

الوحدة (7)

الصف السابع

## المساحات والحجوم

شرح مفصل للمادة

اتحقق من فهمي

اتدرب وأحل المسائل

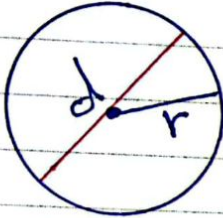
مهارات التفكير العليا

رافقت صافي

مدرسة سمر الثانوية للبنين

0785824464

# محيط الدائرة



نصف القطر  $r$   
القطر  $d$

مقدمة :-  
المقصود بالمحيط هو طول المسافة حول الدائرة.

بالكلمات : محيط الدائرة  $(C)$  يساوي  
ناتج ضرب طول القطر  $(d)$  في  $\pi$   
أو يساوي مثلث ناتج ضرب طول  
نصف القطر  $r$  في  $2\pi$

مفهوم  
أساسي

بالعزب :-  $C = \pi d$  أو  $C = 2\pi r$

حيث  $\pi$  هي  $\frac{22}{7}$  أو  $3.14$

①



جد محيط كل دائرة مما يلي :-

مثال

$$C = \pi d$$

الحل :- الكتب لقانون  
لأني لا أعرف لقطر  
عوضه بدل  $\pi$  بـ  $d$

$$C = \frac{22}{7} \times 14$$

$$\approx \frac{22}{\cancel{7}^2} \times \cancel{14}^2 \approx 44 \text{ cm}$$

نصف



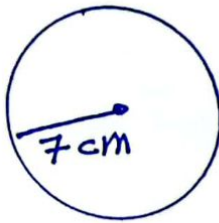
$$C = 2\pi r$$

$$C \approx 2 \times 3.14 \times 5$$

$$\approx 31.4 \text{ mm}$$

الحل :-  
الكتب لقانون الراس  
لا أعرف نصف القطر  
عوضه بدل  $\pi$  بـ  $3.14$   
لان  $\frac{22}{7}$  هنا المقام  
لا أعرف مع 5

(3)

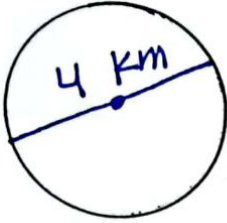


$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ cm}$$

الحل:

التحقق  
من  
النتيجة

$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 4$$

$$C = 12.56 \text{ km}$$

الحل :-

يمكن إيجاد طول نصف قطر دائرة أو طول قطرها  
إذا علمت محيطها ، باستعمال خطوات حل المعادلة.

① جد طول نصف قطر دائرة محيطها 18.84 cm

مثال

الخطوات :-

① نكتب لقانوني

فيه r

② عوضا بـ π و C

③ بنسب

④ نقيم طرفي

المعادلة على 6.28

$$C = 2\pi r$$

$$18.84 = 2 \times 3.14 \times r$$

$$\frac{18.84}{6.28} = \frac{6.28 r}{6.28}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

② جد طول قطر دائرة محيطها 62.8 m

الخطوات :-

① نكتب القانون

الذي فيه d

② عوضا بـ π و C

③ نقيم على 3.14

$$C = \pi d$$

$$62.8 = 3.14 d$$

$$\frac{62.8}{3.14} = \frac{3.14 d}{3.14}$$

$$d = 20 \text{ m}$$

(2)

③ جد طول نصف قطر دائرة محيطها 75.36 cm

86  
٧٤

الحققة  
من  
نصفها

$$C = 2\pi r$$

الحل :-

$$75.36 = 2 \times 3.14 \times r$$

$$\frac{75.36}{6.28} = \frac{6.28}{6.28} r$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

④ جد طول قطر دائرة محيطها 47.1 km

$$C = d\pi$$

الحل :-

$$\frac{47.1}{3.14} = \frac{3.14}{3.14} d$$

$$d = 15 \text{ km}$$

مقعد :- جد محيط مقعد سيارة اذا كان قطره 45 cm



$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 45$$

$$C = 141.3 \text{ cm}$$

ماثل من  
الحياة

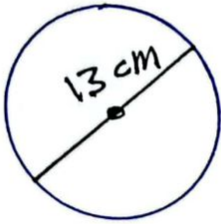
الحققة من 87  
نصفها



اندرجہ  
اعلائی

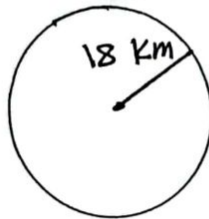
جد محیط کل دائیہ معایایے، واستعمل الآلة  
الحاسبة لا تحقق من مرحلة اجابتی، «مترجہ اجابتی»  
لا مترجہ جزء من عرجا

①



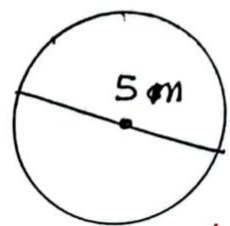
$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ C &= 3.14 \times 13 \\ C &= 40.82 \quad \text{نقرب} \\ C &= 40.8 \text{ cm} \end{aligned}$$

②



$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ C &= 2 \times 3.14 \times 18 \\ C &= 113.04 \\ C &= 113 \text{ km} \end{aligned}$$

③



$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ C &= 3.14 \times 5 \\ C &= 15.7 \text{ m} \end{aligned}$$

④ جد طول نصف قطر دائیہ محیطها 94.2 cm

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ 94.2 &= 2 \times 3.14 \times r \\ 94.2 &= \frac{6.28}{6.28} r \\ r &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

الحل :-

⑤ جد طول قطر دائیہ محیطها 36.11 m

$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ 36.11 &= 3.14 d \\ 36.11 &= \frac{3.14}{3.14} d \\ d &= 11.5 \text{ m} \end{aligned}$$

الحل :-

④

⑥ جد محيط الشكل المجاور الذي يمثل ثلاثة ارباع دائرة طول نصف قطرها 3.6 cm

الحل :- هنا نجد محيط الدائرة كاملاً

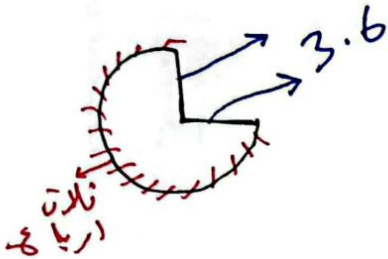
$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 3.6$$

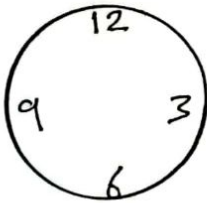
$$C = 22.608 \text{ cm}$$

$$(22.608 \times \frac{3}{4}) + (3.6 + 3.6) = 24.156 \text{ cm}$$

↙ الحافة المنحنية
↘ الحظانان المستقيمان



⑦ لاعة :- يبلغ قطر لاعة. بيغ بن البريطانية 7 m  
جد المساحة التي يقطعها عقرب الدقائق في يوم واحد



الحل :- عقرب الدقائق كل ساعة يقطع  
مساحة ممتلئة باليوم 24 مرة  
وعليه نجد مساحة محيط لاعة

$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 7$$

$$C = 21.98 \text{ m}$$

وعليه المساحة :-

$$21.98 \times 24 = 527.52 \text{ m}$$

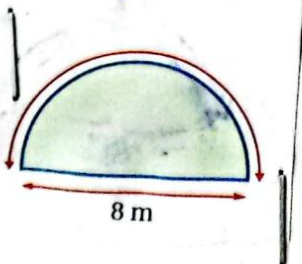
⑧ سياج : مرسوم على حديقة على شكل نصف دائرة قطرها 8 m  
واراد احاطتها بسياج لا غلقتها، ما طول السياج  
الذي يلزمه لا غلقة الحديقة ؟ اذا كان سعر المتر  
العادي من السياج 4 ج.د. جد تكلفة

الحل : نجد محيط الدائرة

$$C = \pi d = 3.14 \times 8 = 25.12 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} \times 25.12 + 8 = 20.56$$

$$20.56 \times 4 = 82.24$$



⑤

٩) خيط :- بكره خيوط على شكل اسطوانة

طول قطرها 6 cm اذا لف  
خيط حولها 150 مرة  
جد طول الخيط



الحل :- نجد محيط الدائره :-  
 $C = \pi d$

$$C = 3.14 \times 6 = 18.84 \text{ cm}$$

$$150 \times 18.84 = 2826 \text{ cm} \text{ - طول الخيط}$$

١٥) مجلة :- جيت الشكل لجوار دراجتين من ذوات العجلة الواحدة. اذا كان طول نصف قطر الدراجة الاولى 48 cm وطول نصف قطر الدراجة الثانية 33 cm كم تزيد المسافة التي تقطعها المجلة الاولى عن المسافة التي تقطعها المجلة الثانية في الدورة الواحدة لكل منهما ؟ اقرب اجابة



الحل :- محيط المجلة الكبرى

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 48$$

$$C = 301.44 \text{ cm}$$

محيط المجلة الصغرى

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 33$$

$$C = 207.24$$

نجد الفرق :-

$$301.44 - 207.24 = 94.2 \text{ cm}$$



١١) صممت فادية مجسماً بيضا شحار دورة الألعاب الأولمبية من حلقات بلاستيكية صنعتها باستعمال البغوب البلاستيكي بحيث كان طول نصف قطر كل حلقة دائرية 75 cm ، كم تقصراً من البغوب استعملت فادية

الحل:- نجد محيط أي دائرة ثم نضرب في 5



$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 75 = 471 \text{ cm}$$

$$471 \times 5 = 2355 \text{ cm}$$

١٢) يتكون الشكل المجاور من 3 أضلاع دوائر ، إذا علمت أن نصفين الدائريتين الصغيرتين متطابقان ، اجد محيط الشكل مقرباً اجابتي لا ضرب جزئ من عشرة

الحل:- نجد محيط دائرة الصغرى

$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 10 = 31.4 \text{ cm}$$

محيط دائرة الكبرى

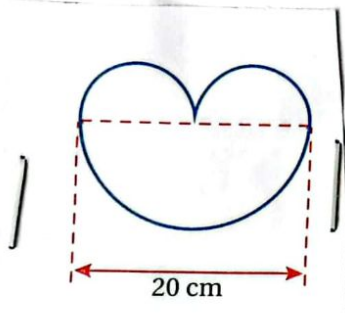
$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 20 = 62.8 \text{ cm}$$

نحن ندرأضاف محيط الشكل :-

$$\frac{1}{2} \times 62.8 + (31.4 + 31.4) \times \frac{1}{2}$$

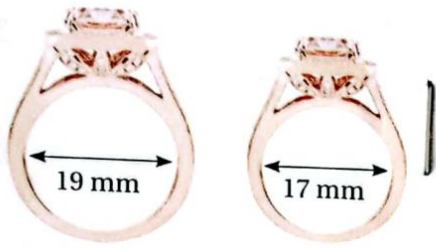
$$31.4 + 31.4 = 62.8 \text{ cm}$$





(13) خواتم :- ارادت على شراء خاتم ، اذا كان محيط اصبعها 59 mm آي الخاتم من المجاورين المناسب

الحل :-



$$C = \pi d$$

$$59 = 3.14 d$$

$$d = 18.7$$

$$\approx 19$$

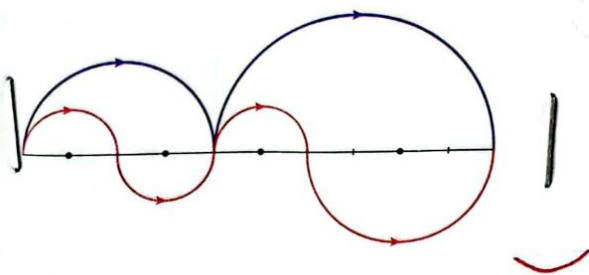
وعليه الخاتم المجاور هو المناسب

عوضاً بـ  
المحيط و  $\pi$

(14) تبرى :- احدد ما اذا كان محيط دائري طول نصف قطرها 4 m اقل أم اكبر من 24 m فاذن اجراء الحسابات.

الحل :- يعني هو اجراء حساب نصفه  
طول القطر 8 m وعند ضربها بعد اكبر من 3  
وهو  $\pi$  يكون اكبر من 24

(15) كم من محود على طول المسار الاثني عشر ، وركضت مسيره على طول المسار الاثني عشر ، اذ بها قطع مسافة اكبر محود أم مسيره



اعتبر المسافة  
بين كل نقطه  
وحدتين

مسيره قطع  
اربعا اضعاف

$$C = 3.14 \times 2 + 3.14 \times 2 + 3.14 \times 2 + 3.14 \times 4 = 15.7$$

المسافات متساوية

الحل :-

محود قطع نصف  
دائريتين

$$C = 3.14 \times 4 + 3.14 \times 6 = 12.56 + 18.84 = 31.4$$

نقسم على 2

$$31.4 \div 2 = 15.7$$

١٦) تَبْرَحِي: اذا اصبحت طول قطر دائري مثلًا طول قطرها  
الاصلي، ما تاشرف ذلك على المحيط

الحل: كلما زاد القطر زاد المحيط  
وعليه المحيط الجديد ياتي مثل المحيط الاصلي

١٧) اكتشف الخطأ: يتكون الشكل المظلل الآتي من ذيفين دائريين  
طول قطر الدائرة الصغيرة 20 cm وطول  
قطر الدائرة الكبيرة 30 cm ، تقول ربيعا:-  
ان محيط المنطقة المظلة 88.5 cm أما كما هم  
يقول ان محيطها 78.5 cm فاني فزتهم صواباً

الحل: للدائرة الكبيرة

$$C = \pi d \\ = 3.14 \times 30 = 94.2 \text{ cm}$$

الدائرة الصغيرة

$$C = \pi d \\ C = 3.14 \times 20 = 62.8 \text{ cm}$$

محيط المظلة

$$\frac{1}{2} \times 94.2 + \frac{1}{2} \times 62.8 + 10 \\ 47.1 + 31.4 + 10 = 88.5 \text{ cm}$$

