - 27 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{س} \leftarrow 3 \end{array} \quad (40)$$

$$\begin{array}{r} \text{س}^2 (\text{س}^2 - 9) \\ \hline (\text{س} - 3) (\text{س}^2 + 3\text{س} + 9) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{الحل : نهـا} \\ \text{س} \leftarrow 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{س}^2 (\text{س} - 3) (\text{س} + 3) \\ \hline (\text{س} - 3) (\text{س}^2 + 3\text{س} + 9) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{س} \leftarrow 3 \end{array} =$$

$$\begin{array}{r} 3(3 + 3) \\ \hline 9 + 3 \times 3 + 3 \end{array} =$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 9 \\ \hline 9 + 9 + 9 \end{array} =$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \hline 27 \end{array} =$$

$$2 =$$

نأخذ عامل مُشترك القوّة الأصغر

الحد الذي يبقى فيه سينات
يكون تعويضه صفراً

$$\frac{7}{5} = \frac{7 - \cancel{5}}{5 - \cancel{5}} = \frac{(7 - 5)}{(5 - 5)} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 0$$

$$\frac{5^2 - 7^2}{5^3 - 7^3} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 0$$

$$\frac{5^3 + 12^3}{5^3 - 6^3} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 0$$

$$\frac{(5^3 + 12^3)}{(5^3 - 6^3)} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 0$$

$$2 - = \frac{12}{6 -} =$$

فكرة خاصّة :

(٤٢) إذا كان ق (س) = س

$$\frac{ق^2 (س) - ق (٩)}{س + ٣} \quad \text{فجد نهـا : س} \leftarrow 3$$

$$\frac{س^2 - ٩}{س + ٣} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 3$$

$$\frac{(س - ٣)(س + ٣)}{س + ٣} \quad \text{نهـا : س} \leftarrow 3$$

$$6 - = 3 - 3 - =$$

٤٣ (إذا كان ق (س) = س^٣

ق (س) - ق (٢)

فجد نهـا
س ← ٢

س - ٢
س^٣ - (٢)
الحل : نهـا
س ← ٢

س^٣ - ٨
س - ٢
= نهـا
س ← ٢

س^٣ - ٨
س - ٢
= نهـا
س ← ٢

س^٣ - ٨
س - ٢
= نهـا
س ← ٢

ثانياً : بالضرب بالمرافق

مُرافق

$$(\text{رقم} + \sqrt{\quad}) \times (\text{رقم} - \sqrt{\quad})$$

نعكس الإشارة

$$(\text{رقم} - \sqrt{\quad}) \times (\text{رقم} + \sqrt{\quad})$$

$$\frac{2 - \sqrt{5 - 9}}{9 - 9}$$

(٤٤) نهـا
س ← ٩

$$\frac{2 + \sqrt{5 - 9}}{2 + \sqrt{5 - 9}}$$

×

$$\frac{2 - \sqrt{5 - 9}}{9 - 9}$$

الحل : نهـا
س ← ٩

شيل الجذر — رُبّع

$$2 - \sqrt{5 - 9}$$

$$\frac{(2 + \sqrt{5 - 9})(9 - 9)}{(9 - 9)}$$

= نهـا
س ← ٩

$$\frac{(2 + \sqrt{5 - 9})(9 - 9)}{(9 - 9)}$$

$$\frac{(2 + \sqrt{5 - 9})(9 - 9)}{(9 - 9)}$$

= نهـا
س ← ٩

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5 - 9}}$$

=

$$\frac{1}{2 + \sqrt{5 - 9}}$$

= نهـا
س ← ٩

$$\frac{1}{4} =$$

=

$$\frac{1}{2 + 2} =$$

=

$$\frac{1}{2 + \sqrt{4}} =$$

$$\frac{3 - \sqrt{6 + s}}{s - 3}$$

(٤٥) نهـا
س ← ٣

$$\frac{3 + \sqrt{6 + s}}{3 + \sqrt{6 + s}}$$

$$\times \frac{3 - \sqrt{6 + s}}{s - 3}$$

الحل : نهـا
س ← ٣

$$9 - 6 + s$$

$$= \frac{(3 + \sqrt{6 + s})(3 - \sqrt{6 + s})}{s - 3}$$

$$(\cancel{s - 3})$$

$$= \frac{(3 + \sqrt{6 + s})(\cancel{s - 3})}{s - 3}$$

$$= \frac{1}{3 + \sqrt{6 + s}} = \frac{1}{3 + \sqrt{6 + s}}$$

$$= \frac{1}{3 + \sqrt{9}} = \frac{1}{3 + 3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2 - \sqrt{4 + s}}{s}$$

(۴۶) نهيا
س ← ۰

$$\frac{2 + \sqrt{4 + s}}{2 + \sqrt{4 + s}}$$

$$\times \frac{2 - \sqrt{4 + s}}{s}$$

الحل : نهيا
س ← ۰

$$\frac{s + 4 - 4}{s(2 + \sqrt{4 + s})}$$

= نهيا
س ← ۰

$$\frac{s}{s(2 + \sqrt{4 + s})}$$

= نهيا
س ← ۰

$$\frac{1}{2 + \sqrt{4 + 0}}$$

$$\frac{1}{2 + \sqrt{4 + s}}$$

= نهيا
س ← ۰

$$\frac{1}{4}$$

=

$$\frac{1}{2 + 2}$$

=

$$\frac{1}{2 + \sqrt{4}}$$

=

(٤٧) نهـا
س ← ٨

$$\frac{3 + \sqrt{1 + s}}{3 + \sqrt{1 + s}} \times \frac{s - 8}{s - 8}$$

الحل : نهـا
س ← ٨

$$\frac{(3 + \sqrt{1 + s})(s - 8)}{9 - 1 + s}$$

= نهـا
س ← ٨

$$\frac{(3 + \sqrt{1 + s})(\cancel{s - 8})}{(\cancel{s - 8})}$$

= نهـا
س ← ٨

$$6 = 3 + 3 = 3 + \sqrt{9} = 3 + \sqrt{1 + 8} =$$

(٤٨) نهـا
س ← ٥

$$\frac{5 + \sqrt{5 + s}}{5 + \sqrt{5 + s}} \times \frac{s - 20}{s - 20}$$

الحل : نهـا
س ← ٥

$$\frac{(5 + \sqrt{5 + s})(s - 20)}{25 - 5 + s}$$

= نهـا
س ← ٥

$$\frac{(5 + \sqrt{5 + s})(\cancel{s - 20})}{(\cancel{s - 20})}$$

= نهـا
س ← ٥

$$\frac{5}{100} = \frac{5}{(5 + \sqrt{5 + s})(\cancel{s - 20})}$$

٧٠

(٤٩) نهـا
س ← ٠

$$\frac{\sqrt{s^2 + 4} - 2}{s} \times \frac{\sqrt{s^2 + 4} - 2}{s}$$

الحل : نهـا
س ← ٠

$$= \frac{(\sqrt{s^2 + 4} - 2)(\sqrt{s^2 + 4} - 2)}{s}$$

$$= \frac{s^2 + 4 - 4 - 2s}{s}$$

$$= \frac{s^2 - 2s}{s}$$

$$= \sqrt{s^2 + 4} - 2 = 2 + 2 = 4 = s$$

(٥٠) نهـا
س ← ٤

$$\frac{\sqrt{s} + 2}{s} \times \frac{\sqrt{s} - 2}{s}$$

الحل : نهـا
س ← ٤

$$= \frac{(\sqrt{s} + 2)(\sqrt{s} - 2)}{s}$$

$$= \frac{s - 4}{s}$$

$$= \sqrt{s} - 2 = 2 + 2 = 4 = s$$

$$\frac{2 - \sqrt{s + 1}}{s - 3}$$

(۵۱) نهـا
س ← ۳

$$\frac{2 + \sqrt{s + 1}}{2 + \sqrt{s + 1}}$$

$$\times \frac{2 - \sqrt{s + 1}}{s - 3}$$

الحل : نهـا
س ← ۳

$$\frac{4 - (s + 1)}{(2 + \sqrt{s + 1})(s - 3)}$$

= نهـا
س ← ۳

$$\frac{4 - s - 1}{(2 + \sqrt{s + 1})(s - 3)}$$

= نهـا
س ← ۳

$$\frac{1 - s}{(2 + \sqrt{s + 1})(s - 3)}$$

= نهـا
س ← ۳

$$\frac{1 - s}{4} =$$

ثالثاً : بتوحيد المقامات

$$\frac{1}{2س} - \frac{1}{س+1}$$

(٥٢) نهـا
س ← ١

س - ١

٢س - س - ١

الحل : نهـا
س ← ١

(١ - س) (٢س) (س + ١)

~~س - ١~~

= نهـا
س ← ١

(١ - س) (٢س) (س + ١)

= نهـا
س ← ١

$\frac{1}{4} = \frac{1}{(س+1)(2س)}$

$$\frac{1}{2س} - \frac{1}{س+3}$$

(٥٣) نهـا
س ← ٣

س - ٣

٢س - س - ٣

الحل : نهـا
س ← ٣

(٣ - س) (٢س) (س + ٣)

~~س - ٣~~

= نهـا
س ← ٣

(٣ - س) (٢س) (س + ٣)

= نهـا
س ← ٣

$\frac{1}{36} = \frac{1}{(س+3)(2س)}$

٧٣

$$\frac{1}{2 + s} - \frac{1}{3s}$$

(۵۴) نهـا
س ← ۱

س ← ۱

$$س + ۲ - ۳س$$

$$\frac{س(۳) (س + ۲) (س - ۱)}{(س - ۱) (س + ۲) (س - ۱)}$$

الحل : نهـا
س ← ۱

$$۲ - ۲س + ۲$$

$$\frac{۲ - ۲س + ۲}{(س - ۱) (س + ۲) (س - ۱)}$$

= نهـا
س ← ۱

$$\frac{۲ - ۲س + ۲}{(س - ۱) (س + ۲) (س - ۱)} = \frac{۲ - ۲س + ۲}{(س - ۱) (س + ۲) (س - ۱)}$$

= نهـا
س ← ۱

$$\frac{۵}{س} + \frac{۳ - س}{۶ + س}$$

(۵۵) نهـا
س ← ۲ -

$$س + ۲$$

$$\frac{س^۲ - ۳س + ۲س + ۳۰}{(س - ۲) (س + ۶) (س + ۲)}$$

الحل : نهـا
س ← ۲ -

$$س^۲ + ۱۷س + ۳۰$$

$$\frac{س^۲ + ۱۷س + ۳۰}{(س - ۲) (س + ۶) (س + ۲)}$$

= نهـا
س ← ۲ -

$$(س + ۱۵) (س + ۲)$$

$$\frac{(س + ۱۵) (س + ۲)}{(س - ۲) (س + ۶) (س + ۲)}$$

= نهـا
س ← ۲ -

$$\frac{۱۳}{۴} =$$

$$\frac{\frac{s+2}{s-2} - \frac{s}{s-3}}{s-6}$$

(۵۶) نهـا
س ← ۶

$$\frac{s^2 - 2s - s^2 + 3s + 2 - s + 6}{(s-6)(s-2)(s-3)}$$

الحل : نهـا
س ← ۶

$$\frac{(s-6)(s-2)(s-3)}{(s-6)(s-2)(s-3)}$$

= نهـا
س ← ۶

$$\frac{1}{12} =$$

$$\frac{\frac{2}{10+s} + \frac{1}{s-5}}{s-3}$$

(۵۷) نهـا
س ← ۰

$$\frac{10 - s + 10 + s}{(s-5)(10+s)(s-3)}$$

الحل : نهـا
س ← ۰

$$\frac{\frac{2}{s-3}}{(s-5)(10+s)(s-3)}$$

= نهـا
س ← ۰

$$\frac{2}{10 \times 5} =$$

$$\frac{2}{50} =$$

حالة خاصة

عندما نعوض في
النهاية و يكون الناتج

رقم

صفر

تكون النهاية
غير موجودة

بحيث يكون الرقم
في البسط ليس صفراً

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 1 - 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \quad (58)$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 1 - 1 \end{array} \quad \text{الحل :}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \text{صفر} \end{array} =$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 1 - 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \quad \text{إذا} \quad \text{غير موجودة}$$

فكرة إعطائي نهايات جاهزة

الشكل الأول :

$$(59) \text{ إذا كانت } \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \text{ ق (س) } = 5, \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \text{ هـ (س) } = 3$$

$$\text{جد قيمة } \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \text{ (ق (س) } \times \text{ (هـ (س)) } \text{)}^3$$

$$\text{الحل : } \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \text{ ق (س) } \times \begin{array}{r} \text{نها} \\ \hline 1 \leftarrow \text{س} \end{array} \text{ هـ (س) } \text{)}^3$$

$$= 5 \times (3)^3$$

$$= 5 \times 27$$

$$= 135$$

٦٠) إذا كانت نهـا ق (س) = ٤ ، نهـا هـ (س) = ٥
 س ← ٧ س ← ٧

جد قيمة نهـا ق (س) + ٢ هـ (س) + ٤ س + ٣ (س ← ٧)

الحل : نهـا ق (س) + نهـا ٢ هـ (س) + نهـا (٣ + س) (س ← ٧ س ← ٧ س ← ٧)

$$٤٥ = ٣ + ٢٨ + ١٠ + ٤ = ٣ + ٧ \times ٤ + ٥ \times ٢ + ٤ =$$

٦١) إذا كانت نهـا ق (س) = ٥ ، نهـا هـ (س) = ٢
 س ← ٣ س ← ٣

جد قيمة نهـا ق ٣ (س) + هـ (س) - ٣ س (س ← ٣)

الحل : = نهـا ق ٣ (س) + هـ (س) - ٣ س (س ← ٣)

$$٢ = ٨ \sqrt[٣]{} = ٩ - ٢ + ١٥ \sqrt[٣]{} =$$

٦٢) إذا كانت نهـا ق (س) = ٥
 س ← ٢

جد قيمة نهـا ق ٦ س (س) + ٣ (س ← ٢)

$$٦٣ = ٣ + ٦٠ = ٣ + ٥ \times ٢ \times ٦ =$$

٦٣) إذا كانت نهـا ق (س) = ٧ ، نهـا هـ (س) = ٣ -
 س ← ٢ - س ← ٢ -

جد قيمة نهـا ق ٢ (س) + هـ (س) - س (س ← ٢ - س ← ٢ -)

الحل : نهـا ق ٢ (س) + نهـا هـ (س) - نهـا س (س ← ٢ - س ← ٢ - س ← ٢ -)

$$٧٧ \quad ٢٥ = ٢ + ٩ + ١٤ = ٢ - - ٣ - + ٧ \times ٢ =$$

(٦٤) إذا كانت نهـا ق (س) = ٦ - ، نهـا هـ (س) = ٤
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٢ \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{matrix}$

جد نهـا ق (س) + (هـ (س) + ١) - ٣ س
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٢ \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{matrix}$

الحل : نهـا ق (س) + نهـا هـ (س) + ١ - نهـا ٣ س
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٢ \\ \text{س} \leftarrow ٢ \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{matrix}$

$$١٣ = ٦ - ٢٥ + ٦ - = ٢ \times ٣ - (١ + ٤) + ٦ - =$$

(٦٥) إذا كانت نهـا ق (س) = ٨ - ، نهـا هـ (س) = ٤
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٣ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{matrix}$

جد نهـا ق (س) - (هـ (س) + ٥ س)
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٣ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{matrix}$

$$\text{الحل : } \frac{٨ -}{٤} - \frac{٤}{٤} = ٣ \times ٥ + ٢ - = ٣ - = ١٥ + ١٦ - ٢ - = ٣ -$$

(٦٦) إذا كانت نهـا ق (س) = ٤ ، نهـا هـ (س) = ٨ -
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٣ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{matrix}$

جد نهـا ق (س) - (هـ (س) + س هـ (س))
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٣ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{matrix}$

$$\text{الحل : } \sqrt{٨ - - ٤ \times ٢} + ٨ - \times ٣ = ٨ -$$

$$= \sqrt{٨ + ٨} + ٢٤ - = \sqrt{١٦} - ٢٤ = ٤ - ٢٤ = ٢٠ -$$

(٦٧) إذا كانت نهـا ق (س) = ٩ ، نهـا هـ (س) = ٣
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٦ \\ \text{س} \leftarrow ٦ \end{matrix}$

جد نهـا ق (س) + (هـ (س) + س ق (س))
 $\begin{matrix} \text{س} \leftarrow ٦ \\ \text{س} \leftarrow ٦ \end{matrix}$

$$\text{الحل : } \sqrt{٩ + ٣ \times ٩} + ٩ \times ٦ = ٩$$

$$= \sqrt{٩ + ٢٧} + ٣٢٤ = \sqrt{٣٦} + ٣٢٤ = ٦ + ٣٢٤ = ٣٣٠$$

٦٨) إذا كانت نهـا ق (س) = ٧ - ، نهـا هـ (س) = ٢
 س ← ٥ س ← ٥

$$\begin{aligned} & \text{٢ ق (س) - ٣ هـ (س)} \\ & \text{فبـين أن نهـا} \\ & \text{س ← ٥} \\ & \text{٢ ق (س) + س + ٧} \\ & \text{٢ × ٣ - ٧ - ٢} \\ & \text{الحل :} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{٧ + ٥ + ٧ -} \\ & \text{٦ - ١٤ -} \\ & \text{٥} \\ & \text{٢٠ -} \\ & \text{٥} \\ & \text{٤ - = ٤ - =} \end{aligned}$$

و هو المطلوب

الشكل الثاني :

٦٩) إذا كانت نهـا ق (س) = ٣ - ، نهـا هـ (س) = ٦
 س ← ٣ س ← ٣

$$\begin{aligned} & \text{جد نهـا} \\ & \text{س ← ٣} \\ & \text{(س ق (س) - ٣ هـ (س) + ٥)} \\ & \text{الحل : نهـا} \\ & \text{س ← ٣} \\ & \text{(س ق (س) - ٣)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{نهـا ق (س) - نهـا} \\ & \text{س ← ٣ س ← ٣} \\ & \text{٢ = ٣ - نهـا} \\ & \text{س ← ٣} \\ & \text{نهـا ق (س) = ٣ -} \\ & \text{س ← ٣} \\ & \text{٢ = ٣ -} \\ & \text{٣ + ٣ +} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{نهـا ق (س) = ٥} \\ & \text{س ← ٣} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{نهـا س ق (س) - نهـا ٣ هـ (س) + نهـا} \\ & \text{س ← ٣ س ← ٣ س ← ٣} \\ & \text{٥ = ٣ - نهـا ٣ هـ (س) + نهـا} \\ & \text{س ← ٣ س ← ٣} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{٥ + ٣٦ × ٣ - ٥ × ٩ = ٥ + ٦ × ٣ - ٥ × ٣ =} \\ & \text{٥٨ - = ٥ + ١٠٨ - ٤٥ =} \\ & \text{٧٩} \end{aligned}$$