الفقه  
المنطقة

وعليه كلام ربيعا صحيح





# مساحة الدائرة



مقدمة :- المقصود بالمساحة هو الجزء المظلل

بالكلمات: مساحة الدائرة (A) تساوي ناتج ضرب  $\pi$  في مربع نصف القطر

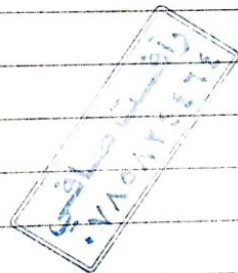
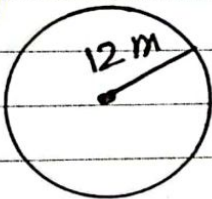


$$A = \pi r^2$$
 بالرموز

جد مساحة كل دائرة مما يأتي، واستعمل الآلة الحاسبة لا تحقق من صحة إجابتك



①



الحل: اكتب لقانون عوضنا بدل  $\pi$  م  $r$

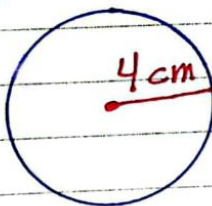
$$A = \pi r^2$$

$$A \approx 3.14 \times (12)^2$$

$$\approx 3.14 \times 144$$

$$\approx 452.16 \text{ m}^2$$

②



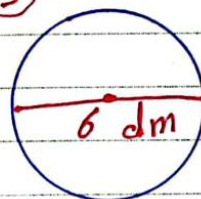
$$A = \pi r^2$$

$$A \approx 3.14 \times (4)^2$$

$$A \approx 3.14 \times 16$$

$$A \approx 50.24 \text{ cm}^2$$

③

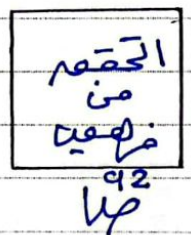


$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times (6)^2$$

$$A \approx 3.14 \times 36$$

$$A \approx 113.04 \text{ dm}^2$$



الحل:

\* يمكن إيجاد طول نصف قطر دائري أو طول قطرها إذا علمت مساحتها باستعمال خطوات حل المعادلة

مثال

① جد طول نصف قطر دائري مساحته  $1256 \text{ cm}^2$

الخطوات:-

\* الكتبة لقانون

\* عوضا بـ  $A$

وبـ  $\pi$

\* اقم طرفي

المعادلة  $3.14$

\* ناخذ جذري

المطرفين

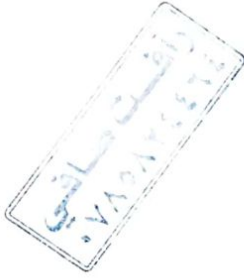
$$A = \pi r^2$$

$$1256 = 3.14 \times r^2$$

$$\frac{1256}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$$

$$400 = r^2$$

$$r = 20 \text{ cm}$$



② جد طول نصف قطر دائري مساحته  $113.04 \text{ cm}^2$

الحقبة  
من  
فرهين

الحل:-

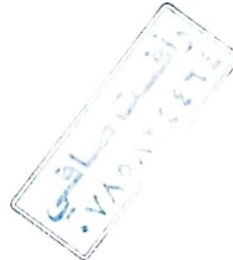
$$A = \pi r^2$$

$$113.04 = 3.14 \times r^2$$

$$\frac{113.04}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$$

$$36 = r^2$$

$$r = 6 \text{ cm}$$



③ جد طول قطر دائري مساحته  $153.86 \text{ m}^2$

الحل:-

$$A = \pi r^2$$

$$153.86 = 3.14 \times r^2$$

$$\frac{153.86}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$$

$$49 = r^2$$

$$r = 7 \text{ m}$$

$$d = 14 \text{ m}$$

طول القطر  
②



إشارة: يبلغ قطر إشارة منع التدخين المجاورة  
20 cm ، حدد مساحة واقرب اجابتي  
لاقرب عدد صحيح.

التحقيق  
من  
مرفعي  
93  
صا

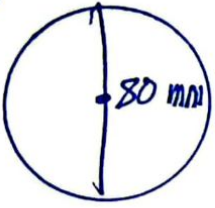


الحل:-

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &\approx 3.14 \times (10)^2 \\ A &\approx 3.14 \times 100 \\ A &\approx 314 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

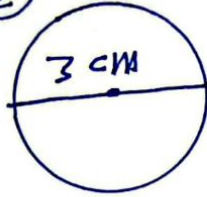
جد مساحة كل مما يأتي .

①



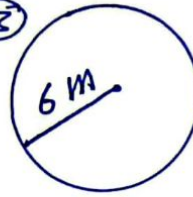
$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (40)^2 \\ A &= 3.14 \times 1600 \\ A &= 5024 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

②



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (3)^2 \\ A &= 3.14 \times 9 \\ A &= 28.26 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

③



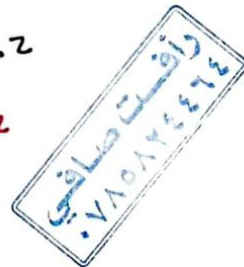
$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times 6^2 \\ A &= 3.14 \times 36 \\ A &= 113.04 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

الدرج  
وأحل المسائل

④ اجد طول نصف قطر دائرة مساحة 314 cm<sup>2</sup>

الحل:-

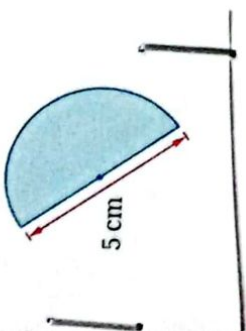
$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ 314 &= 3.14 \times r^2 \\ \frac{314}{3.14} &= \frac{3.14 \times r^2}{3.14} \\ r^2 &= 100 \\ r &= 10 \end{aligned}$$



⑤ جد مساحة نصف الدائرة الظاهر في الشكل المجاور

الحل: بمساحة لائرة كاملة

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (2.5)^2 \\ A &= 3.14 \times 6.25 = 19.625 \text{ cm}^2 \\ \text{وعليه مساحة نصف الدائرة} \\ 19.625 \div 2 &= 9.81 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

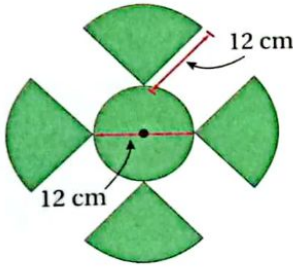


⑥ مساحة :- اذا كان طول قطر الزجاجة الدائرية في جهاز قياس ضغط الدم 18 cm أحدها



$$\begin{aligned} \text{الحل :-} \quad A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (9)^2 \\ A &= 3.14 \times 81 \\ A &= 254.34 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

⑦ مساحة :- تتكون المروحة المجاورة من 4 أجزاء متطابقة كل جزء منها على شكل ربع دائرة ودائرة داخلية 8 جد مساحة سطح المروحة الخارجية



الحل :- 4 أجزاء متطابقة شكل دائرة واحدة

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (12)^2 \\ A &= 3.14 \times 144 = 452.16 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

أجد مساحة الدائرة الداخلية

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (6)^2 \\ A &= 3.14 \times 36 = 113.04 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$452.16 + 113.04 = 565.2$$

⑧ دراجة :- تقطع عجلة دراجة مسافة 197 cm في كل دورة لها أجد مساحة الدائرة التي لها قطر العجلة نفسه أقرب اجابتي لأقرب عدد صحيح

الحل :- اعطاء محيط الدائرة 197 والمطلوب مساحة الدائرة

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ 197 &= 2 \times 3.14 \times r \\ 197 &= 6.28r \\ \frac{197}{6.28} &= \frac{6.28r}{6.28} \end{aligned}$$

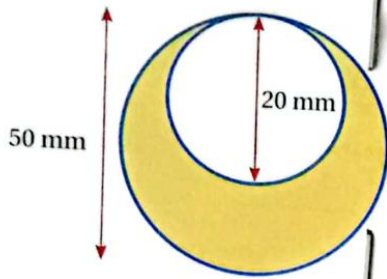
$$r = 31.37 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ A &= 3.14 \times (31.37)^2 \\ A &= 3090 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

④



٩) عقد: صنعت ريماس عقداً باستعمال دائرتين، لونت جزءاً من العقد باللون الأصفر مثلاً يظهر في الشكل (لجاور) احسب مساحة الجزء الذي لونته ريماس مقرباً اجابتي لأقرب جزء من عشرة



الحل: نجد مساحة الدائرتين ثم نطرح

$$A = \pi r^2$$

مساحة الكبرى

$$A = 3.14 \times (25)^2$$

$$A = 3.14 \times 625$$

$$= 1962.5 \text{ mm}^2$$

$$A = \pi r^2$$

مساحة الصغرى

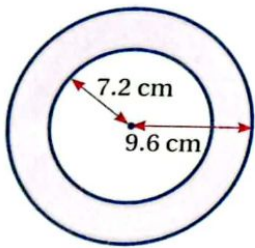
$$A = 3.14 \times (10)^2$$

$$A = 3.14 \times 100 = 314 \text{ mm}^2$$

وعليه مساحة المظلل:-

$$1962.5 - 314 = 1648.5 \text{ mm}^2$$

١٥) جد مساحة المنطقة المظلمة في شكل لأتية، اقرب اجابتي لأقرب جزء من عشرة



الحل: نجد مساحة الدائرتين الكبرى والصغرى ثم نطرح

$$A = \pi r^2$$

مساحة الكبرى

$$A = 3.14 \times (9.6)^2$$

$$A = 289.3824$$

$$A = \pi r^2$$

مساحة الصغرى

$$A = 3.14 \times (7.2)^2$$

$$A = 162.7776$$

وعليه مساحة المظلمة:-

$$289.3824 - 162.7776 = 126.6048$$

$$= 126.6$$

نقد

٥

(١١) فطائر :- أعلن على بيع فطائر عن عرضين لبيع فطير  
 بيتنا كبير طول قطرها 30 cm  
 سعر 7.99 JD وفطير بيتنا  
 متوسطين طول قطر كل واحد 20 cm  
 سعر 7.99 JD. أي العرض أفضل

الحل :-

جد مساحة الفطير الكبير

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times (15)^2 = 706.5 \text{ cm}^2$$

مساحة الفطير الصغير

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times (10)^2$$

$$A = 314 \text{ cm}^2$$

$$2 \times 314 = 628 \text{ cm}^2$$

عشر فطائر، مساحة أكبر أكبر من مساحة الفطيرتين  
 وعليه العرض الأول أفضل

(12) تبرير: اتامل العبارتين الآتيتين، ثم اصفهما بما يناسبهما  
 معا. بينت الموضحة (( صحيحة دائماً، صحيحة أحياناً  
 ليست صحيحة )) صبراً اجابني

① محيط دائرة أكبر من قطرها.


صحيحة دائماً، لأن محيط الدائرة هو ضرب طول قطرها في  $\pi$

② مساحة أكبر الجرد من 1 cm<sup>2</sup>

صحيحة أحياناً، ويعتمد على طول ذنب القطر، لو اخذنا  
 انصاف القطر أقل من 1 تكون بعدها أقل من 1 cm<sup>2</sup>  
 أما أكبر من 1 تكون أكبر من 1 cm<sup>2</sup>



(14) اكتشف الخطأ :- أوجد المساحة محيط دائرة طول قطرها 12.4 cm وكانت اجابته كما يأتي



$$C = \pi d$$

$$C = \pi \times 12.4$$

$$= 39.0 \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi \times (6.2)^2$$

$$A = \pi \times 12.4$$

$$A = 39.0 \text{ cm}$$

أثبت الخطأ الذي وقع فيه المساحة والمحيطة

الحل :- حاب المحيط صحيح أما حاب المساحة اخطأ عند حاب التسبيع للعدد 6.2 وصحة المساحة  $\text{cm}^2$

الصواب :-

$$A = \pi \times (6.2)^2$$

$$A = \pi \times 38.44$$

$$A = 120.706 \text{ cm}^2$$

(15) حدد :- مساحه الشكل المجاور 4 دوائر متساوية طول نصف قطر كل منها 6 cm وصلة مراكز الدوائر المربعة لتشكل مربعاً، جد مساحة المنطقة المظلة

الحل :- المساحة المظلة عبارة عن مساحة المربع مطروفاً منه مساحة دائرة  
منه اربع ارباع دائرة تشكل دائرة  
من مساحة المربع

$$A = 12 \times 12 = 144$$

مساحة دائرة

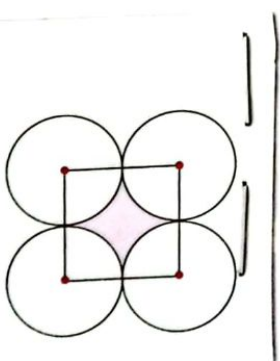
$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times (6)^2$$

$$A = 113.04$$

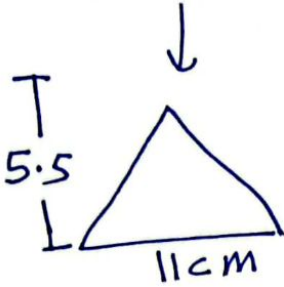
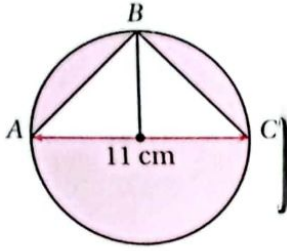
مساحة المظلة :-

$$144 - 113.04 = 30.96 \text{ cm}^2$$



طول ضلع المربع 12

١٦) كحل: - بسيف الشكل (بجوار دائرة قطرها AC  
 حيد مساحة المنطقة المظلة



الحل: المساحة المظلة هي مساحة دائرة  
 مطروح منها مساحة مثلث

$$A = \frac{1}{2} \times 11 \times 5.5$$

مساحة المثلث

$$A = 30.25 \text{ cm}^2$$

$$A = \pi r^2$$

مساحة الدائرة

$$A = 3.14 \times (5.5)^2$$

$$A = 94.985$$

$$94.985 - 30.25 = 64.735 \text{ cm}^2 \therefore \text{المساحة المظلة}$$

# حجم المنشور ولاتطوانة

مقدمة:  
الحجم: هو الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء ويقاس بالوحدات المكعبة.

المنشور: شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدتان متطابقتان ومتوازيتان وفيه المنشور بحسب شكل قاعدته.

مفهوم  
أ- ل- ب

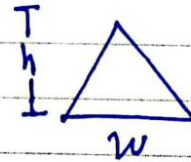
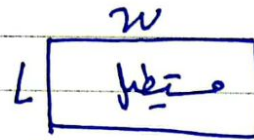
بالكلمات: حجم المنشور  $V$  يساوي ناتج ضرب مساحة قاعدته  $B$  في ارتفاعه  $h$ .