(٧٠) إذا كانت نهـا ق (س) = ١٢ ، نهـا س هـ (س) = ١٠

$$\text{جد نهـا س هـ (س)} = \left(٨ + \frac{\text{ق (س)}}{١ - \text{س}} \right)$$

الحل : نهـا س هـ (س) = ١٠

$$\text{نهـا س هـ (س)} \times \text{نهـا س هـ (س)} = ١٠$$

$$\frac{١٠}{٢} = \text{نهـا س هـ (س)} \times \frac{٢}{٢} \Rightarrow \text{نهـا س هـ (س)} = ٥$$

$$\text{نهـا س هـ (س)} = ٨ + \frac{\text{ق (س)}}{١ - \text{س}}$$

$$٣٦ = ٤٠ + ٤ - = ٥ \times ٨ + \frac{١٢}{٣} =$$

(٧١) إذا كانت نهـا (ق (س) + س + ١) = ٩

$$\text{جد نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

الحل : نهـا (ق (س) + س + ١) = ٩

$$\text{نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

$$\text{نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

$$\text{نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

$$\text{نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

$$\text{نهـا (ق (س) + س + ١)} = ٩$$

$$(٧٢) \text{ إذا كانت نهـا } (ق (س) + س^3 - 3) = ٥$$

$$\text{جد نهـا } 3 (ق (س))$$

$$\text{الحل : نهـا } (ق (س) + س^3 - 3) = ٥$$

$$٥ = 3 \text{ نهـا } - 3 \text{ نهـا } + (ق (س) + س^3 - 3)$$

$$٥ = 3 - (1 -) + (ق (س) + س^3 - 3)$$

$$٥ = 3 - 1 - (ق (س) + س^3 - 3)$$

$$٥ = 4 - (ق (س) + س^3 - 3)$$

$$٩ = (ق (س) + س^3 - 3)$$

$$٢٤٣ = ٨١ \times 3 = 9 \times 3 = 3 (ق (س))$$

الشكل الثالث :

$$(٧٣) \text{ إذا كانت نهـا } (س - 1) = 1, \text{ نهـا } (س + 1) = 3$$

$$\text{جد نهـا } (س^2 - 1)$$

الحل : حسب حل الكتاب

$$\text{نهـا } (س^2 - 1)$$

$$= (س - 1) (س + 1)$$

$$= (س - 1) (س + 1)$$

$$3 = 3 \times 1 =$$

الحل الأسرع : التعويض دون الاعتماد على المُعطيات

$$3 = 1 - 4 = 1 - 2 = (س^2 - 1)$$

حالة خاصّة

(٧٤) إذا كانت نهـا ق (س) = ٦ ، نهـا هـ (س) = ٢ - ١ ← س

$$\begin{array}{r} \text{جد نهـا} \\ \hline \text{ق (س) + ٣ س} \\ \hline \text{هـ (س) + ٢} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{س ← ١} \end{array}$$

$$\text{الحل :} \quad \frac{٩}{٠} = \frac{١ \times ٣ + ٦}{٢ + ٢ -}$$

إذا النهاية المطلوبة غير موجودة

المجاهيل في النهايات

في الاقتران العادي

نعوض بدل قيمة

(س)

ثم نحل المعادلة الناتجة

و نجد قيمة المجهول

في الاقتران المُتَشَعَّب

نبدأ بـ

$$\text{نهـ} \text{ا} \text{ق (س)} = \text{نهـ} \text{ا} \text{ق (س)}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{أ}$$

$$\text{س} \leftarrow \text{أ}$$

ثم نحل المعادلة الناتجة و نجد قيمة المجهول

النوع الأول : الاقتران المُتَشَعَّب

الفكرة الأولى : المجهول داخلي

الحالة الأولى : مجهول واحد

(٧٥) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > ٢ , \text{س}^٣ + ٤ \\ \text{س} \leq ٢ , \text{س} + \text{أ} \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كانت نهـا ق (س) موجودة ، جد قيمة (أ)

$$\text{الحل : } \text{نهـ} \text{ا} \text{ق (س)} = \text{نهـ} \text{ا} \text{ق (س)}$$

$$٢ - + \text{أ} = ٣ \times ٢ - + ٤$$

$$٢ - + \text{أ} = ٣ \times ٤ + ٤$$

$$٢ - + \text{أ} = ١٢ + ٤$$

$$٢ - + \text{أ} = ١٦$$

$$٢ + \text{أ} = ١٨$$

(٧٦) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) = } \left\{ \begin{array}{l} \text{س}^3 - 4, \text{ س} \leq 2 \\ \text{أ س} + 3, \text{ س} > 2 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

و كانت نهـا ق (س) موجودة ، جد قيمة (أ)

$$\text{الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)}$$

$$\text{س}^3 - 4 = \text{أ س} + 3$$

$$8 - 4 = \text{أ} \times 2 + 3$$

$$4 = 2\text{أ} + 3$$

$$4 - 3 = 2\text{أ} + 3 - 3$$

$$\frac{1}{2} = \text{أ} \iff \frac{2\text{أ}}{2} = \frac{1}{2}$$

(٧٧) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) = } \left\{ \begin{array}{l} \text{س}^2 + 4, \text{ س} > 2 \\ 10, \text{ س} = 2 \\ \text{أ س} + 6, \text{ س} < 2 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

فما قيمة (أ) التي تجعل نهـا ق (س) موجودة ؟

$$\text{الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)}$$

$$4 + 2 = 6 + 2\text{أ}$$

$$8 = 6 + 2\text{أ}$$

$$8 - 6 = 6 + 2\text{أ} - 6$$

$$2 = 2\text{أ} \iff \frac{2}{2} = \frac{2\text{أ}}{2}$$

في حالة
المجهول
في
النهايات
لا نستخدم
المساواة

(٧٨) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) = } \left\{ \begin{array}{l} \text{س}^3, \text{ س} \geq 3 \\ \text{م س}, \text{ س} < 3 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

فما قيمة الثابت (م) التي تجعل نهـا ق (س) موجودة ؟
 $\text{س} \leftarrow 3$

الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
 $\text{س} \leftarrow 3$

$$\text{م} \times 3 = 3^3 \iff \frac{\text{م} \times 3}{3} = \frac{27}{3} \iff \text{م} = 9$$

(٧٩) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) = } \left\{ \begin{array}{l} \text{س}^2 - \text{ل}, \text{ س} \leq 1 \\ \text{ل س} + 3, \text{ س} > 1 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

فما قيمة الثابت (ل) التي تجعل نهـا ق (س) موجودة ؟
 $\text{س} \leftarrow 1$

الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
 $\text{س} \leftarrow 1$

$$5 \times 1 - \text{ل} = \text{ل} \times 1 + 3$$

$$5 - \text{ل} = \text{ل} + 3$$

$$5 - \text{ل} = \text{ل} + 3$$

$$\text{ل} + \text{ل}$$

$$5 - 3 = \text{ل} + \text{ل}$$

$$2 = 2\text{ل}$$

$$\text{ل} = 1 \iff \frac{2}{2} = \frac{2\text{ل}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ \text{ س} - \text{أ} , \text{ س} > ١ \\ \text{ب} \text{ س}^٢ + ٧ , \text{ س} \leq ١ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كانت نهـا ق (س) = ١٦ ، نهـا ق (س) موجودة
 س ← ٣

فما قيمة كل من الثابتين (أ ، ب) ؟

الحل : نهـا ق (س) = ١٦
 س ← ٣

$$\text{ب} \times ٣^٢ + ٧ = ١٦$$

$$\begin{array}{r} ٩ \text{ ب} + ٧ = ١٦ \\ ٧ - \quad ٧ - \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{٩}{٩} = \frac{٩ \text{ ب}}{٩}$$

$$١ = \text{ب}$$

$$\begin{array}{r} \text{نهـا ق (س)} = \text{نهـا ق (س)} \\ + \\ \text{س} \leftarrow ١ \end{array}$$

$$\text{ب} \times ١^٢ + ٧ = ٥ \times ١ - \text{أ}$$

نعوّض بدل قيمة (ب)

$$\text{ب} + ٧ = ٥ - \text{أ}$$

$$١ + ٧ = ٥ - \text{أ}$$

$$٨ = ٥ - \text{أ}$$

$$\begin{array}{r} ٥ - \quad ٥ - \\ \hline \end{array}$$

$$\text{أ} - = ٣$$

$$\text{أ} = ٣ -$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ أ } - \text{س} , \text{س} > 2 \\ 3 \text{ ب } + \text{س} , \text{س} \leq 2 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كانت نهـا ق (س) = ٨ ، نهـا ق (س) موجودة
 س ← ١ س ← ٢

فما قيمة كل من الثابتين (أ ، ب) ؟

الحل : نهـا ق (س) = ٨
 س ← ١

$$3 \text{ أ } - 1 = 8$$

$$1 + 1 +$$

$$\frac{9}{3} = \frac{3 \text{ أ}}{3}$$

$$3 = \text{أ}$$

$$\text{نهـا ق (س)} = \text{نهـا ق (س)} \\ \text{س ← ٢} \quad \text{س ← ٢}$$

$$\text{ب } \times 2 + \text{أ} = 3 - \text{أ} \quad \text{نعوّض بدل قيمة (أ)}$$

$$8 \text{ ب } + 3 = 3 \times 3 - 2$$

$$8 \text{ ب } + 3 = 9 - 2$$

$$7 = 3 + 8 \text{ ب}$$

$$3 - 3 -$$

$$\frac{4}{8} = \frac{8 \text{ ب}}{8}$$

$$\frac{4}{8} = \text{ب}$$

(٨٢) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س) = } \left\{ \begin{array}{l} \text{ه س}^3 , \text{ س} > \text{أ} \\ \text{ه}^4 , \text{ س} \leq \text{أ} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