بالرموز  $V = Bh$

الارتفاع هو المسافة بين القاعدتين

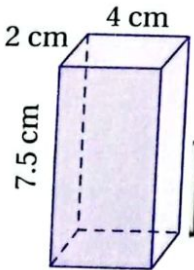
مساحة مستطيل  
 $A = Lw$

مساحة مثلث  
 $A = \frac{1}{2} \times w \times h$



تذكير

مثال: جد حجم كل منشور مما يأتي:



الحل: المنشور قائم- مستطيل وارتفاعه 7.5

$V = Bh$

$V = 8 \times 7.5$

$V = 60 \text{ cm}^2$

الحيث لقاعدته

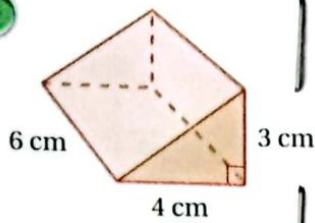
القائمة مستطيل

$B = 2 \times 4$   
 $= 8$

عوض مكان  $B$  و  $h$



2



الحل :- المنشور قاعدته مثلث

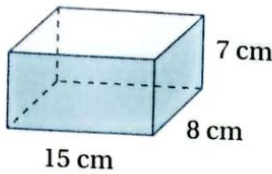
$$V = Bh$$

$$V = 6 \times 6$$

$$V = 36 \text{ cm}^3$$

الحبة لقانون  
القاعدة مثلث  
 $B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$   
 $= 6$

3



المنشور قاعدته مستطيل

$$V = Bh$$

$$V = 120 \times 7$$

$$V = 840 \text{ cm}^3$$

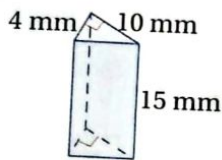
التحقيق  
من  
قوله

القاعدة مستطيل

$$B = 15 \times 8$$

$$= 120$$

4



المنشور قاعدته مثلث

$$V = Bh$$

$$V = 20 \times 15$$

$$V = 300 \text{ mm}^3$$

القاعدة مثلث

$$B = \frac{1}{2} \times 10 \times 4$$

$$= 20$$

ماثل من الحياة



جد حجم حوض السمك (المجاور)

الحل :- الحوض قاعدته مستطيل

$$V = Bh$$

$$V = 84 \times 10$$

$$V = 840 \text{ dm}^3$$

القاعدة مستطيل

$$B = 14 \times 6$$

$$= 84$$



هنا حجم له قاعدتان دائريتان متطابقتان  
ومتوازيان ترتبطان معاً بسطح منحنٍ  
وارتفاعه هو الطول  $h$  هو المسافة بين  
قاعدتيه.

الطول

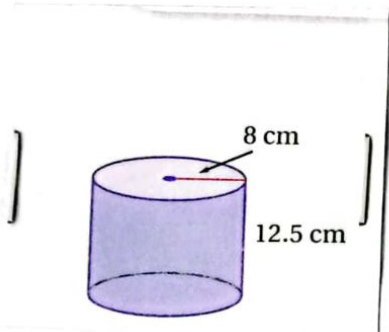
حجم الطول  $V$  هو نصف قطرهما  $r$   
يا وي ناتج ضرب مساحة قاعدتيه  $B$  في ارتفاعها  $h$

مفهوم  
الطول



بالرموز  $V = Bh$  أو  $V = \pi r^2 h$

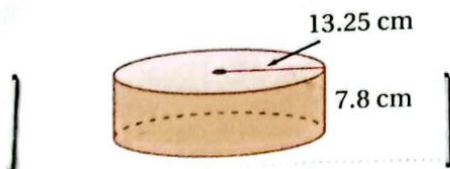
مثال  
جد حجم الطول المجاورة، واقرب  
اجابتي لا قرب جزئ من عشر  
(استخدم آلة الحاسبة وضرب بـ  $\pi$  الموجودة  
في لوحة مفاتيح آلة الحاسبة)



الحل :-  
الكعب (القانون)  
 $V = \pi r^2 h$   
عوضها مكان  
 $V = \pi \times (8)^2 \times 12.5$   
كل من  $h$  و  $r$   
 $V = 2513.274$   
تقريب  
 $V = 2513.3 \text{ cm}^3$

جد حجم الطول المجاورة  
واقرب اجابتي لا قرب جزئ من مائة

الجمع من مائة

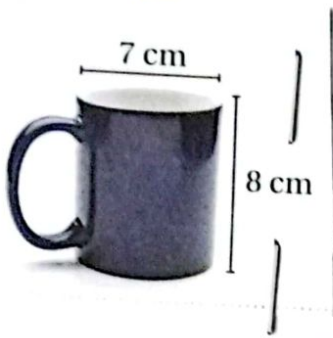


$V = \pi r^2 h$   
 $V = \pi \times (13.25)^2 \times 7.8$   
 $V = 4302.057$   
تقريب  
 $V \approx 4302.06 \text{ cm}^3$

## مسائل في الحياة

كوب: كم سعة مكعباً من القهوة يتسع له  
الكوب (لجوار)

التحفة من فلهما  
99  
صبا

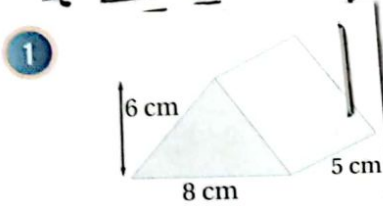


$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (3.5)^2 \times 8$$

$$V = 307.87 \text{ cm}^3$$

الدرب واحد (مسائل) حد حجم كل جسم مما يأتي :-  
منور ثلاثي :-



$$V = Bh$$

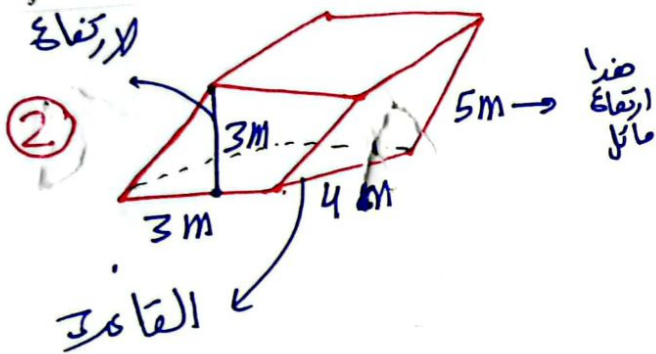
$$V = 24 \times 5$$

$$V = 120 \text{ cm}^3$$

القاعدة مثلث

$$B = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$B = 24$$



منور راعي كنه مسائل

$$V = Bh$$

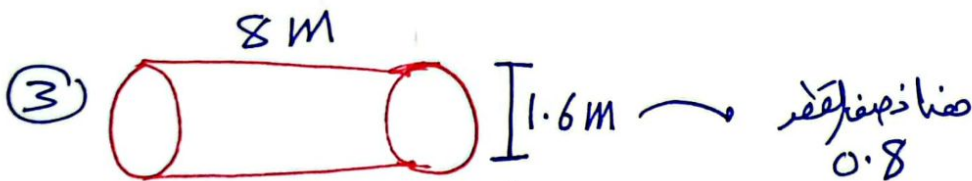
$$V = 12 \times 3$$

$$V = 36 \text{ m}^3$$

القاعدة متطيل

$$B = 3 \times 4$$

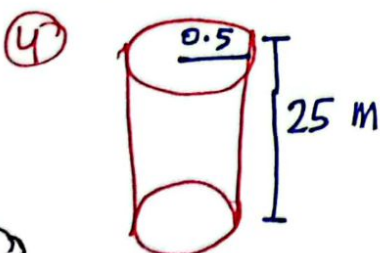
$$B = 12$$



$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (0.8)^2 \times 8$$

$$V = 16.08 \text{ m}^3$$



$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (0.5)^2 \times 25$$

$$V = 19.63 \text{ m}^3$$

4)



جد حجم كل مما يأتي :

⑤ منشور قاعدة مربعة طول ضلعها 4 m وارتفاعه 15 m

$$V = Bh \quad \therefore \text{الحل}$$

$$V = 16 \times 15$$

$$V = 240 \text{ m}^3$$

القاعدة مربعة

$$B = 4 \times 4 = 16$$

⑥ اسطوانة طول قطرها 21.4 dm وارتفاعها 33.7 dm

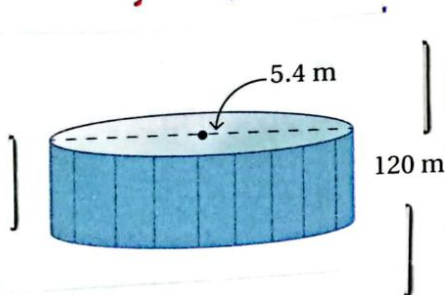
$$r = 21.4 \div 2 = 10.7$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (10.7)^2 \times 33.7$$

$$V = 12121.24 \text{ dm}^3$$

حوض بعمق 120 cm وارتفاعها 5.4 m طول قطرها 5.4 m  
بين الشكل الجوار حوض بعمق 120 cm وارتفاعها 5.4 m طول قطرها 5.4 m



ضخا الوضات مختلفة

$$120 \div 100 = 1.2 \text{ m}$$

$$r = 5.4 \div 2 = 2.7$$

⑦ جد حجم الحوض

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (2.7)^2 \times 1.2$$

$$= 27.48 \text{ m}^3$$

⑧ ما كمية الماء بالليل التي يمكن ان يتحملها الحوض

الحل: كل 1 m<sup>3</sup> تامة 1000 L

$$27.48 \times 1000 = 27480 \text{ L}$$

⑨ ما المدة الزمنية التي يتحملها الحوض

حده يتحمل اذا كانت سرعة تعبئته 50 L/min

$$\frac{50 \text{ L}}{1 \text{ min}} = \frac{27480}{x}$$

نحل لنسب

$$x = 549.6 \text{ min}$$

⑤



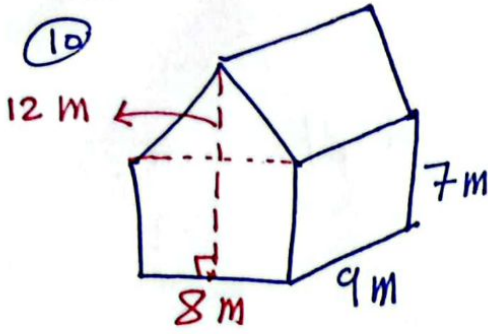
جد حجم كل مما يأتي :-

هذا الحجم هو عبارة عن  
مجموعتين معاً العلوية منشور ثلاثي  
وطرفه منشور مربع

$$V = Bh + Bh$$

$$V = (\frac{1}{2} \times 8 \times 5) \times 9 + (8 \times 9) \times 7$$

$$V = 180 + 504 = 684 \text{ m}^3$$



ارتفاع قاع  
المثلث المنشور  
الأسفل

$$12 - 7 = 5$$

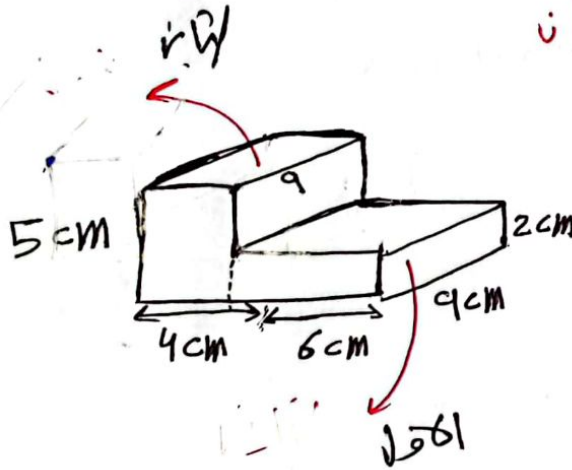
هذا عبارة عن مجموعتين مربعين

$$V = Bh + Bh$$

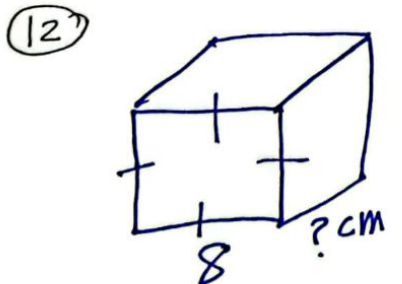
$$V = (6 \times 9) \times 2 + 4 \times 5 \times 9$$

$$V = 108 + 180$$

$$V = 288 \text{ cm}^3$$



استعمل المعلومات الموضحة لكل شكل مما يأتي لإيجاد (المساحة)  
المطلوبة



$$V = 608 \text{ cm}^3$$

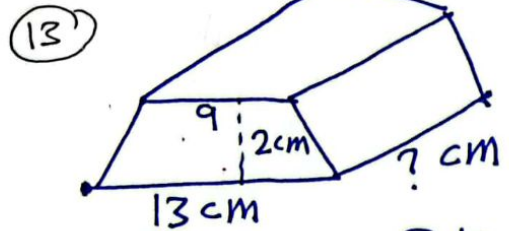
الحل: (المساحة) المطلوب هو  
الارتفاع

$$V = Bh$$

$$608 = 8 \times 8 \times h$$

$$\frac{608}{64} = \frac{64 \times h}{64}$$

$$h = 9.5 \text{ cm}$$



$$V = 110 \text{ cm}^3$$

$$V = Bh$$

$$110 = \frac{1}{2} \times (13 + 9) \times 2 \times h$$

$$\frac{110}{22} = \frac{22h}{22}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

المساحة المطلوبة  
لها

6

(14) أقطار:- مقياس المظفر أداة تستخدم لقياس كمية  
الأقطار التي تقع في مكان معين في  
صحة زمنية محددة ويتكون من أنبوب على  
شكل السطوانة يعلوها قمع. ما كمية  
الماء التي سحلت مقياس مظفر ارتفاعه  
30 cm وطوله نصف قطرها 2.5 cm

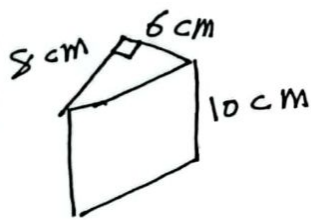
الحل:- كمية الماء ← المقصود أو جد الحجم

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (2.5)^2 \times 30$$

$$V = 589 \text{ cm}^3$$

(15) تبصر:- ذوب كمال منشوراً رباعياً من الشمع ابعاد  
20 cm, 9 cm, 10 cm لتشكل شمعات على شكل منشور  
مقاعد مثلثة كما في الشكل المجاور. كم شمعة يستطيع كمال  
ان يصنع من كمية الشمع التي لديه؟ ابر اجابتي.



الحل:- اجد حجم المنشور الرباعي

$$V = Bh$$

$$V = 10 \times 9 \times 20 = 1800 \text{ cm}^3$$

اخذ حجم المنشور الثلاثي

$$V = Bh$$

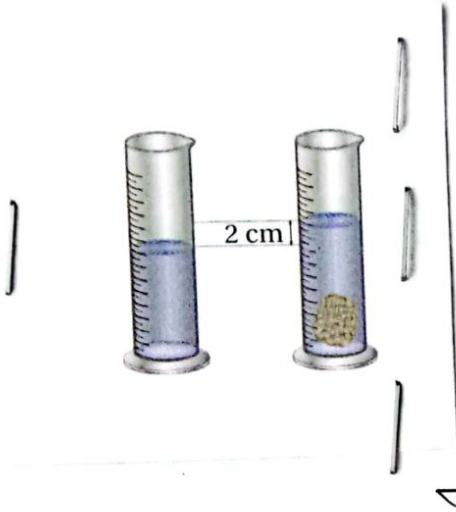
$$V = \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) \times 10 = 240$$

عدد الشمعات

$$1800 \div 240 = 7.5$$

$$\approx 8$$

(16) تبيّر: أتمل الشكل المجاور، ثم اصف كيف تمكنت  
 إيجاد حجم الجسم المغمر بالماء، مبرراً إجابتك  
 علماً بأن طول ذهب قطر قاعدة الدور  $1.5 \text{ cm}$   
 ثم اجد الحجم



حجم المغمر هو حجم لعاد ليزان

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (1.5)^2 \times 2$$

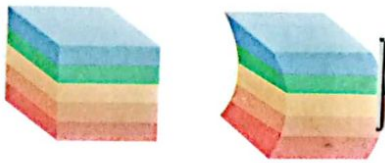
$$V = 14.13 \text{ cm}^3$$

(17) تتكون كل مجوعة من أوراق التذكير المجاور من 500 ورقة.

هل يوجد اختلاف بين حجمي المجموعتين؟ ابرر إجابتك  
 ثم اجد حجم كل مجوعة، علماً بأن أبعاد الورقة الواحدة

$6 \text{ cm}$  و  $6 \text{ cm}$  و  $0.02 \text{ cm}$

الكل: لا يوجد اختلاف بين المجموعتين  
 لأن لهما نفس الأبعاد



$$V = Bh$$

لنفس  
 البعد

$$V = 6 \times 6 \times 0.02$$

$$= 0.72 \text{ cm}^3$$

حجم ورقة واحدة

ملاحظة: المجموعة كاملة:

$$500 \times 0.72 = 360 \text{ cm}^3$$

(8)

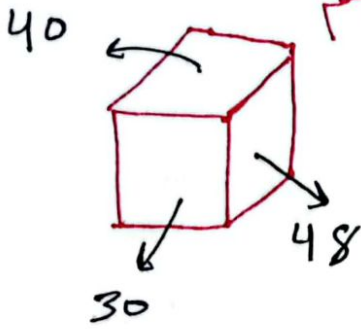


(18) تكدس منشور قاعدته على شكل مستطيل وأبعاده

أعداد كلية، ومساحات أوجهه

$48 \text{ cm}^2$  و  $40 \text{ cm}^2$  و  $30 \text{ cm}^2$ ، أوجد حجم

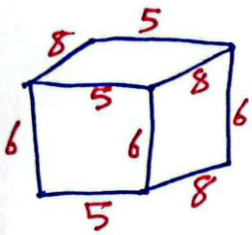
المنشور



الحل: أعداد كلية: 2، 3، 4، ...

دون سوابك أو كور

الحل: نحاول الوصول إلى الأبعاد



$$30 = 5 \times 6$$

$$40 = 8 \times 5$$

$$48 = 6 \times 8$$

وعليه الأبعاد 5 و 6 و 8

$$V = Bh$$

$$V = (5 \times 6) \times 8$$

$$V = 240 \text{ cm}^3$$

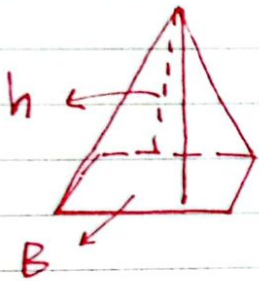
# حجم الهرم والمخروط

**مقدمة** :- الهرم :- جسم ثلاثي الأبعاد له أساس واحد وجوانب مائلة مثلثة ويصلها بعدد أضلاع قاعدته

بالتكلمات :- حجم الهرم  $V$  يساوي ثلث مساحة قاعدته  $B$  في ارتفاعه  $h$

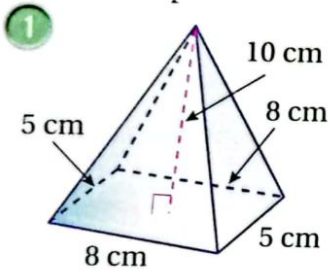
مفهوم  
الهرم

$$V = \frac{1}{3} Bh$$



**مثال** جد حجم كل هرم معياري، مقرب اجابتي لأقرب جزء من عشرة

الحل :- «هرم رباعي»  
اكتب القانون :-



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$V = \frac{1}{3} \times 40 \times 10$$

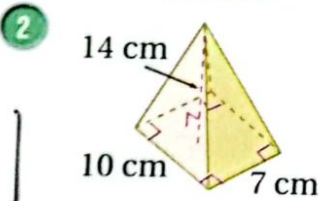
$$\approx 133.33$$

$$\approx 133.3 \text{ cm}^3$$

القاعدة متطيل

$$B = 8 \times 5$$

$$B = 40$$



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$V = \frac{1}{3} \times 70 \times 14$$

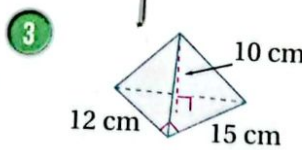
$$V = 326.6$$

$$V \approx 326.7 \text{ cm}^3$$

الحل :-  
هرم رباعي

القاعدة متطيل

$$B = 7 \times 10 = 70$$



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$V = \frac{1}{3} \times 90 \times 10$$

$$V = 300 \text{ cm}^3$$

الحقق من فهمك

104  
80

الحل :- هرم ثلاثي

القاعدة مثلث

$$B = \frac{1}{2} \times 12 \times 15$$

$$= 90$$

## ماثل من الحياة

جد حجم اصغر هرم في المعية علماً أن ارتفاعه 18m وطول ضلع قاعدته المربعة 19.5m أقرب اجابتي لا قرب جزئ من عشر

التحقه من مرفعي  
104  
ص

الحل :-

$$V = \frac{1}{3} B h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 380.25 \times 18$$

$$V = 2281.5 \text{ m}^3$$

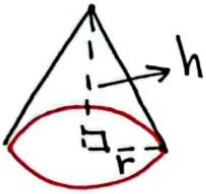
القاعدة مربع

$$B = 19.5 \times 19.5$$

$$B = 380.25$$

هو شكل ثلاثي الابعاد له قايح دائريه واحده و سطح منحنى يصل القايح بالأسفل

المخروط



بالكلمات : حجم المخروط V

الذي طول نصف قطره r

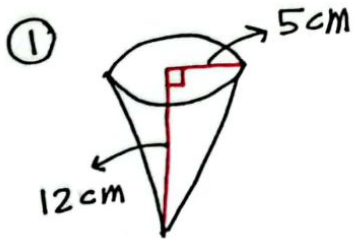
يساوي ثلث مامة قايحه B في ارتفاعه h

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ أو } V = \frac{1}{3} B h$$

مفهوم ألسيا

جد حجم كل مخروط ، واقرب اجابتي الى اقرب جزئ من مئة

مثال



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

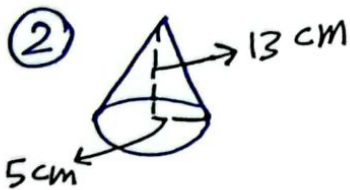
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$$

$$V \approx 314.16 \text{ cm}^3$$

الحل :-  
المكتب لقانون

عوضه بدل r  
h

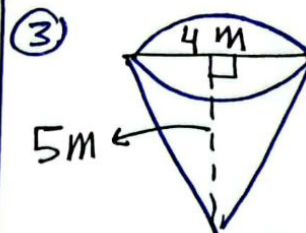
حب الكتاب  
نستخدم  
المثله الكاسيه  
واكتفاد (π) من  
الكاسيه



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 13$$

$$V = 340.34 \text{ cm}^3$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (2)^2 \times 5$$

$$V = 20.94 \text{ m}^3$$

التحقه من مرفعي  
105  
ص

2



## مسائل من الحياة

التحقق من فهمي  
١٥٦  
صها

في مثال السابق «مثال (١)» صفحة ١٥٦ إذا كان طول نصف قطر كومة ملح 35 cm وارتفاعها 40 cm أجد حجم الكومة، واقرب اجابتي لاقرب جزء من عشرة

الحل:-

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

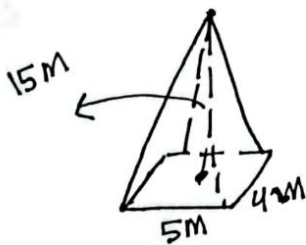
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (35)^2 \times 40$$

$$V = 51312.7 \text{ cm}^3$$

## اتدرب واحل مسائل

جد حجم كل مجسم مما يأتي، واقرب اجابتي لاقرب جزء من عشرة

(١)

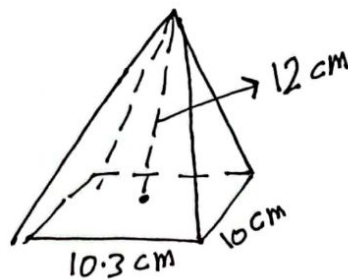


$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} B h \\ &= \frac{1}{3} \times 20 \times 15 \\ &= 100 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

الحل:-

القاعدة مربعة  
 $B = 5 \times 4$   
 $B = 20$

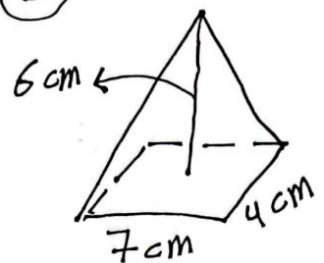
(٢)



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} B h \\ &= \frac{1}{3} \times 103 \times 12 \\ &= 412 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

القاعدة مربعة  
 $B = 10 \times 10.3$   
 $B = 103$

(٣)

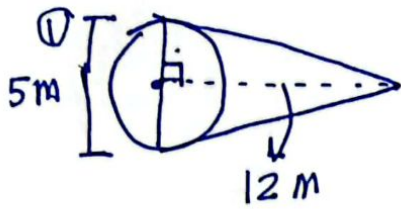


$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} B h \\ &= \frac{1}{3} \times 28 \times 6 \\ &= 56 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

القاعدة مستطيلة  
 $B = 7 \times 4$   
 $B = 28$

(٣)

جد حجم كل مخروط مما يأتي، وأقرب اجابتي لأقرب  
جزء من عشرة.



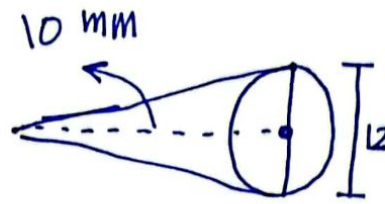
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times (2.5)^2 \times 12$$

$$V = 78.539$$

$$V = 78.5 \text{ m}^3$$

نقرب



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times (6)^2 \times 10$$

$$V = 376.99$$

$$V = 377 \text{ mm}^3$$

نقرب



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (3)^2 \times 4$$

$$V = 37.69$$

$$V = 37.7 \text{ cm}^3$$

نقرب

جد حجم كل حجم مما يأتي، وأقرب اجابتي لأقرب جزء من عشرة

(7) هرم ارتفاعه 5 dm ومساحة قاعدته  $18 \text{ cm}^2$

الحل:-

الوصلة مختلفة

$$5 \text{ dm} = 50 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} B h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 18 \times 50$$

$$V = 300 \text{ m}^3$$

(8) مخروط طول نصف قطره 4 mm وارتفاعه 6.5 mm

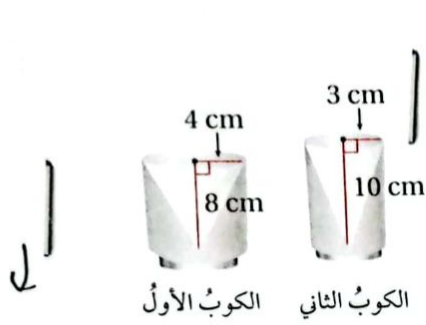
الحل:-

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times (4)^2 \times 6.5$$

$$V = 108.9 \text{ mm}^3$$

٩) اكواب :- يبين الشكل (لجوار كوبيتين ، المنطقتين الداخلية في كل منهما على شكل مخروط ، أي الكوبيتين يتبع الكعب الأكبر من السائل ؟ ابدرا جابتي



الحل :- الكوب لاول :-  

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 10$$

$$V = 94.24 \text{ cm}^3$$
 الكوب الثاني :-  

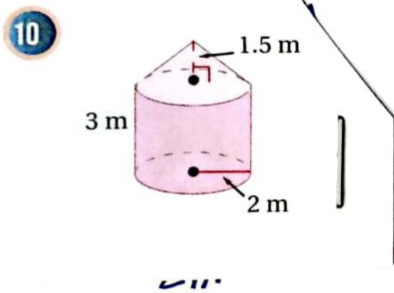
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 8$$

$$V = 134.04 \text{ cm}^3$$

الاكبر هو الكوب الاول

احد حجم كل جسم مما ياتي ، واقرب اجابتي لا قرب عز من متا



الحل :- الحجم عبارة اسطوانة بعلوها مخروط

الحل :-  

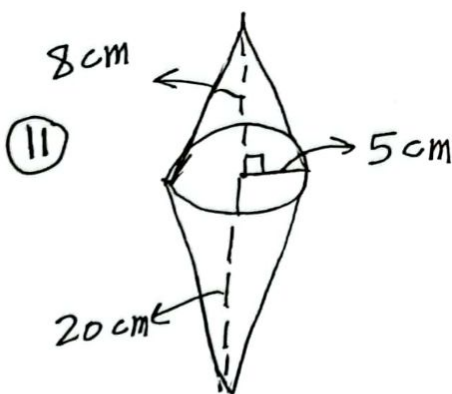
$$V = \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (2)^2 \times 3 + \frac{1}{3} \pi \times (2)^2 \times 1.5$$

$$V = 37.699 + 6.283$$

$$V \approx 43.982$$

$$V \approx 43.98 \text{ m}^3$$
 التقريب



الحل :- الحجم عبارة عن مخروط بعلوها بعلوها

الحل :-  

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 8 + \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 20$$

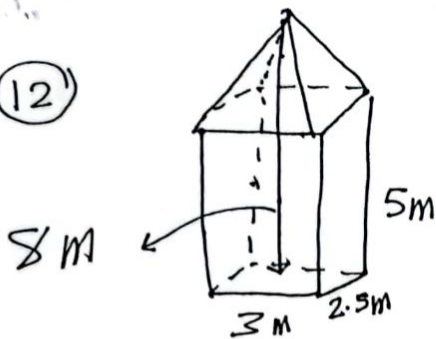
$$V = 209.439 + 523.598$$

$$V = 733.037$$

$$V = 733.04 \text{ cm}^3$$
 التقريب



(12)