و كانت نهـا ق (س) موجودة ، فما قيمة الثابت (أ) ؟
س ← أ

الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
س ← أ + س ← أ

$$\frac{\text{ه س}^3}{\text{ه}} = \frac{\text{ه}^4}{\text{ه}} \iff \text{ه س}^3 = \text{ه}^4$$

$$\sqrt[3]{\text{ه س}^3} = \sqrt[3]{\text{ه}^4}$$

$$\text{أ} = 2$$

النوع الثاني : الاقتران العادي

(٨٣) إذا كانت نهـا ق (س + ٥) = ٢١ ، فما قيمة الثابت (م) ؟
س ← ٨

الحل : م × ٨ + ٥ = ٢١

$$٢١ = ٥ + م ٨$$

$$٥ - ٥$$

$$\frac{١٦}{٨} = \frac{م ٨}{٨}$$

$$٢ = م$$

٨٤) إذا كانت نهـا (س + ج) = ٨ ، فما قيمة الثابت (ج) ؟
 س ← ٥

الحل : $٨ = ج + ٥$

$$\begin{array}{r} ٥ - \quad \quad \quad ٥ - \\ \hline ج = ٣ \end{array}$$

٨٥) إذا كانت نهـا (ج س^٢ + ٣) = ٧ ، فما قيمة الثابت (ج) ؟
 س ← ٢

الحل : $٧ = ٣ + ج \times ٢$

$٧ = ٣ + ج \times ٢$

$$\begin{array}{r} ٣ - \quad \quad ٣ - \\ \hline ج = ١ \end{array}$$

$$\frac{٤}{٤} = \frac{ج \times ٢}{٤}$$

$ج = ١$

الفصل الثاني : الاتصال

أَوَّلًا : الاتصال عند نقطة

شروط الاتصال عند نقطة (س = أ)

(١) (ق) مُعرّف عند (أ) ، أيّ أنّ ق (أ) عدد حقيقي

(٢) نهـا ق (س) موجودة

س ← أ

(٣) نهـا ق (س) = ق (أ)

س ← أ

اقتربات كثيرات الحدود مُتصلة على جميع الأعداد الحقيقية

لإيجاد قيمة الاقتران عند عدد (ق (أ)) في الاقتران المُتشعب

نعوّض عند المُساواة : = ، ≤ ، ≥

الاقتربات النسبية (الكسور) غير مُعرّفة عند أصفار المقام

أصفار المقام : هي القيم التي تجعل قيمة المقام (صفر)

(٨٦) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \begin{cases} \text{س} + ٢ , & \text{س} \leq ٣ \\ \text{س}^٢ - ٤ , & \text{س} > ٣ \end{cases} \end{array} \right\}$$

ابحث في اتصال (ق) عند $\text{س} = ٣$

الحل : ق مُعرّف عند $\text{س} = ٣$

$$\text{ق (٣)} = ٣ + ٢ = ٥$$

$$\begin{array}{c} \text{نها} \\ \text{ق (س)} = ٥ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

النهاية من اليمين نفس
جواب ق (٣) لأنّ
المساواة هي نفس
جهة اليمين \leq

$$\begin{array}{c} \text{نها} \\ \text{ق (س)} = ٥ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{نها} \\ \text{ق (س)} = ٥ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\text{بما أنّ} \quad \begin{array}{c} \text{نها} \\ \text{ق (س)} = ٥ \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array} = \text{ق (٣)} = ٥$$

إذاً ق (س) مُتصل عند $\text{س} = ٣$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ س } - ٤ \text{ ، } ٢ \text{ س } > ٢ \\ ٢ \text{ س } \geq ٢ - ٥ \text{ ، } ٢ \text{ س } \geq ٢ \\ ٢ \text{ س } < ٣ \text{ ، } ٢ \text{ س } - ٣ \end{array} \right\} = (\text{ س }) \text{ هـ}$$

ابحث في اتصال (هـ) عند س = ٢

الحل : هـ مُعرّف عند س = ٢

$$\text{هـ } (٢) = ٢ + ٥ = ٨ + ٥ = ١٣$$

$$\text{نهـ } (\text{ س }) = ٢ \times ٢ - ٣ = ١٢ - ٣ = ٩$$

+
س ← ٢

$$\text{نهـ } (\text{ س }) = ١٣$$

= ٢
س ← ٢

$$\text{نهـ } (\text{ س }) : \text{ غير موجودة}$$

س ← ٢

إذاً هـ (س) غير مُتصل عند س = ٢

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + ٢ , \text{س} > ٣ \\ \text{س} + ٥ , \text{س} = ٢ \\ \text{س} - ٧ , \text{س} < ٣ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

ابحث في اتصال (ق) عند $\text{س} = ٣$

الحل : ق مُعرّف عند $\text{س} = ٣$

$$\text{ق (٣)} = ٣ + ٥ = ٩ + ٥ = ١٤$$

$$\text{نهـا ق (س)} = ٣ \times ٤ = ١٢ = ٧ - ١٢ = ٧ - ٥ = ٥$$

س ← ٣

$$\text{نهـا ق (س)} = ٣ + ٢ = ٥$$

س ← ٣

$$\text{نهـا ق (س)} = ٥$$

س ← ٣

$$\text{بما أن نهـا ق (س)} \neq \text{ق (٣)}$$

س ← ٣

إذاً ق (س) غير مُتصل عند $\text{س} = ٣$

$$(٨٩) \text{ إذا كان } \left. \begin{array}{l} \frac{س^2 - ٢٥}{س^2 - ١٠} , س > ٥ \\ س , س \leq ٥ \end{array} \right\} = (س) ق$$

ابحث في اتصال (ق) عند $س = ٥$

الحل : ق مُعرّف عند $س = ٥$

$$ق (٥) = ٥$$

$$\text{ن هنا } ق (س) = ٥$$

$$س \leftarrow ٥$$

$$\frac{س^2 - ٢٥}{س^2 - ١٠} \quad \text{ن هنا}$$

$$س \leftarrow ٥$$

$$\frac{(س + ٥)(س - ٥)}{(س - ٥)^2} = \frac{\text{ن هنا}}{س \leftarrow ٥}$$

$$٥ = \frac{١٠}{٢} =$$

$$\text{ن هنا } ق (س) = ٥$$

$$س \leftarrow ٥$$

$$\text{بما أن } \text{ن هنا } ق (س) = ق (٥) = ٥$$

$$س \leftarrow ٥$$

إذاً ق (س) مُتصل عند $س = ٥$

(٩٠) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٣ \text{ س} + ١ \\ ٤ - ٢ \text{ س} \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ م}$$

، $٦ = \text{س}$ ، $٦ \neq \text{س}$

نجد نهـا

عند \neq

الصورة عند =

ابحث في اتصال (م) عند $٦ = \text{س}$

الحل : م مُعرّف عند $٦ = \text{س}$

$$\text{م} (٦) = ٣ \times ٦ + ١ = ١٩$$

$$\text{نهـا م} (\text{س}) = ٤ - ٢ \times ٦ = ٨ - \text{س}$$

$$\text{بما أن نهـا م} (\text{س}) \neq \text{م} (٦)$$

س ← ٦

إذاً ق (س) غير مُتصل عند $٦ = \text{س}$

(٩١) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٥ \\ ١ + \text{س} \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ م}$$

، $١ \neq \text{س}$ ، ٣ ، $١ = \text{س}$

ابحث في اتصال (م) عند $١ = \text{س}$

الحل : م مُعرّف عند $١ = \text{س}$

$$\text{م} (١) = ٣$$

$$\text{نهـا م} (\text{س}) = \frac{٥}{١ + ١} = \frac{٥}{٢}$$

س ← ١

$$\frac{٥}{٢} =$$

$$\text{بما أن نهـا م} (\text{س}) \neq \text{م} (١)$$

س ← ١

إذاً ق (س) غير مُتصل عند $٦ = \text{س}$

(٩٢) إذا كان

$$\frac{\text{س} - ١٢}{\text{س}^٢ - ٣} = \text{ق} (\text{س})$$

ابحث في اتصال (ق) عند س = ٠ .

$$\text{الحل : ق} (٠) = \frac{\text{س} - ١٢}{\text{س}^٢ - ٣} = \frac{٠ - ١٢}{٠^٢ - ٣} = \frac{-١٢}{-٣} = ٤$$

نهـا ق (س) = ٤
س ← ٠

بما أنّ نهـا ق (س) = ق (٠)
س ← ٠

إذا ق (س) مُتصل عند س = ٠

ثانياً : نظريات الاتصال

الفكرة الأولى : الاتصال عند نقطة لاقترايين

$$(٩٣) \text{ إذا كان } ق (س) = ٣ س - ٨$$

$$\left. \begin{array}{l} س + ٥ , ٢ < س \\ س - ٣ , ١ \geq س \end{array} \right\} = (س) ه$$