الحل:- الحجم عبارة عن منشور يعلوه  
مهرم رباعي، حيث ارتفاع  
المهرم  $8 - 5 = 3 \text{ m}$

المطلوب

$$V = Bh + \frac{1}{3} Bh$$

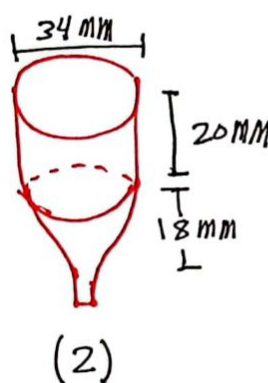
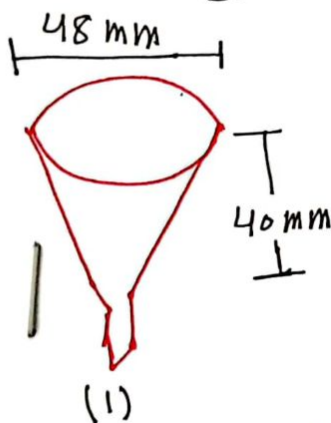
$$V = (3 \times 2.5) \times 5 + \frac{1}{3} \times (3 \times 2.5) \times 3$$

$$V = 37.5 + 7.5$$

$$V = 45 \text{ m}^3$$

(13)

علوم :- بين الشكل لجوار مقعدين يستخدمان في مختبرات  
العلوم، المقع (1) على شكل مخروط والمقع (2)  
على شكل مخروط مع اسطوانة متصلة بقاعدته  
أي المقعين حجمه اكبر؟ ابرر اجابتي



الحل:- حجم المقع الاول

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times (24)^2 \times 40$$

$$V = 24127.43 \text{ mm}^3$$

حجم المقع الثاني :-

$$V = \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \pi \times (17)^2 \times 20 + \frac{1}{3} \pi \times (17)^2 \times 18$$

$$V = 23605.9 \text{ mm}^3$$

معليه بالمقارنة بين متعة كل حجم، يكون المقع الاول اكبر

استعمل المعلومات الموضحة في الشكل، لايجاد البعد المفقود

$$V = 200 \text{ cm}^3 \quad (14)$$

الحل: المجهول هو ارتفاع

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$200 = \frac{1}{3} \times (10 \times 10) \times x$$

$$200 = \frac{100}{3} x$$

$$x = 200 \times \frac{3}{100}$$

$$= 2 \times 3$$

$$= 6 \text{ cm}$$

$$V = 216 \pi \text{ m}^3 \quad (5)$$

الحل: المجهول هو نصف القطر

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$216 \pi = \frac{1}{3} \pi \times x^2 \times 18$$

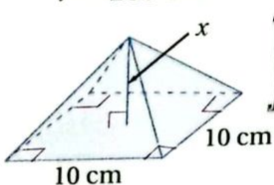
$$\frac{216 \pi}{6 \pi} = \frac{6x^2}{6 \pi}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ m}$$

14

$$V = 200 \text{ cm}^3$$



حل لمعادلة حيث نضرب  
طرفي المعادلة في  
 $\frac{3}{100}$

6

16) أهرام مصرية :- أعود الى فقرتي (استكشف) بداية لدرس وأحل لها

يعود بناء هرم خوفو الى العام 2560 قبل الميلاد تقريباً ، اذا علمت ان ارتفاع هذا الهرم 139 م تقريباً وقاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 230 م فكم حجمه

$$V = \frac{1}{3} B h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 52900 \times 139$$

$$V = 2451033.3 \text{ م}^3$$

الحل:

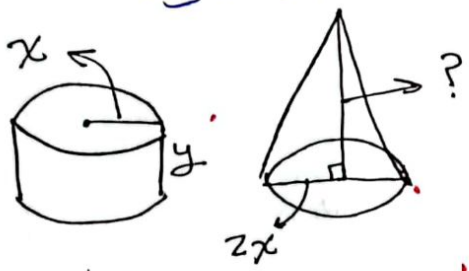
القاعدة مربعة

$$B = 230 \times 230$$

$$B = 52900$$

17) تبرع :- ببيت الشكل المجاور مخروطاً واسطوانة لهما

الحجم نفسه ، ما علاقة ارتفاع المخروط بارتفاع الاسطوانة ؟



الحل : حجم الاسطوانة

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \pi x x^2 \times y$$

$$V = \pi x^2 y$$

حجم المخروط

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi x x^2 \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi x^2 h$$

لأن لهما نفس الحجم

$$\cancel{\pi x^2} y = \frac{1}{3} \cancel{\pi x^2} h$$

$$y = \frac{1}{3} h$$

ارتفاع المخروط 3 أضعاف ارتفاع الاسطوانة .

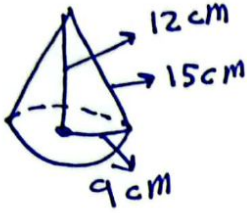


١٨) اكتشف الخطأ :- اين الخطأ في ايجاد حجم هذا الجسم الآتيين وامرصح.

$$V = \frac{1}{3} \pi (9^2)(15)$$

$$= 405 \pi$$

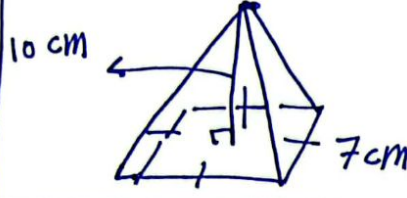
$$\approx 1272 \text{ cm}^3 \quad \times$$



الخطأ هو تعويض  
ارتفاع ب 15  
 $V = \frac{1}{3} \pi (9^2) \times 12$   
 $V = 1017.87 \text{ cm}^3$

$$V = \frac{1}{2} (49)(10)$$

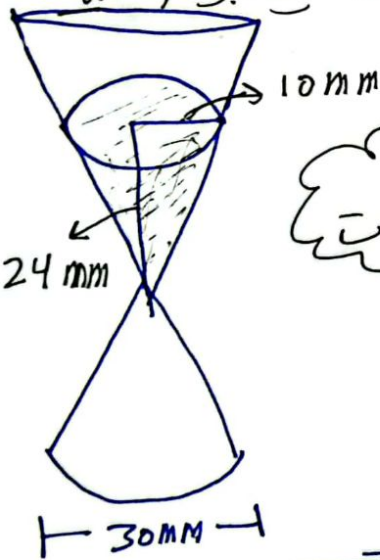
$$= 245 \text{ cm}^2 \quad \times$$



الخطأ هو  $\frac{1}{2}$  والصواب  $\frac{1}{3}$   
 $V = \frac{1}{3} (49)(10)$   
 $V = \frac{490}{3}$   
 $= 163.3 \text{ cm}^3$

الحل :-

١٩) تبرير :- يقط الرمل في الساعة الرملية (لجوار) بمعدل  $50 \text{ cm}^3$  كل دقيقة كم هذا الوقت يحتاج الرمل ليقط كله في الجزء السفلي



نوحه  
الوحدات

الحل :- نجد حجم الرمل

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 10^2 \times 24$$

$$V = 2513.27 \text{ mm}^3$$

$$\frac{1 \text{ min}}{50000 \text{ cm}^3} = \frac{x \text{ min}}{2513.27}$$

كل/لتراسب

$$x = 0.05$$



٢٠) اصف العلاقة بين حجم الهرم وحجم منشور  
المساوي له في القاعدة والارتفاع

الاجابة : حجم الهرم يساوي ثلث حجم منشور  
المساوي له في القاعدة والارتفاع



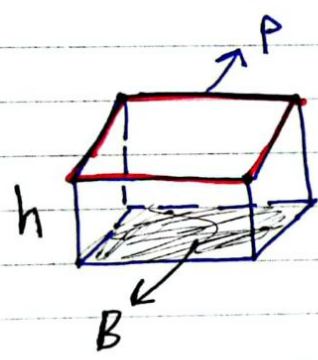
# مساحة سطح المنشور ولاتسطوانة

\* المساحة الكلية (S.A) لسطح أي جسم تساوي مجموع مساحات أوجهه جميعها

\* المساحة الجانبية (L.A) لسطح المنشور هي مجموع مساحات أوجهه الجانبية

مفهوم  
الاساس

بالكلمات :- المساحة الجانبية (L.A) لسطح المنشور تساوي ناتج ضرب ارتفاع المنشور  $h$  في محيط القاعدة  $P$  أما (المساحة الكلية S.A) لسطح المنشور فتساوي مجموع مساحة الجانبية ومساحة قاعدتيه.



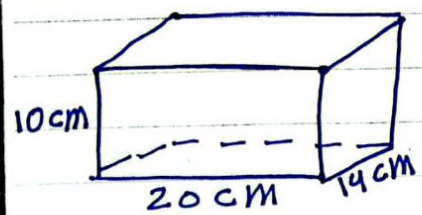
$$L.A = Ph$$

$$S.A = L.A + 2B$$

حيث :-  
 $P$  : محيط القاعدة  
 $B$  : مساحة قاعدة

مثال جد مساحة كلية لسطح كل منشور مما يأتي :-

①



الحلوة (1) :- نجد محيط لقاعدة القاعدة مستطيل وعليه :-

$$P = 2l + 2w$$

$$P = 2 \times 20 + 2 \times 14 = 68 \text{ cm}$$

الحلوة (2) :- نجد مساحة الجانبية لسطح المنشور

$$L.A = Ph$$

عوض مكان  $P$  بـ  $h$

$$L.A = 68 \times 10$$

$$= 680 \text{ cm}^2$$

تذكر :-  
محيط مستطيل  $2l + 2w$

### الخطوة (3) : نجد مساحة لقاعدة

$$B = l \times w$$

$$B = 20 \times 14 = 280 \text{ cm}^2$$

### الخطوة (4) : نجد (مساحة اكلية سطح المنشور)

$$S.A = L.A + 2B$$

$$= 680 + 2 \times 280$$

$$= 1240 \text{ cm}^2$$

عوضنا مكان لقاعدة  
الجانبية ومساحة لقاعدة

التحفة من فلهي

منشور - باصا

$$P = 2l + 2w$$

الحل :- \*

$$P = 2 \times 8 + 2 \times 3$$

$$P = 16 + 6 = 22 \text{ cm}$$

$$L.A = Ph$$

\*

$$L.A = 22 \times 5$$

$$= 110 \text{ cm}^2$$

$$B = 8 \times 3$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$

\*

$$S.A = L.A + 2B$$

\*

$$S.A = 110 + 2 \times 24$$

$$= 110 + 48 = 158 \text{ cm}^2$$

الحل :- منشور ثلاثي

$$P = 4 + 3 + 5$$

\*

$$P = 12 \text{ cm}$$

$$L.A = Ph$$

\*

$$L.A = 12 \times 6$$

$$L.A = 72 \text{ cm}^2$$

$$B = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

\*

$$B = 6 \text{ cm}^2$$

$$S.A = L.A + 2B$$

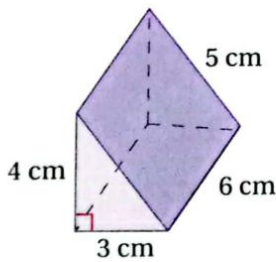
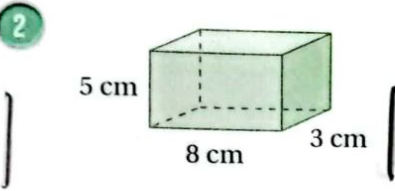
\*

$$S.A = 72 + 2 \times 6$$

$$= 72 + 12$$

$$= 84 \text{ cm}^2$$

تذكير  
مساحة مستطيل  
 $w \times l$



تذكير  
مساحة مثلث هو  
مجموع أطوال  
الضلعين



## مسائل من الحياة

ناطحات سحاب :- المبني الظاهر في الصورة على شكل خمار  
متنظم ارتفاعه 124 m وطول ضلع قاعدته  
الخامسة 41 m ، جد مساحة الجانبيه

الحل :- نتابع الى معرفة محيط لقاعدته صيغ قاعدته خماسية  
متنظمة

تذكير :- محيط المضلع المنتظم هو حاصل ضرب عدداً ثنائياً في ضلعه



$$P = 5 \times 41 = 205 \text{ m}$$

$$L.A = Ph$$

$$L.A = 205 \times 124 = 25420 \text{ m}^2$$

جد (مساحة الكل) لسطح المبني اذا علمت  
ان مساحة قاعدته 10450 m<sup>2</sup>

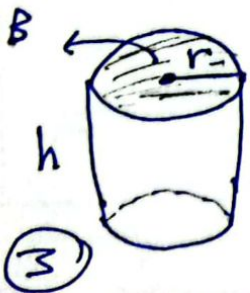
التحقق من فلهين  
صالحاً

$$\begin{aligned} S.A &= L.A + 2B \\ &= 25420 + 2 \times 10450 = 67220 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

## المساحة الكلية والجانبيه للأسطوانة

بالكلمات :- المساحة الجانبيه (L.A) لسطح الاسطوانة  
هي مساحة سطحها المنحني وتساوي  
حاصل ضرب محيط قاعدتها في ارتفاعها  
أما (مساحة الكل) (S.A) للأسطوانة  
فتساوي مجموع مساحة الجانبيه ومساحة  
قاعدتها

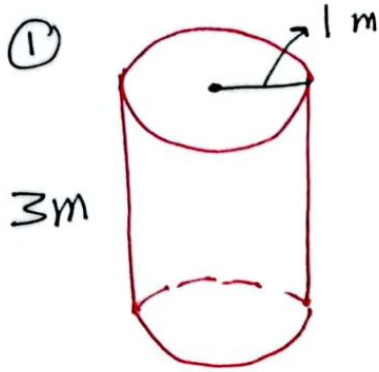
فلفهم أسهل



$$\begin{aligned} L.A &= 2\pi rh \text{ أو } L.A = \pi dh \\ S.A &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \text{ أو } S.A = L.A + 2B \end{aligned}$$



مثال: جد المساحة الجانبية، والكلية لسطح الأسطوانة (المجاورة).  
أقرب اجابتي لأقرب جزء من مئة



الحل:-

\* اكتب لقانون المساحة الجانبية

$$L.A = 2\pi rh$$

\* عوض مكان

$$L.A = 2\pi \times 1 \times 3$$

r و h

$$L.A \approx 18.85 \text{ m}^2$$

\* استخدم الآلة الحاسبة

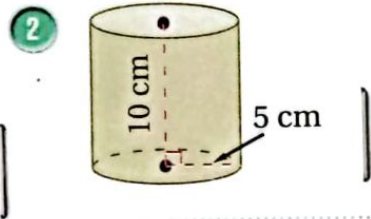
\* اكتب لقانون المساحة الكلية

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A \approx 18.85 + 2\pi \times 1^2$$

$$\approx 25.13 \text{ m}^2$$

استخدم الآلة الحاسبة



الحل:-

$$L.A = 2\pi rh$$

$$L.A = 2\pi \times 5 \times 10$$

$$L.A \approx 314.16 \text{ cm}^2$$

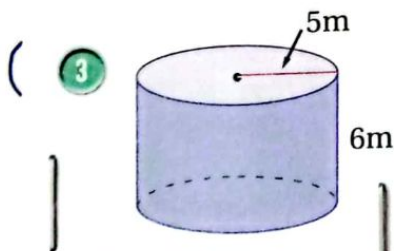
التحقق من فروعها  
112  
صها

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A \approx 314.16 + 2\pi \times 5^2$$

$$S.A \approx 314.16 + 157.08$$

$$S.A \approx 471.24 \text{ cm}^2$$



الحل:-

$$L.A = 2\pi rh$$

$$L.A = 2\pi \times 5 \times 6$$

$$L.A = 188.50 \text{ m}^2$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A = 188.50 + 2\pi \times 5^2$$

$$S.A = 188.50 + 157.08$$

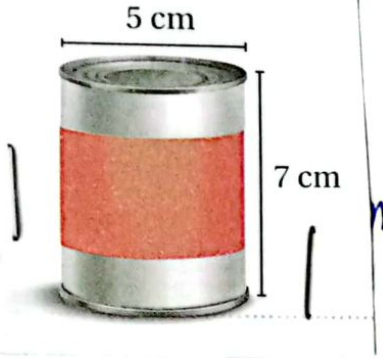
$$S.A = 345.58 \text{ m}^2$$

4

## مسائل من الحياة

علب :- ينتج مصنع علباً أسطوانية الشكل ارتفاع القاعدة فيها 7 cm وطول قطرها 5 cm ، حدد مساحة التغليف لسطح العلبة ، اقرب اجابتي لاقرب جزء من عشرة

الحققة من فرلعه  
113  
صها

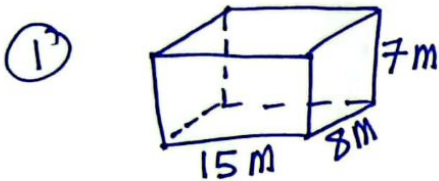


الحل :-

$$\begin{aligned} S.A &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ S.A &= 2\pi \times 2.5 \times 7 + 2\pi \times 2.5^2 \\ S.A &= 110 + 39.3 \\ S.A &= 149.3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

جد مساحة الجانبي لسطح كل جسم مما يأتي

اندرج وطولوا



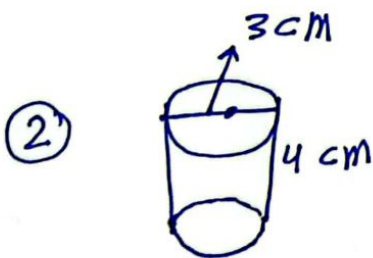
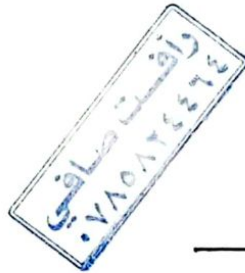
الحل : منشور رباعي قاعدة مستطيل

بجز محيط القاعدة

$$\begin{aligned} P &= 2 \times 15 + 2 \times 8 \\ P &= 30 + 16 = 46 \text{ m} \end{aligned}$$

$$L.A = Ph$$

$$L.A = 46 \times 7 = 322 \text{ m}^2$$



الحل :-

$$L.A = \pi d h$$

$$L.A = \pi \times 3 \times 4$$

$$L.A = 37.699 \text{ cm}^2$$

الحل : منشور سداسي قاعدة مستطيلة

بجز محيط لقاعدة

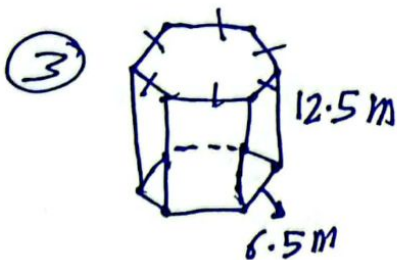
$$P = 6 \times 6.5$$

$$P = 39 \text{ m}$$

$$L.A = Ph$$

$$L.A = 39 \times 12.5$$

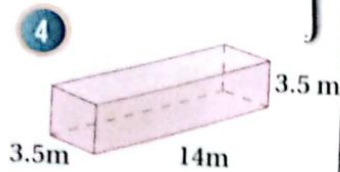
$$= 487.5 \text{ m}^2$$



⑤

جد مساحة السطح الكلية لكل حجم مما يأتي :-

الحل :- منشور رباعي قاعدته مربع



\* نجد محيط القاعدة

$$P = 4 \times 3.5 = 14 \text{ m}$$

\* نجد مساحة الجوانب :-

$$L.A = P \times h$$

\* نجد مساحة القاعدة :-

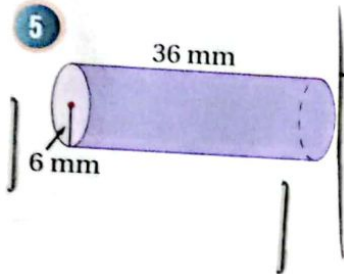
$$B = 3.5 \times 3.5$$

\* نجد مساحة السطح الكلية :-

$$S.A = L.A + 2B$$

$$S.A = 196 + 2 \times 12.25$$

$$S.A = 220.5 \text{ m}^2$$



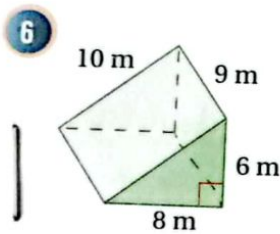
الحل :- اسطوانة :-

$$S.A = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$S.A = 2\pi \times 6 \times 36 + 2\pi \times 6^2$$

$$S.A = 1357.16 + 226.19$$

$$S.A = 1583.35 \text{ mm}^2$$



الحل :- منشور ثلاثي :-

$$P = 8 + 6 + 10 = 24 \text{ m}$$

$$L.A = P \times h$$

$$L.A = 24 \times 9 = 216 \text{ m}^2$$

$$B = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ m}^2$$

$$S.A = L.A + 2B$$

$$S.A = 216 + 2 \times 24 = 264 \text{ m}^2$$

جد مساحة السطح الكلية لكل حجم مما يأتي :-

⑦ منشور قاعدته متطابقة المثلث، طولها 6.2 cm وعرضها 4 cm وارتفاعها 8.5 cm

$$P = 2 \times 6.2 + 2 \times 4 = 20.4 \text{ cm}$$

$$L.A = P \times h$$

$$L.A = 20.4 \times 8.5$$

$$L.A = 173.4 \text{ cm}^2$$

$$B = 4 \times 6.2 = 24.8 \text{ cm}^2$$

$$S.A = L.A + 2B$$

$$S.A = 173.4 + 2 \times 24.8$$

$$= 223 \text{ cm}^2$$

⑥



⑧ اسطوانة طول نصف قطرها 5 mm وارتفاعها 15 mm

الحل :-  

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A = 2\pi \times 5 \times 15 + 2\pi \times 5^2$$

$$S.A = 471.23 + 157.08$$

$$S.A = 628.31 \text{ mm}^2$$

⑨ اسطوانة طول قطرها 4 m وارتفاعها 20 m

الحل  

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A = 2\pi \times 2 \times 20 + 2\pi \times 2^2$$

$$S.A = 251.33 + 25.13$$

$$S.A = 276.46 \text{ m}^2$$

⑩ أقلام :- قلم تلوين على شكل منشور مربعي طول ضلعه قاعدة 4 mm وارتفاعه 170 mm  
 حد المساحة الجانبية لسطح (القلم)

الحل: المنشور قاعدة مربعة  

$$P = 6 \times 4 = 24 \text{ mm}$$

$$L.A = Ph$$

$$L.A = 24 \times 170$$

$$L.A = 4080 \text{ mm}^2$$

⑪ ناطحات سحاب :- ناطحة سحاب على شكل منشور قاعدة مربعة الشكل طول ضلعها 64 m وارتفاعه 414 m  
 حد المساحة الجانبية لسطح ناطحة السحاب

الحل :-  

$$P = 4 \times 64$$

$$P = 256 \text{ m}$$

$$L.A = Ph$$

$$L.A = 256 \times 414$$

$$L.A = 105984 \text{ m}^2$$

- ⑫ ابراج :- يبلغ ارتفاع برج الساعة في مكة المكرمة 250 m تقريباً، وهو على شكل منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 43 m حدد مساحة الجانبيه سطح لبرج



$$P = 4 \times 43$$

$$P = 172 \text{ m}$$

$$L \cdot A = Ph$$

$$L \cdot A = 172 \times 250 = 43000 \text{ m}^2$$

الحل :-

- ⑬ حدد مساحة الكرتون اللازمه لصنع الأنبوب الآتي :-



الحل :- نوجد نصفه  
 $3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$

نكن الكرتون مفتوحه من الجهتين ، وعليه المطلوب (مساحة الجانبيه)

$$L \cdot A = \pi d h$$

$$L \cdot A = \pi \times 3 \times 300$$

$$L \cdot A = 2827.4 \text{ cm}^2$$

- ⑭ علب :- خلفت منار جوانبه علبه الاقلام (الجواره وقاعدتها بعرضه للترتيب ، حدد مساحة ورقه التغليف

الحل :- هنا نجد (مساحة الجانبيه ومساحة قاعه واحده

$$L \cdot A = \pi d h$$

$$L \cdot A = \pi \times 16 \times 15$$

$$L \cdot A = 753.98 \text{ cm}^2$$

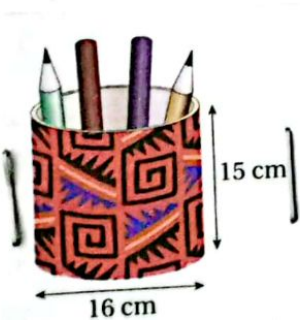
$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times 8^2$$

$$B = 201.06$$

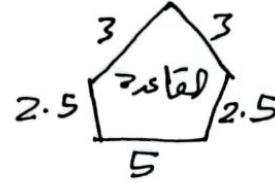
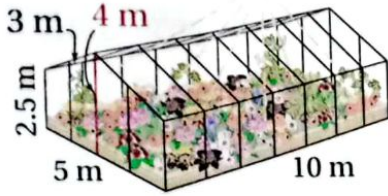
$$S \cdot A = 753.98 + 201.06$$

$$S \cdot A = 955.04 \text{ cm}^2$$



١٥) بيوت زجاجية :- يبنى الشكل المجاور بيتاً زجاجياً ، أجد مساحة النجارة التي استعملت في بناء البيت

الحل: المطلوب : مساحة النجارة  
والبيت الزجاجي مشورخاً

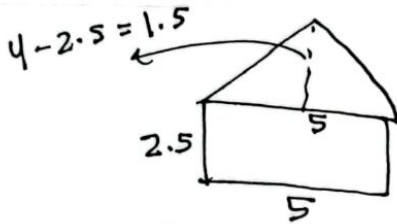


$$P = 3 + 3 + 2.5 + 2.5 + 5$$

$$P = 16 \text{ m}$$

$$L \cdot A = Ph = 16 \times 10 = 160 \text{ m}^2$$

الجار مساحة الشكل الخامس



$$B = \text{مساحة قاعدة} + \text{مساحة سقف}$$

$$B = 2.5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 5 \times 1.5$$

$$B = 16.25$$

$$S \cdot A = 160 + 2 \times 16.25$$

$$S \cdot A = 160 + 32.5$$

$$= 192.5 \text{ m}^2$$

١٦) اصفه طرره :- يمثل الجزء الامامي من اصفه الطرره في الصورة المجاورة اسطوانة طولها ١.٠٧ م وطول قطر قاعدتها الدائرية ١.٢٨ م ما مساحة التي تغطيها الماكينة من الطريره في صورة الواحدة

الحل: المطلوب : مساحة الجانبين للأسطوانة

$$L \cdot A = \pi d h$$

$$L \cdot A = \pi \times 1.28 \times 1.07$$

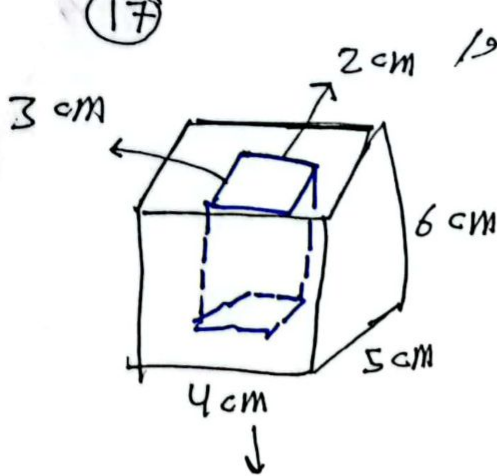
$$L \cdot A = 4.30 \text{ m}^2$$





تد ٣ - جد مساحة الكلية لسطح كل حجم مما يأتي :-

(17)



الحل:- منشور رباعي قائم، متطيل وبداخله منشور

$$P = 2 \times 4 + 2 \times 5 = 18$$

$$L.A = Ph = 18 \times 6 = 108 \text{ cm}^2$$

لكننا القاعدتين مقطوعتين منها متطيل صغير

$$4 \times 5 - 3 \times 2 = 20 - 6 = 14$$

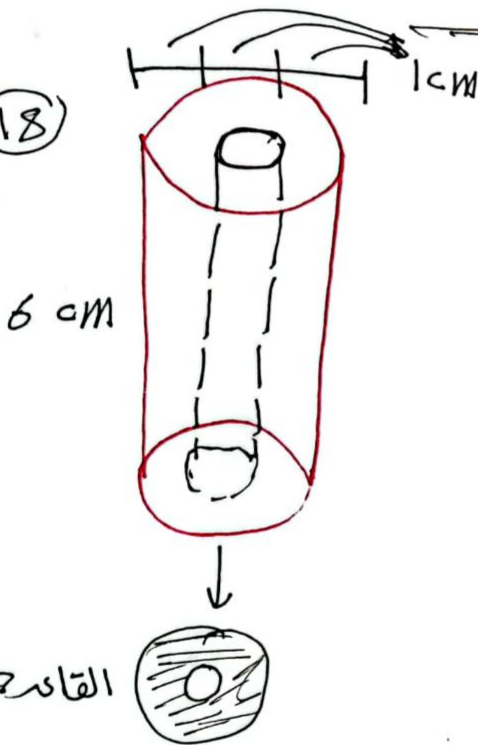
$$S.A = L.A + 2B \quad \text{وعليه}$$

$$S.A = 108 + 2 \times 14$$

$$S.A = 108 + 28$$

$$S.A = 136 \text{ cm}^2$$

(18)