ابحث في اتصال ق (س) × ه (س) عند س = ٢

الحل : ق (س) : مُتصل لأنه كثير حدود

ه (س) :

$$ه (٢) = ٢ - ٣ = ١ - ٨ = ٧$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ هنا} \\ + \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = (س) ه = ٢ + ٥ = ٧$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ هنا} \\ - \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = (س) ه = ٧$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ هنا} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = (س) ه = ٧$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ هنا} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = (س) ه = (٢) ه$$

$$\text{إذا ه (س) مُتصل عند س = ٢}$$

$$\text{إذا ق (س) × ه (س) مُتصل عند س = ٢}$$

$$\text{لأنه حاصل ضرب اقترايين مُتصلين عند س = ٢}$$

٩٤) إذا كان ق (س) = ل (س) + د (س) ، حيث

$$ل (س) = س^2 + ٦$$

$$\left. \begin{array}{l} ٧س - ٥ ، س \leq ٣ \\ س^2 + ٧ ، س > ٣ \end{array} \right\} = د (س)$$

ابحث في اتصال ق (س) عند س = ٣

الحل : ل (س) : مُتصل لأنّه كثير حدود

د (س) :

$$د (٣) = ٧ \times ٣ - ٥ = ٢١ - ٥ = ١٦$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{د (س) = ١٦} \\ \text{+} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{د (س) = ١٦} \\ \text{= ٧ + ٩} \\ \text{= ٧ + ٣} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{د (س) = ١٦} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{بما أنّ} \\ \text{نهـا} \\ \text{د (س) = د (٣)} \\ \text{س} \leftarrow ٣ \end{array}$$

إذاً د (س) مُتصل عند س = ٣

إذاً ق (س) مُتصل عند س = ٣

لأنّه مجموع اقترانين مُتصلين عند س = ٣

حالة خاصّة : عندما يكون أحد الاقترانين غير مُتصل أو كليهما غير مُتصل

الشكل الأول : يكون في البداية عدم اتصال

و بعد إجراء العملية يصبح اتصال

٩٥ (إذا كان ق (س) = س - ٥

$$\left. \begin{array}{l} ١ \\ \text{صفر} \\ ١ - \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} > ٥ \\ \text{س} = ٥ \\ \text{س} < ٥ \end{array} = \text{هـ (س)}$$

و كان ل (س) = ق (س) × هـ (س)

ابحث في اتصال ل (س) عند س = ٥

الحل : ق (س) : مُتصل لأنّه كثير حدود

هـ (س) :

$$\text{هـ (٥)} = ٠$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ (س)} = ١ - \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ (س)} = ١ \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{هـ (س)} : \text{غير موجودة} \\ \text{س} \leftarrow ٥ \end{array}$$

إذا هـ (س) غير مُتصل عند س = ٥

إذا نُجري العملية ثمّ نحكم كما سنفعل في الصفحة التالية

إذا كان أحد
الاقترانين غير
مُتصل أو كليهما
غير مُتصل هذا لا
يعني أنّ العملية
على الاقترانين
غير مُتصلة
لذلك نُجري العملية
ثمّ نحكم

$$\left. \begin{array}{l} ٥ > ٥ , ١ \\ ٥ = ٥ , \text{ صفر} \\ ٥ < ٥ , ١- \end{array} \right\} \rightarrow \times ٥ - ٥ = (٥) \times ٥$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ > ٥ , ٥ - ٥ \\ ٥ = ٥ , \text{ صفر} \\ ٥ < ٥ , ٥ + ٥ \end{array} \right\} = (٥)$$

$$٥ = (٥)$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا ل (٥)} \\ \text{+} \\ \text{٥} \end{array} = ٥ + ٥ = ٥$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا ل (٥)} \\ \text{-} \\ \text{٥} \end{array} = ٥ - ٥ = ٥$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا ل (٥)} \\ \text{٥} \end{array} = ٥$$

$$\text{بما أنّ نهـا ل (٥) = ل (٥)} \\ \text{٥} \leftarrow$$

$$\text{إذا ل (٥) مُتصل عند ٥ = ٥}$$

٩٦ (إذا كان ق (س) = س^٢ - ٩

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{س} > ٣ \\ \text{صفر} \\ \text{س} = ٣ \\ \text{س} - \text{س} \\ \text{س} < ٣ \end{array} \right\} = \text{هـ (س)}$$

و كان ل (س) = ق (س) × هـ (س)

فبيّن أنّ ل (س) مُتصل عند س = ٣

الحل : ق (س) : مُتصل لأنّه كثير حدود

هـ (س) :

هـ (٣) = صفر

نهـا
+
س ← ٣ = هـ (س) - ٣

نهـا
-
س ← ٣ = هـ (س) ٣

نهـا
س ← ٣ : هـ (س) : غير موجودة

إذاً هـ (س) غير مُتصل عند س = ٣

إذاً نُجري العملية ثمّ نحكم كما سنفعل في الصفحة التالية

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > ٣ \\ \text{س} = ٣ \\ \text{س} < ٣ \end{array} \right\} \times (٩ - \text{س}^٢) = (\text{س}) \times \text{هـ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq ٣ \\ \text{س} = ٣ \\ \text{س} < ٣ \end{array} \right\} = (\text{س})$$

$$\text{ل} (٣) = \text{صفر}$$

$$\text{نهـ} \text{ل} (\text{س}) = - (٣) + ٩ \times ٣$$

$$= ٢٧ + ٢٧$$

$$= \text{صفر}$$

$$\text{نهـ} \text{ل} (\text{س}) = - (٣) - ٩ \times ٣$$

$$= ٢٧ - ٢٧$$

$$= \text{صفر}$$

$$\text{إذا ل} (\text{س}) \text{ مُتصل عند س} = ٣$$

الشكل الثاني : يكون في البداية عدم اتصال

و بعد إجراء العملية يبقى عدم اتصال

$$(٩٧) \text{ إذا كان ق (س) = س}^2 - ٤ \text{ س} + ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{هـ (س) = } \\ \text{س}^2 - ٣, \text{ س} \geq ٢ \\ \text{س}^٣, \text{ س} < ٢ \end{array} \right\}$$

$$\text{و كان ل (س) = ق (س) + هـ (س)}$$

$$\text{ابحث في اتصال ل (س) عند س = ٢}$$

الحل : ق (س) : مُتصل لأنه كثير حدود

هـ (س) :

$$\text{هـ (٢) = } ٣ -$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{+} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = ٣$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{-} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} = ٣$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـا} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array} \text{ هـ (س) : غير موجودة}$$

$$\text{إذا هـ (س) غير مُتصل عند س = ٢}$$

إذا نُجري العملية ثم نحكم كما سنفعل في الصفحة التالية

$$\left. \begin{array}{l} 2 \geq 3, - \\ 2 < 3, - \end{array} \right\} + (س - 4 + 4) = (س) هـ + (س)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \geq 3, - \\ 2 < 3, - \end{array} \right\} = (س) ل$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \geq 3, - \\ 2 < 3, - \end{array} \right\} = (س) ل$$

$$ل (2) = 2 - 4 \times 2 + 1$$

$$2 = 8 - 1$$

$$5 = 6 + 1 =$$

$$نهـ ل (س) = 2 - 4 \times 2 + 7$$

$$7 + 8 - 2 =$$

$$1 = 7 + 6 - =$$

$$نهـ ل (س) = 5 -$$

$$نهـ ل (س) غير موجودة$$

نُقاط عدم الاتصال

الاقتربات كثيرات الحدود لا يوجد لها نُقط عدم اتصال

نُقاط عدم الاتصال للاقتربات النسبية (الكسور)
هي أصفار المقام

لإيجاد نُقط عدم الاتصال للاقتربان النسبي
نساوي المقام بالصفر ثم نحل المُعادلة الناتجة

٩٨ (أوجد نُقط عدم الاتصال للاقتربات التالية :

$$١) \text{ ق (س) } = س^٢ + ٧$$

الحل : لا يوجد لأنَّهُ كثير حدود

$$٢) \text{ هـ (س) } = \frac{س^٢ - ١}{٦} + ٥ س$$

الحل : لا يوجد (المقام لا يوجد به سينات)

$$٣) \text{ م (س) } = \frac{س^٤ - ١}{س + ٣}$$

الحل : $س + ٣ = ٠$

$$س = -٣$$

$$س = -٣$$

نقطة عدم الاتصال : $س = -٣$

$$\frac{5س - 6}{2س - 8} = (س) ن د$$

الحل : $2س - 8 = 0$

$$\begin{array}{r} 8 + \quad 8 + \\ \hline \frac{8}{2} = \frac{2س}{2} \\ 4 = س \end{array}$$

نقطة عدم الاتصال : $س = 4$

$$\frac{8 - س}{7س} = (س) ل ه$$

الحل : $\frac{0}{7} = \frac{7س}{7}$
 $0 = س$

نقطة عدم الاتصال : $س = 0$

$$\frac{5س - 6}{9س^2 - 9} = (س) ت و$$

الحل : $9س^2 - 9 = 0$

$$\begin{array}{r} 9 + \quad 9 + \\ \hline \sqrt{9} \pm = \sqrt{9س^2} \\ 3 \pm = س \end{array}$$

نقط عدم الاتصال : $س = 3$ ، $س = -3$

$$\frac{5 + 2s^2}{32 - 2s^2} = (s) \text{ ف (ز)}$$

الحل : $0 = 32 - 2s^2$

$$\frac{32}{2} = \frac{2s^2}{2}$$

$$\sqrt{16} \pm = \sqrt{s^2}$$

$$s = \pm 4$$

نقط عدم الاتصال : $s = 4$ ، $s = -4$

$$\frac{9 + 3s^2}{s^2 - 5s} = (s) \text{ ك (ح)}$$

الحل : $0 = s^2 - 5s$

$$0 = (s - 5)s$$

$$s = 5 , s = 0$$

نقط عدم الاتصال : $s = 0$ ، $s = 5$

العامل المشترك (س) نضع قيمته صفر

ما داخل الأقواس نعكس إشارة الرقم

$$\frac{5 \text{ س}}{\text{ط (ن (س))}} = \frac{3 \text{ س}^2 - 12 \text{ س}}{}$$

الحل : $3 \text{ س}^2 - 12 \text{ س} = 0$

$$3 \text{ س} = (3 - 4) = 0$$

$$\text{س} = 0 , \text{س} = 4$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = 0 , \text{س} = 4$

$$\frac{3 \text{ س}^3 - 2 \text{ س}}{\text{ي (ت (س))}} = \frac{12 \text{ س} - 6 \text{ س}^2}{}$$

الحل : $12 \text{ س} - 6 \text{ س}^2 = 0$

$$6 \text{ س} = (2 - 3) = 0$$

$$\text{س} = 0 , \text{س} = 2$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = 0 , \text{س} = 2$

$$\frac{3 \text{ س} + 7}{\text{ك (ق (س))}} = \frac{6 \text{ س}^2 - 8 \text{ س}}{}$$

الحل : $6 \text{ س}^2 - 8 \text{ س} = 0$

$$2 \text{ س} = (3 - 4) = 0$$

$$\frac{4}{3} = \text{س} , \text{س} = 0$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = 0 , \text{س} = \frac{4}{3}$

نعكس إشارة العدد
و نقسم على
مُعامل (س)

١٠٨

$$\frac{٦ \text{ س} + ٤}{\text{س}^٢ + ٧ \text{ س} + ١٢} = (\text{س}) \text{ هـ } (\text{س}) \text{ ل}$$

$$\text{الحل : } ٠ = \text{س}^٢ + ٧ \text{ س} + ١٢$$

$$٠ = (\text{س} + ٤) (\text{س} + ٣)$$

$$\text{س} = ٤ - ، \text{س} = ٣ -$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } \text{س} = ٤ - ، \text{س} = ٣ -$$

$$\frac{\text{س} - ٥ \text{ س}^٤}{\text{س}^٢ - ٨ \text{ س} + ١٥} = (\text{س}) \text{ ن } (\text{س}) \text{ م}$$

$$\text{الحل : } ٠ = \text{س}^٢ - ٨ \text{ س} + ١٥$$

$$٠ = (\text{س} - ٥) (\text{س} - ٣)$$

$$\text{س} = ٥ ، \text{س} = ٣$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } \text{س} = ٥ ، \text{س} = ٣$$

$$\frac{٩ \text{ س} - ٧}{\text{س}^٢ - ٤ \text{ س} - ٣٢} = (\text{س}) \text{ ق } (\text{س}) \text{ ن}$$

$$\text{الحل : } ٠ = \text{س}^٢ - ٤ \text{ س} - ٣٢$$

$$٠ = (\text{س} - ٨) (\text{س} + ٤)$$

$$\text{س} = ٨ ، \text{س} = ٤ -$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } \text{س} = ٨ ، \text{س} = ٤ -$$

$$\frac{1}{\text{ش (ه (س))}} =$$

$$2س^2 + 7س + 6$$

$$\text{الحل : } 2س^2 + 7س + 6 = 0$$

$$0 = (2س + 3) (س + 2)$$

$$س = -\frac{3}{2} , س = -2$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } س = -\frac{3}{2} , س = -2$$

$$\frac{س - 6س^3}{\text{ع (و (س))}} =$$

$$3س^3 + 5س - 8$$

$$\text{الحل : } 3س^3 + 5س - 8 = 0$$

$$0 = (3س + 8) (س - 1)$$

$$س = -\frac{8}{3} , س = 1$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } س = -\frac{8}{3} , س = 1$$

$$\frac{4س - 3}{\text{ف (م (س))}} =$$

$$8 - 3س$$

$$\text{الحل : } 8 - 3س = 0$$

$$8 + 8 +$$

$$2س = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8س^3} \leftarrow$$

$$\text{نقط عدم الاتصال : } س = 2$$

$$٥ \text{ س} - ١٠$$

$$\frac{\quad}{\quad} = (\text{س}) \text{ ق (ص)}$$

$$\text{س}^٣ + ١٠ \text{ س}^٢ + ١٦ \text{ س}$$

$$\text{الحل : } \text{س}^٣ + ١٠ \text{ س}^٢ + ١٦ \text{ س} = ٠$$

$$\text{س} = (\text{س}^٢ + ١٠ \text{ س} + ١٦) = ٠$$

$$\text{س} = (\text{س} + ٨) (\text{س} + ٢) = ٠$$

$$\text{س} = ٠ , \text{س} = ٨ - , \text{س} = ٢ -$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = ٠ , \text{س} = ٨ - , \text{س} = ٢ -$

$$٢ \text{ س} - ٤$$

$$\frac{\quad}{\quad} = (\text{س}) \text{ ق (خ)}$$

$$(\text{س} - ٧) (\text{س} + ٦)$$

$$\text{الحل : } \text{س} = (\text{س} - ٧) (\text{س} + ٦) = ٠$$

$$\text{س} = ٧ , \text{س} = ٦ -$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = ٧ , \text{س} = ٦ -$

$$\text{س}^٢ + ٨$$

$$\frac{\quad}{\quad} = (\text{س}) \text{ ق (ث)}$$

$$(\text{س} - ٩) (\text{س} - ٥)$$

$$\text{الحل : } \text{س} = (\text{س} - ٩) (\text{س} - ٥) = ٠$$

$$\text{س} = \frac{٩}{٣} = ٣ , \text{س} = ٥$$

نقط عدم الاتصال : $\text{س} = ٣ , \text{س} = ٥$

$$\frac{2س^2 + 6}{س(س + 11)} = (س) ق (ظ)$$

الحل : $س(س + 11) = ٠$

$$س = ٠ , س = 11 -$$

نقط عدم الاتصال : $س = ٠ , س = 11 -$

$$\frac{س + 1}{س + 3} + \frac{1}{س} = (س) م (ت)$$

الحل : من المقام الأول : $س = ٠$

من المقام الثاني : $س + 3 = ٠$

$$س = 3 -$$

نقط عدم الاتصال : $س = ٠ , س = 3 -$

$$\frac{س - 5}{س^2 - 3س} + \frac{1}{س + 2} = (س) و (ق)$$

الحل : من المقام الأول : $س + 2 = ٠$

$$س = 2 -$$

من المقام الثاني : $س^2 - 3س = ٠$ ١١٢

$$س(س - 3) = ٠ \leftarrow س = ٠ , س = 3 =$$

نقط عدم الاتصال : $س = 2 - , س = ٠ , س = 3 =$

(غ)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 1, \text{ س} > 4 \\ \text{س}^2, \text{ س} = 4 \\ \text{س} + 2, \text{ س} < 4 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

الحل : جميع مكونات الاقتران كثيرات حدود ، لذلك كلها متصلة على فتراتهما

لكن نبحث في اتصال نقطة التشعب (4)

ق مُعرّف عند س = 4

$$\text{ق (4)} = 6$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـ} \text{ } \text{ق (س)} = 2 + 4 = 6 \\ \text{س} \leftarrow 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{نهـ} \text{ } \text{ق (س)} = 1 + 4 = 5 \\ \text{س} \leftarrow 4 \end{array}$$

نهـ \text{ } \text{ق (س)} : غير موجودة

س \text{ } \text{ق (س)} : غير مُتصل عند س = 4

نقطة عدم الاتصال : س = 4

$$\text{ذ (ق (س))} = \frac{1 - 2 \text{ س}}{\text{س}^2 + 9}$$

$$\text{الحل : } \text{س}^2 + 9 = 0$$

هذه المُعادلة ليس لها حل

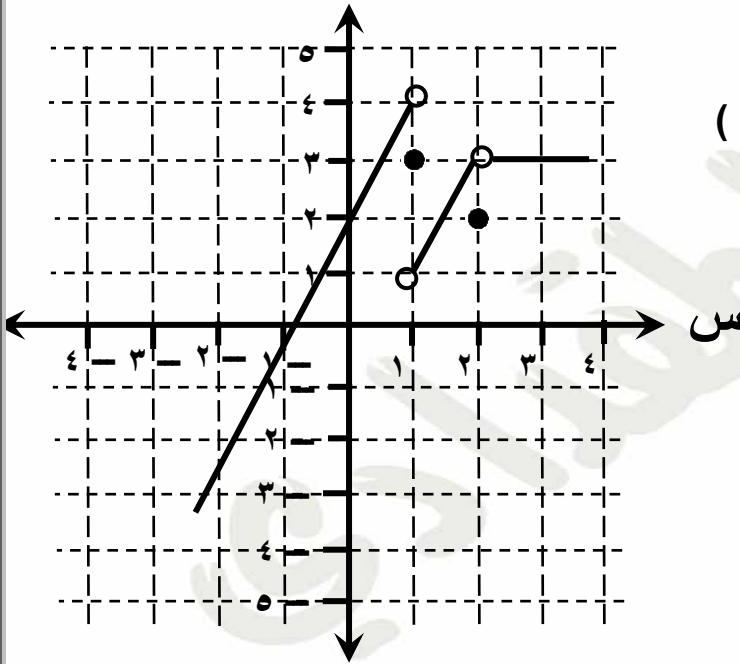
لا يوجد نُقاط عدم اتصال

١١٣

مُعادلة مجموع مُربعين ليس لها حل : س^2 + رقم = ٠

٩٩) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران ق (س) المُعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ، اكتب قيم (س) التي يكون عندها الاقتران (ق) غير مُتصل