الحل: اسطوانة داخلها اسطوانة أخرى  
مما نجد له مساحة الجانبين

$$L.A = \pi dh$$

$$L.A = \pi \times 3 \times 6$$

$$L.A = 16\pi = 50.265 \text{ cm}^2$$

لكننا لقاعدتين مقطوعتين منها دائرتان أخري

$$B = \pi \times (1.5)^2 - \pi \times (0.5)^2$$

$$B = 7.067 - 0.79 = 6.28 \text{ cm}^2$$

$$S.A = L.A + 2B \quad \text{وعليه}$$

$$S.A = 50.265 + 2 \times 6.28$$

$$S.A = 62.825 \text{ cm}^2$$

تد ٤ - إذا أصبحت أطوال الأضلاع - مكعب مثله طولها  
الأضلاع، فما تأثرت ذلك في مساحة الكلية، ابرراجايق

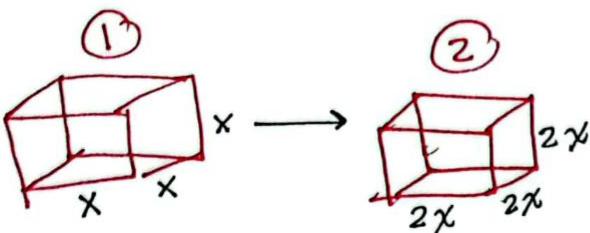
(19)

الحل: نجد S.A للمكعبين

$$S.A = 6x^2 \quad \text{مكعب (1)}$$

$$S.A = 24x^2 \quad \text{المكعب (2)}$$

وعليه يصبح له مساحة كلية للمكعب  
الجديد هو 4 أمثال مساحته  
الكليّة الأصلية



(10)

(20) اكتب الخطأ :- يقول سيف : اذا تساوى حجم اسطوانتين  
فانه يكون لهما المساحة الجانبية نفسها. هل  
ما تقوله صحيح ؟ بر اجابته

الحل : غير صحيح ، لان تساوي الحجم لا يعني تساوي  
ابعاد الاسطوانتين فبمقدار ان يتساوى حجم  
اسطوانتين وهما يختلفان في القطر والارتفاع  
ما يعني اختلاف المساحة الجانبية

(21) كعب :- سيف الشكل بجوار 4 كرات تنس موضوعة  
في علبة اسطوانية الشكل. اذا كان قطر كل  
كرة منها 7 cm ، فاحد المساحة الجانبية  
سطح العلبة ، ابر اجابتي

الحل :- ارتفاع الاسطوانة هو مجموع  
أطوال الأقطار للكرات

$$h = 7 \times 4 = 28$$

وعليه :-

$$L.A = \pi d h$$

$$L.A = \pi \times 7 \times 28$$

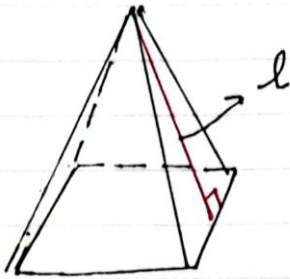
$$L.A = 615.75 \text{ cm}^2$$



## مساحة سطح الهرم والمخروط

الهرم المنتظم :- هرم قاعدته مضلع منتظم ، واجهه الجانبيه مثلثات متطابقه كل فيها متطابقه الضلعين وارتفاع كل مثلث يسمى الارتفاع الجانبي (l) للهرم

مفهوم أساسي



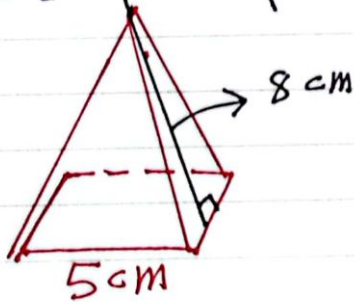
المساحة الجانبيه L.A سطح الهرم المنتظم  
تاوي نصف محيط القاعه P مضروباً في  
الارتفاع الجانبي l.  
المساحة الكليه S.A سطح الهرم (منتظم تاوي  
مجموع مساحة الجانبيه ومساحة قاعه

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$S.A = L.A + B$$

مثال :- جد (مساحة الكليه ل سطح كل هرم منتظم مما يلي :-

①



\* نجد محيط لقاعه ومساحتها

$$P = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

$$B = 5 \times 5 = 25$$

\* نجد (مساحة الجانبيه

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 8$$

$$= 80 \text{ cm}^2$$

$$S.A = L.A + B$$

$$= 80 + 25 = 105 \text{ cm}^2$$

\* نجد (مساحة الكليه :-



الحل :- اجذ صيلا لقاعدة و لمامة

$$P = 8 \times 4 = 32$$

$$B = 8 \times 8 = 64$$

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

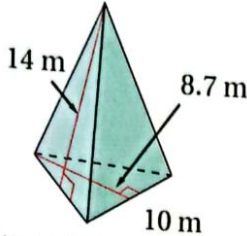
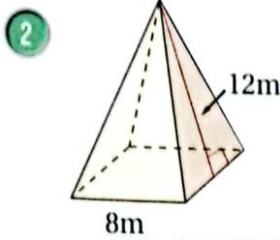
$$= \frac{1}{2} \times 32 \times 12$$

$$= 192 \text{ cm}^2$$

الجمعة  
من  
مهم  
كل

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = 192 + 64 = 256 \text{ cm}^2$$



صم نلارنا

الحل :-

$$P = 10 \times 3 = 30$$

$$B = \frac{1}{2} \times 10 \times 8.7$$

$$B = 43.5 \text{ m}^2$$

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$L.A = \frac{1}{2} \times 30 \times 14 = 210 \text{ m}^2$$

$$S.A = L.A + B$$

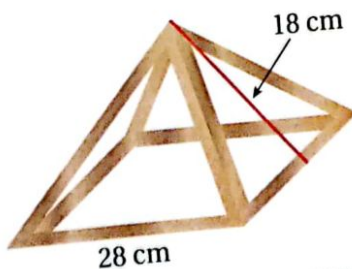
$$= 210 + 43.5$$

$$= 253.5 \text{ m}^2$$

ما كل من الحياة :-

حينما :- صم نبال الهرم الجوار الذي يمثل  
الاجمعة الاساسية لافودع حينما  
ما مامة القماش التي يتاجها  
لا كمال لافودع وقف طرية لاجمعة

التحققه من مهم  
١١٩  
٧٤



الحل :- لافلوب صو لمامة  
الجانبة

$$P = 4 \times 28 = 112$$

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$L.A = \frac{1}{2} \times 112 \times 18$$

$$L.A = 1008 \text{ cm}^2$$

2

بالأكافان: مساحة الجانبية L.A سطح مخروط  
ساوي ناتج ضرب نصف محيط قاعه  
مخروط طول نصف قطرها (r) في الارتفاع  
الجانبية (l)

أما المساحة الكلية S.A سطح مخروط  
فتساوي مجموع مساحته الجانبية ومساحة  
القاعدة.

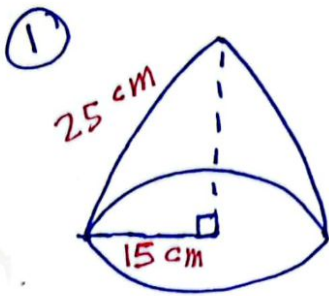
بالرموز:

$$L.A = \pi r l$$

$$S.A = L.A + B$$

$\pi r^2$

**مثال** حدد مساحة اكلية سطح كل مخروط مما يأتي، واكتب  
الاجابة لا قرب جزء من عشرة



الحل:

\* اوجد مساحة الجانبية

$$L.A = \pi r l$$

$$= \pi \times 15 \times 25 \approx 1178.1 \text{ cm}^2$$

\* اوجد مساحة القاعدة

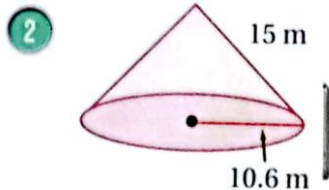
$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times 15^2 = 706.9$$

\* اوجد مساحة اكلية

$$S.A = L.A + B$$

$$= 1178.1 + 706.9 = 1885 \text{ cm}^2$$



الحل:

$$L.A = \pi r l$$

$$L.A = \pi \times 10.6 \times 15$$

$$L.A = 499.5 \text{ m}$$

$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times (10.6)^2$$

$$B = 353 \text{ m}^2$$

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = 499.5 + 353$$

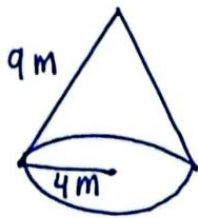
$$S.A = 852.5 \text{ m}^2$$

التحقق من  
نفسها

121  
u

③

3



الحل :-

$$L.A = \pi r l$$

$$L.A = \pi \times 4 \times 9$$

$$L.A = 113.1 \text{ m}^2$$

$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times 16$$

$$B = 50.3 \text{ m}^2$$

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = 113.1 + 50.3$$

$$S.A = 163.4 \text{ m}^2$$

ملائم الحياة

محزوط مرور : محزوط مرور طول نصف قطر  
قاعدته 25cm وارتفاعه  
الجانب 75cm جداره  
الجانبية سطح (محزوط). أقرب  
إلى باقي لا قرب عدد صحيح.

الاحصاء من فروع  
121  
ص



الحل :-

$$L.A = \pi r l$$

$$L.A = \pi \times 25 \times 75$$

$$L.A = 5890.4 \text{ نقرب}$$

$$L.A = 5890 \text{ cm}^2$$

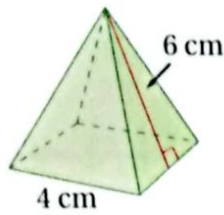
4



جد مساحة اكلية سطح كل هرم منتظم  
مما يأتي :-

اتدرب واصل المسائل  
122  
ص

1



الحل :-  $P = 4 \times 4$

$P = 16 \text{ cm}$

$B = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

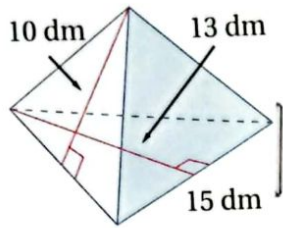
$L.A = \frac{1}{2} P l$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 6 = 48 \text{ cm}^2$

$S.A = L.A + B$

$S.A = 48 + 16 = 64 \text{ cm}^2$

2



الحل :-  $P = 15 \times 3 = 45$

$B = \frac{1}{2} \times 15 \times 13 = 97.5$

$L.A = \frac{1}{2} P l$

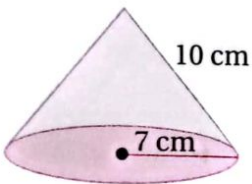
$= \frac{1}{2} \times 45 \times 10$

$= 225 \text{ dm}^2$

$S.A = L.A + B$

$S.A = 225 + 97.5$   
 $= 322.5 \text{ dm}^2$

3



جد مساحة اكلية سطح كل مخروط مما يأتي :-

$L.A = \pi r l$

$L.A = \pi \times 7 \times 10$

$L.A = 219.9$

$B = \pi r^2$

$B = \pi \times 7^2$

$B = 153.9$

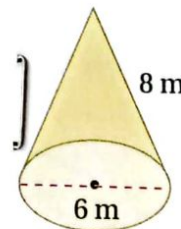
$S.A = L.A + B$

$S.A = 219.9 + 153.9$

$S.A = 373.8 \text{ cm}^2$

الحل :-

4



$L.A = \pi r l$

$L.A = \pi \times 3 \times 8$

$L.A = 75.4 \text{ m}^2$

$B = \pi r^2$

$B = \pi \times 3^2$

$B = 28.3$

$S.A = L.A + B$

$S.A = 75.4 + 28.3$

$S.A = 103.7 \text{ m}^2$

5

جد المساحة الكلية لطرح كل حجم مما يلي :-

⑤ هرم رباعي منتظم طول قاعدته 5 m وارتفاعه الجانبي 6 m

$$P = 5 \times 4 = 20 m \quad \text{الحل :-}$$

$$B = 5 \times 5 = 25 m^2$$

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$L.A = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60 m^2$$

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = 60 + 25 = 85 m^2$$

⑥ مخروط طول ذيف قطر قاعدته 16 m وارتفاعه الجانبي 28 m

$$L.A = \pi r l \quad \text{الحل :-}$$

$$L.A = \pi \times 16 \times 28$$

$$L.A = 1407.4 m^2$$

$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times 16^2$$

$$B = 804.2 m^2$$

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = 1407.4 + 804.2$$

$$S.A = 2211.6 m^2$$

⑦ مصباح طاولة :- قاعدته غطاء مصباح القمامة (مجاورة على شكل هرم  
أساسي منتظم طول ضلعه 8 m أقدر مساحة  
الزجاج اللازم لصنع الغطاء

الحل: المطلوب (مساحة الجانبي)

$$P = 8 \times 6 = 48 in$$

$$P = \frac{1}{2} P l$$

$$P = \frac{1}{2} \times 48 \times 10$$

$$P = 240 in^2$$

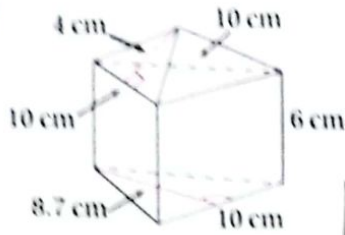


(8)

جد مساحة اكلية سطح كل جسم مما يأتي :-

الحل :-

8



المجم عبارة عن منشور ثلاثي بقلعه هرم ثلاثي

أخذ المساحة الجانبية للهرم والمساحة الجانبية للمنشور ومساحة القاعدة

$$S.A = \frac{1}{2} p l$$

$$= \frac{1}{2} \times (10 \times 3) \times 4 = 60 \text{ cm}^2$$

المساحة الجانبية للمنشور :-

$$S.A = p h$$

$$= (10 \times 3) \times 6 = 180 \text{ cm}^2$$

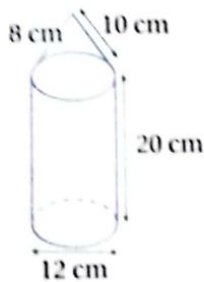
مساحة القاعدة :-

$$B = \frac{1}{2} \times 10 \times 8.7 = 43.4$$

وعليه المساحة اكلية للجسم :-

$$60 + 180 + 43.4 = 283.5 \text{ cm}^2$$

9



الحل :- المجم عبارة عن اسطوانة بقلوعها مخروط

أخذ المساحة الجانبية للمخروط والمساحة الجانبية للأسطوانة ومساحة القاعدتين

\* المساحة الجانبية للمخروط

$$S.A = \pi r l$$

$$S.A = \pi \times 6 \times 10 = 188.5 \text{ cm}^2$$

\* مساحة الجانبية للأسطوانة

$$S.A = 2\pi r h$$

$$S.A = 2 \times \pi \times 6 \times 20 = 754 \text{ cm}^2$$

\* مساحة القاعدتين :-

$$B = \pi r^2$$

$$B = \pi \times (6)^2 = 113.1 \text{ cm}^2$$

وعليه المساحة اكلية للجسم :-

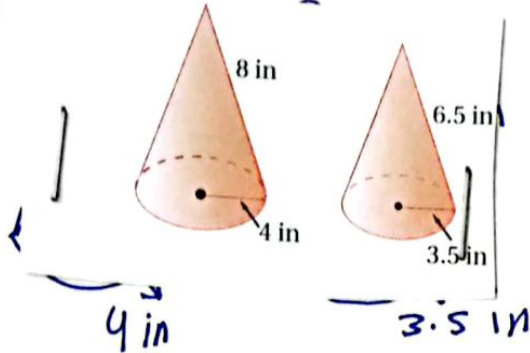
$$188.5 + 754 + 113.1 = 1055.6 \text{ cm}^2$$

(7)



١٥) اقترح : صنع القمعان المجاوران من البلاستيك  
أحد الفرق بين ماصتي البلاستيك  
المتخذة في صنع القمعين ، اقرب  
اجابتي لامرئ جزء من خثرة

١



الحل :-  
القمع مائدة مفتوحة  
وعليه نجد لهما مساحة الجانبية  
كل قمع .