ص



الحل :

قيم (س) التي يكون عندها الاقتران (ق) غير مُتصل هي :

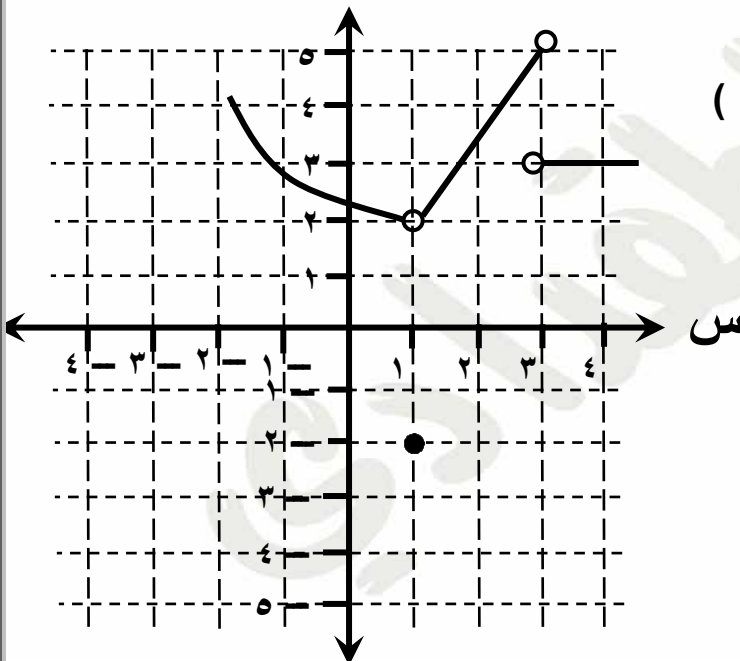
٢ ، ١

يكون الاقتران غير مُتصل من الرسم :

١) عند القفزات ٢) عند وجود دوائر مفتوحة و مغلقة

١٠٠) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يُمثّل مُنحنى الاقتران هـ (س) المُعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ، اكتب قيم (س) التي يكون عندها الاقتران (هـ) غير مُتصل

ص



الحل :

قيم (س) التي يكون عندها الاقتران (هـ) غير مُتصل هي :

٣ ، ١

المجاهيل في الاتصال

الحالة الأولى : مجهول واحد

(١.١) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} 3س^2 + 5 , \quad س \leq 1 \\ 2س + أ , \quad س > 1 \end{array} \right\} = (س) \text{ ق}$$

و كان (ق) متصلاً عند $س = 1$ ، فجد قيمة (أ)

الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)

$$\begin{array}{r} + \\ س \leftarrow 1 \end{array}$$

$$3 \times 1 + 5 = 2 \times 1 + أ$$

$$3 + 5 = 2 + أ$$

$$8 = 2 + أ$$

$$\begin{array}{r} 2 - \\ 2 - \end{array}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ 6 = أ$$

(١.٢) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} 3س - 7 , \quad س \neq 2 \\ 2س = 7 \end{array} \right\} = (س) \text{ ق}$$

فجد قيمة الثابت (أ) التي تجعل (ق) متصلاً عند $س = 2$

الحل : نهـا ق (س) = ق (٢)

$$\begin{array}{r} 2 \leftarrow س \end{array}$$

$$7 = 3 - 2 \times أ$$

$$7 = 3 - 2أ$$

$$\begin{array}{r} 3 + \\ 3 + \end{array}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{2أ}{2} \Rightarrow 5 = أ$$

١١٥

في حالة المجهول

بالاتصال في الاقتران الذي

يحتوي : = ، ≠

نستخدم :

نهـا ق (س) = ق (أ)

$$\begin{array}{r} س \leftarrow أ \end{array}$$

(١٠٣) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^3 - 4, \text{ س} \leq 2 \\ \text{أ س} + 3, \text{ س} > 2 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كان (ق) متصلاً عند $\text{س} = 2$ ، فما قيمة الثابت (أ) ؟

الحل : نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
 $\begin{array}{c} + \\ \text{س} \leftarrow 2 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ \text{س} \leftarrow 2 \end{array}$

$$2^3 - 4 = 2 \times 2 + 3$$

$$2^3 - 4 = 2 \times 2 + 3$$

$$2^3 - 4 = 2 \times 2 + 3$$

$$\frac{1}{2} = 2 \times 2 + 3 \Rightarrow \frac{1}{2} = 2 \times 2 + 3$$

(١٠٤) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 4, \text{ س} > 3 \\ \text{ل}, \text{ س} \leq 3 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

فما قيمة الثابت (ل) التي تجعل (ق) متصلاً ؟

الحل : عندما يُخبرني في السؤال عن الاتصال بشكل عام ، نأخذ نقطة التشعب

نهـا ق (س) = نهـا ق (س)
 $\begin{array}{c} + \\ \text{س} \leftarrow 3 \end{array}$ $\begin{array}{c} - \\ \text{س} \leftarrow 3 \end{array}$

$$4 + 3^2 = \text{ل}$$

$$4 + 9 = \text{ل}$$

$$13 = \text{ل}$$

(١٠٥) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3s - 12}{s^2 - 3s - 4} , \quad s \neq 4 , \quad s \neq 1 \\ \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

$$s = 4 , \quad m$$

فما قيمة الثابت (م) التي تجعل (ق) متصلاً عند $s = 4$

الحل : نهـا ق (س) = ق (٤)
س ← ٤

$$m = \frac{3s - 12}{s^2 - 3s - 4} \quad \text{نهـا}$$

س ← ٤

$$m = \frac{3(s - 4)}{(s + 1)(s - 4)} \quad \text{نهـا}$$

س ← ٤

$$\frac{3}{5} = m$$

(١٠٦) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3 - s}{3 - s} , \quad s \neq 3 \\ m = s + 2 , \quad s = 3 \\ \end{array} \right\} = (s) \text{ ق}$$

و كان الاقتران (ق) متصلاً عند $s = 3$ ، فجد قيمة الثابت (م)

الحل : نهـا ق (س) = ق (٣)
س ← ٣

$$m = \frac{3 - s}{3 - s} \quad \text{نهـا}$$

س ← ٣

$$2 + m = 1 -$$

$$2 - \quad \quad \quad 2 -$$

$$3 - m = 3 -$$

$$m = 1 -$$

الحالة الثانية : مجهولان

النوع الأول : نُحل كل مُعادلة على حدا

(١٠٧) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + \text{أ} , \text{س} > ٢ \\ \text{س} = ٢ , \text{أ} \\ \text{ب} + \text{س} , \text{س} < ٢ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كان (ق) متصلاً عند $\text{س} = ٢$ ، فما قيمة كل من أ ، ب ؟

الحل : نهـا ق (س) = ق (٢)
 $\begin{array}{c} + \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array}$

$$\text{ب} \times ٢ + ٦ = ٨$$

$$٨ = ٦ + ٢ \text{ ب}$$

$$٦ - ٦$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢ \text{ ب}}{٢}$$

$$\text{ب} = ١$$

نهـا ق (س) = ق (٢)
 $\begin{array}{c} - \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array}$

$$٨ = \text{أ} + ٢$$

$$٢ - ٢$$

$$\text{أ} = ٦$$

(١٠٨) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{أ} \text{ س}^2 + \text{ب} \text{ ، } \text{س} > 2 \\ \text{س} = 2 \text{ ، } 16 \\ \text{أ} \text{ س}^3 + 4 \text{ ، } \text{س} < 2 \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

و كان (ق) متصلاً عند $\text{س} = 2$ ، فما قيمة كل من أ ، ب ؟

الحل : للتسهيل إبدأ بالمعادلة التي تحتوي مجهول واحد

$$\text{نهـ} \quad \text{ق (س)} = \text{ق (2)} \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$16 = 4 + 2 \times \text{أ} \times 3$$

$$16 = 4 + 6 \text{ أ}$$

$$12 = 6 \text{ أ}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{6 \text{ أ}}{6}$$

$$2 = \text{أ}$$

$$\text{نهـ} \quad \text{ق (س)} = \text{ق (2)} \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$16 = \text{ب} + 2 \times \text{أ}^2$$

$$16 = \text{ب} + 4 \times 2$$

$$16 = \text{ب} + 8$$

$$8 = \text{ب}$$

(١٠٩) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ أ } ٢ \text{ س} + \text{ب} \\ ١ > \text{س} ، \\ ١ = \text{س} ، \\ ١ < \text{س} ، \end{array} \right\} \text{ق (س)} =$$

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل (ق) متصلاً عند س = ١

الحل : نهـا ق (س) = ق (١)

$$\begin{array}{c} + \\ \text{س} \leftarrow ١ \end{array}$$

$$١ - ٤ - \text{ب} - ٦ = ٧$$

$$١ - ٤ - \text{ب} - ٦ = ٧$$

$$\begin{array}{r} ٧ = ٥ - \text{ب} - ٥ \\ ٥ + \quad \quad ٥ + \end{array}$$

$$\frac{١٢}{٤ -} = \frac{- ٤ - \text{ب}}{٤ -}$$

$$٣ - = \text{أ}$$

نهـا ق (س) = ق (١)

$$\begin{array}{c} - \\ \text{س} \leftarrow ١ \end{array}$$

$$٧ = ٢ \times \text{أ} + \text{ب} + ١$$

$$٧ = ٢ \text{ أ} + \text{ب}$$

$$٧ = ٢ \times - ٣ + \text{ب}$$

$$٧ = - ٦ + \text{ب}$$

$$\begin{array}{r} ٦ + \quad \quad ٦ + \end{array}$$

$$١٣ = \text{ب}$$

النوع الثاني : نُحلُّ المُعادلتين بالحذف

(١١٠) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \text{ أ س} + \text{ب} \\ \text{س} > ٢ \\ ٢ = \text{س} \\ ٢ \text{ أ س} + ٣ \text{ ب س} \\ \text{س} < ٢ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل (ق) متصلاً عند س = ٢

الحل : نـهـا ق (س) = ق (٢)
 $\begin{array}{r} + \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array}$

$$٨ = ٢ \times \text{ب} + ٢ \times \text{أ}$$

١ مُعادلة

$$٨ = ٦ \text{ ب} + ٤ \text{ أ}$$

لحذف أحد الحرفين

نجعل للحرف نفس المُعامل

في المُعادلتين و عكس الإشارة

نـهـا ق (س) = ق (٢)
 $\begin{array}{r} - \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array}$

$$٨ = ٦ \text{ ب} + ٢ \times \text{أ}$$

٢ مُعادلة

$$٨ = ٦ \text{ ب} + ٤ \text{ أ}$$

مُعاملي حرف (أ) في المُعادلتين متشابهين (٤)

لكن الإشارتين مُتشابهتين ، لذلك نضرب مُعادلة ١ بسالب لعكس الإشارة

و نجمع حاصل الضرب مع مُعادلة ٢

$$\begin{array}{r} ٨ - = ٦ - \text{أ} ٤ / - \\ + \end{array}$$

$$٨ = ٦ + \text{أ} ٤$$

١٢١

$$٠ = \text{ب} \quad \leftarrow \quad ٠ = ٥ \text{ ب}$$

لإيجاد المجهول الثاني نعوض في أي من المُعادلتين و نحل المُعادلة الناتجة

من مُعادلة ١ $٤ \text{ أ} + ٠ = ٨$ \leftarrow $٢ = \text{أ}$

(١١١) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{أ س} - \text{ب} \\ \text{س} > ١ \\ \text{س} = ١ \\ \text{أ س}^٣ + \text{ب} + ٢ \\ \text{س} < ١ \end{array} \right\} = \text{ق (س)}$$

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل (ق) متصلاً عند س = ١

الحل : نهـا ق (س) = ق (١)

س ← ١

$$\text{أ} \times ١ + \text{ب} + ٢ = ٤$$

$$\text{أ} + \text{ب} + ٢ = ٤$$

$$٢ - ٢$$

① ← مُعادلة

$$\text{أ} + \text{ب} = ٢$$

نهـا ق (س) = ق (١)

س ← ١

$$\text{أ} \times ١ - \text{ب} = ٤$$

② ← مُعادلة

$$\text{أ} - \text{ب} = ٤$$

الحذف جاهز

$$\text{أ} + \text{ب} = ٢$$

$$٢ = \text{أ}$$

$$\text{أ} = ٣$$

$$٢ = \text{ب} + ٣$$

$$٣ - ٣$$

من مُعادلة ①

$$\text{ب} = ١ - ١$$

فكرة ربط النهايات بالاتصال لإيجاد مجاهيل

الشكل الأول

(١١٢) إذا كان الاقتران (ق) مُتصلاً عند س = ٢

و كانت نهـا (٢ ق (س) + س) = ٦
 س ← ٢

فجد قيمة ق (٢)

الحل : نهـا (٢ ق (س) + س) = ٦
 س ← ٢

نهـا ٢ ق (س) + نهـا س = ٦
 س ← ٢ س ← ٢

نهـا ٢ ق (س) + ٢ = ٦
 س ← ٢ س ← ٢

نهـا ٢ ق (س) = ٤
 س ← ٢

نهـا ق (س) = ٢
 س ← ٢

بما أنّ ق (س) مُتصل عند س = ٢

إذا نهـا ق (س) = ق (٢)
 س ← ٢

إذا ق (٢) = ٢

الشكل الثاني

(١١٣) إذا كان ق هـ اقترانين مُتصلين عند س = ٣

و كان ق (٣) = ١٢

و كانت نهـا (ق (س) - هـ (س)) = ٢٠ ، فجد هـ (٣)
س ← ٣

الحل : نهـا (ق (س) - هـ (س)) = ٢٠
س ← ٣

نهـا ق (س) - نهـا هـ (س) = ٢٠
س ← ٣ س ← ٣

بما أن ق (س) مُتصل عند س = ٣ ، إذاً نهـا ق (س) = ق (٣)
س ← ٣

١٢ - هـ (س) = ٢٠
س ← ٣

١٢ -

$\frac{8}{4} = \frac{4 - \text{نهـا هـ (س)}}{4 - \text{س} \leftarrow 3}$

٢ - = نهـا هـ (س)
س ← ٣

بما أن هـ (س) مُتصل عند س = ٣ ، إذاً نهـا هـ (س) = هـ (٣)
س ← ٣

إذاً هـ (٣) = ٢

(۱۱۴) إذا كان ق ، هـ اقترانين مُتصلين عند س = ۵

و كان هـ (۵) = ۴

و كانت نهـا $\frac{\text{ق (س) + س}}{۳ \text{ هـ (س)}}$ = ۱ ، فجد ق (۵)
س ← ۵

نهـا ق (س) + نهـا س
س ← ۵ س ← ۵

الحل : $\frac{۱}{\text{نهـا } ۳ \text{ هـ (س)}}$ = ۱
س ← ۵

بما أنّ هـ (س) مُتصل عند س = ۵ ، إذاً نهـا هـ (س) = هـ (۵)
س ← ۵

نهـا ق (س) + ۵
س ← ۵

= $\frac{۱}{۳ \times ۴}$

نهـا ق (س) + ۵
س ← ۵

$\frac{۱}{۱} = \frac{۱۲}{۱۲}$

نهـا ق (س) + ۵ = ۱۲
س ← ۵

۵ - ۵ -

نهـا ق (س) = ۷
س ← ۵

بما أنّ ق (س) مُتصل عند س = ۵ ، إذاً نهـا ق (س) = ق (۵)
س ← ۵

۱۲۵

إذاً ق (۵) = ۷

(١١٥) إذا كان ق ، ه اقترانين مُتصلين عند س = ٣

و كان ق (٣) = ١١

أجب عما يأتي :

(١) جد نهـا (س^٢ ق (س) - ٨)
س ← ٣

(٢) جد ه (٣) التي تجعل نهـا
س ← ٣
ق (س) - س = ١
٣
(ه (س))

الحل : (١) نهـا (س^٢ ق (س) - ٨)
س ← ٣

بما أن ق (س) مُتصل عند س = ٣ ، إذاً نهـا ق (س) = ق (٣)
س ← ٣

$$٨ - ١١ \times ٣$$

$$٩١ = ٨ - ٩٩ = ٨ - ١١ \times ٩ =$$

(٢) نهـا
س ← ٣
ق (س) - س = ١
٣
(ه (س))

نهـا ق (س) - نهـا س
س ← ٣ س ← ٣

١ =
٣
نهـا (ه (س))
س ← ٣

$$\frac{1}{1} = \frac{8}{1} \quad \leftarrow \quad 1 = \frac{11 - 3}{3} = \frac{8}{3}$$

نهـا (ه (س))
س ← ٣

١٢٦

$$٨ = \frac{3}{3} = \frac{3}{3}$$

نهـا (ه (س))
س ← ٣

بما أن ه (س) مُتصل عند س = ٣ ، إذاً نهـا ه (س) = ه (٣)

$$٢ = (٣) \text{ ه} \quad \leftarrow \quad \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{(٣) \text{ ه}}$$

الشكل الثالث

$$١١٦) \text{ إذا كانت نهـا (ق (س) - ٣) = ٢} \\ \text{س} \leftarrow ٢$$

$$\text{نهـا هـ (س) = ٦} \\ \text{س} \leftarrow ٢$$

$$\text{جد قيمة الثابت (م) التي تجعل نهـا} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \\ ١ = \frac{\text{ق (س) - م}}{\text{هـ (س)}}$$

$$\text{الحل : نهـا (ق (س) - ٣) = ٢} \\ \text{س} \leftarrow ٢$$

$$\text{نهـا ق (س) - ٣ = ٢} \\ \text{س} \leftarrow ٢$$

$$\begin{array}{r} ٣ + ٣ + \\ \hline ٥ = \text{ق (س)} \\ \text{س} \leftarrow ٢ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٥ - م = ١ \\ \hline ١ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٦ = م - ٥ \\ ٥ - \end{array}$$

$$\frac{١}{-} = \frac{م - ٥}{-}$$

$$١ - = م$$

$$(117) \text{ إذا كانت نهـا ق (س) } = 12 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$\text{نهـا س هـ (س) } = 10 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

جد قيمة الثابت (م) التي تجعل :

$$\text{نهـا (م هـ (س)) } - 6 \text{ ق (س) } = 28 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$\text{الحل : نهـا س هـ (س) } = 10 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$\frac{10}{2} = \text{نهـا س هـ (س) } \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$\text{نهـا هـ (س) } = 5 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$\text{نهـا (م هـ (س)) } - 6 \text{ ق (س) } = 28 \\ \text{س} \leftarrow 2$$

$$28 = 12 \times 6 - 5 \times م$$

$$28 = 72 - 25 م$$

$$72 + 25 م = 72$$

$$\frac{100}{25} = \frac{25 م}{25}$$

$$128$$

$$4 = م$$