القمع الاول :-

$$\begin{aligned} L.A &= \pi r l \\ &= \pi \times 4 \times 8 \\ &= 100.5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

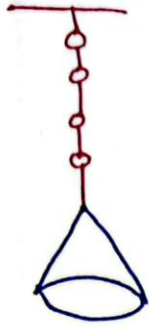
القمع الثاني :-

$$\begin{aligned} L.A &= \pi r l \\ &= \pi \times 3.5 \times 6.5 \\ &= 71.5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

نجد الفرق :-

$$100.5 - 71.5 = 29 \text{ m}^2$$

- ⑪ وصلة انارة : اذا كان طول ذنب قطر منارة  
وصلة الانارة المجاورة 20 cm  
وارتفاعها 30 cm ، جد مساحة  
المعدن التي استخدمت في تصنيع  
الوصلة .



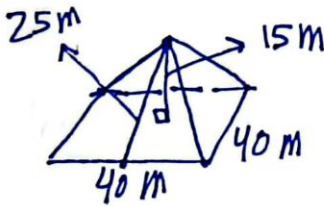
الحل :- هنا نجد المساحة الجانبية

$$L.A = \pi r l$$

$$L.A = \pi \times 20 \times 30$$

$$L.A \approx 1884.955 \text{ cm}^2$$

- ⑫ اكتشف الخطأ :- اوجد جمال المساحة الكلية لسطح هرم  
المجاور ، وكان حله كالآتي :-



$$\begin{aligned} S.A &= 40^2 + \frac{1}{2} \times 160 \times 15 \\ S.A &= 1600 + 1200 \\ &= 2800 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

ان الخطأ الذي  
وقع فيه جمال  
والصحة .

الحل :- الخطأ هو الارتفاع الجانبي 25 وليس 15

$$S.A = 40^2 + \frac{1}{2} \times 160 \times 25$$

$$S.A = 1600 + 2000$$

$$= 3600 \text{ m}^2$$

(13) **كبري** :- ايهما أطول ، ارتفاع الهرم المنتظم أم ارتفاعه الجانبي  
ابن اجابتي

الحل  
الارتفاع الجانبي أطول لأنه يمثل الوتر في مثلث قائم الزاوية ويكون ارتفاع الهرم أحد أضلاعه

(14) **تبرير** :- إذا تقلص نصف قطر قاعدة مخروط الدائري  
وبقي الارتفاع نفسه ، ما تأثير ذلك في مساحة  
الجانبي لسطح المخروط ، ابن اجابتي

الحل :-

$$L.A = \pi r l$$

عندما تقلص نصف قطر الدائري

$$L.A = \pi \times \frac{r}{2} l$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi r l$$

وعليه مساحة الجانبي نصف  
المساحة الأصلية



# اختبار الوحدة

اختبار رمز الامتحان المرحلية

① المساحة التي تغطي مساحة الشكل المجاور



مساحة نصف دائرة وعلو تاركي نصف مساحة الدائرة

a)  $2\pi r$  b)  $\pi r^2$

c)  $\frac{1}{2}\pi$  d)  $\frac{1}{2}\pi r^2$

② دائرة محيطها  $20\pi$  cm فان طول نصف

قطرها ياركي :-

$C = 2\pi r$

$\frac{20\pi}{2\pi} = \frac{2\pi r}{2\pi}$

$r = 10$  cm

a) 4.5 cm

b) 10 cm

c) 20 cm

d) 17.5 cm

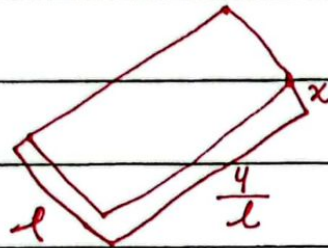
③ اذا كان حجم المنشور

المجاور ياركي ا فان  
مقياس x تاركي :-

$V = Bh$

$1 = x \times x \times \frac{4}{x}$

$x = \frac{1}{4}$



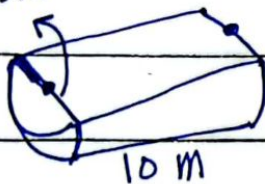
a)  $\frac{1}{4}$

b)  $\frac{4}{x}$

c)  $\frac{1}{x}$

d)  $\frac{4}{x}$

2.5 m



④ حجم الجسم المجاور

ياركي :-

a)  $24.5 \text{ m}^3$

b)  $20.5 \text{ m}^3$

c)  $48 \text{ m}^3$

d)  $49 \text{ m}^3$

الحجم هو نصف المساحة :-

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi \times 2.5^2 \times 10$

$V = 49 \text{ m}^3$

راقبت ضابطي

$V = 24.5$  نقوم بال 2

①

5) مساحة السطح لسطوانة ارتفاعها 30.5 cm وطول نصف قطرها 3 cm حيث باي 3.14 (مترجماً اجابتي لأقرب جزء من مئة):

- a) 274.90 cm<sup>2</sup>      b) 603.19 cm<sup>2</sup>  
 [c] 631.14 cm<sup>2</sup>      c) 688.01 cm<sup>2</sup>

$$S.A = L.A + 2B$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A = 2 \times 3.14 \times 3 \times 30.5 + 2 \times 3.14 \times 3^2$$

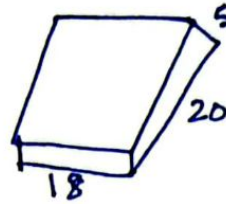
$$S.A = 631.14 \text{ cm}^2$$

الحل: المساحة السطحية للمنتور

$$S.A = L.A + 2B$$

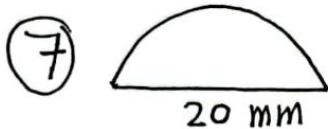
$$S.A = (2 \times 18 + 2 \times 20) \times 5 + 2 \times (20 \times 18)$$

$$S.A = 1100 \text{ mm}^2$$



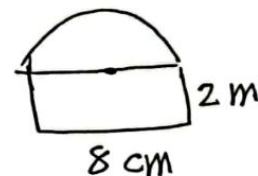
6) مساحة السطح للمنتور (المحاور)

- a) 380 mm<sup>2</sup>  
 b) 900 mm<sup>2</sup>  
 [c] 1100 mm<sup>2</sup>  
 d) 1800 mm<sup>2</sup>



جد محيط كل شكل من الأشكال الآتية:

8)



الحل: اجزاء اولى نصف محيط الدائرة

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 4 \approx 25.12$$

$$\frac{1}{2} C = \frac{25.12}{2} = 12.56$$

محيط الشكل:  $12.56 + (2 + 2 + 8) = 24.56 \text{ cm}$   
 طول القطع المستقيم

الحل: الخط المنحنى: نصف دائرة

$$C = 2\pi r$$

$$= 2 \times 3.14 \times 10 \approx 62.8 \text{ mm}$$

نقسم على 2:

$$\frac{62.8}{2} \approx 31.4 \text{ mm}$$

نضيف إليه طول القطر:

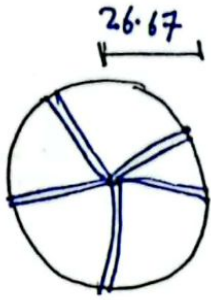
$$= 31.4 + 20$$

$$= 51.4 \text{ mm}$$

2)



٩) عجلة دائرية طول نصف قطرها 26.67 cm كم دور  
تدور العجلة عند ما تقطع السيارة مسافة 335.28 m



الحل: المسافة حول الشكل = المحيط  
335.28 cm

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 26.67$$

$$C = 167.5$$

$$335.28 \div 167.5 \approx 200 \text{ دور}$$

١٥) اوجد الفرق بين محيط مربع طول ضلعه 12 cm  
ومحيط دائرة طول قطرها 12 cm اقرب اجابتي  
لاقرب من عشرة

الفرق

$$48 - 37.7 = 10.3 \text{ cm}$$

الحل: اوجد اوجة محيط مربع:

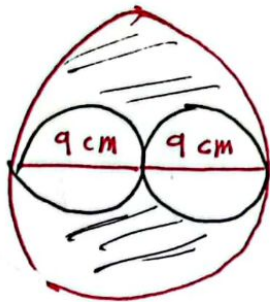
$$4 \times 12 = 48 \text{ cm}$$

محيط لدائرة:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 6 = 37.7 \text{ cm}$$

١٦) جد مساحة المنطقة المظلة في الشكل الآتي:



الحل: الشكل عبارة عن دائرة كبيرة طول قطرها 18  
ودائرتان لها نفس الشكل

مساحة الدائرة الكبرى:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times 9^2 \approx 254.34 \text{ cm}^2$$

مساحة الدائرة الصغرى

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3.14 \times 4.5^2$$

$$A = 63.59 \text{ cm}^2$$

الجزء المظلل: هو مساحة الكبرى مطروح منه الدائرتان الصغرى

$$254.34 - 2 \times 63.59 = 127.16 \text{ cm}^2$$



12) منشور قائمته متطيلة الشكل ، طوله 4.2 m وعرضه 3.2 m وحجمه 83.3 m<sup>3</sup> حدد ارتفاعه

الحل :-  

$$V = B h$$

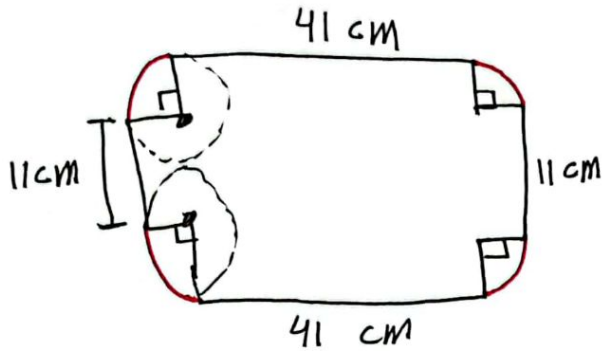
$$83.3 = (4.2 \times 3.2) \times h$$

$$83.3 = 13.44 h$$

$$\frac{83.3}{13.44} = \frac{13.44 h}{13.44}$$

$$h = 6.2 \text{ m}$$

13) حدد محيط الشكل الآتي علماً بأن الدوائر أربعة في الشكل متطابقة :-



الحل :- متطيل مطووع فيه  
 4 أرباع دوائر وهي  
 تشكل دائرة واحدة  
 عند محيطه متطيل ونطرح  
 منه محيط الدائرة

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \times 3.14 \times 5.5$$

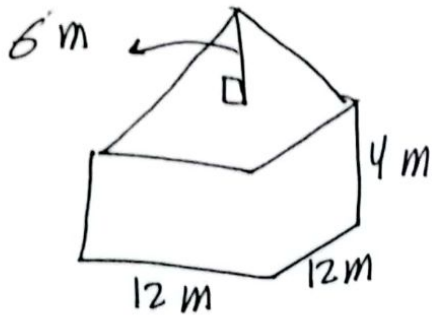
$$= 34.54 \text{ cm}$$

$$(41 + 41 + 11 + 11) + 34.54$$

القطع المتبقية

$$= 138.54 \text{ cm}$$

(14) جد حجم المنزل (المباور)



الحل :-  
المنازل عبارة عن منشور  
مربعي دولفه هرم رباعي

$$V = \frac{1}{3} B h \quad \text{حجم الهرم :-}$$

$$V = \frac{1}{3} \times (12 \times 12) \times 6$$

$$V = 288 \text{ m}^3$$

$$V = B h \quad \text{حجم المنشور}$$

$$V = 12 \times 12 \times 4$$

$$V = 576 \text{ m}^3$$

حجم البيت :-

$$288 + 576 = 864 \text{ m}^3$$

---

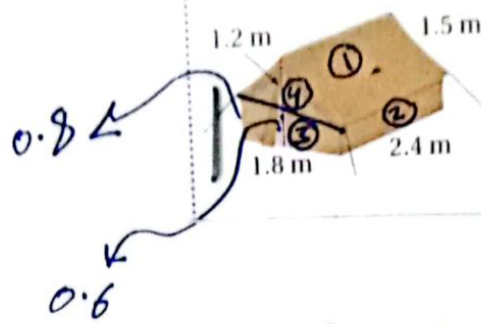
(15) مقعـة برـج على شكل مخروط ارتفاعه الجانبـي 33.5 m  
وطول نصف قطر قاعدته 15 m جد لمساحة الجانبية  
للمقعة البرج .

$$L.A = \pi r l$$

الحل :-

$$= 3.14 \times 15 \times 33.5$$

$$= 1577.85 \text{ m}^2$$



16 أجد مساحة القماش اللازمة لصنع الخيمة المجاورة.

أجد مساحة كل وجه حيث يكون له وجه مقابل له

$$B_1 = (2.4 \times 1.5) \times 2 = 7.2 \text{ m}^2$$

$$B_2 = (2.4 \times 0.8) \times 2 = 3.84 \text{ m}^2$$

$$B_3 = (1.8 \times 0.8) \times 2 = 2.88 \text{ m}^2$$

$$B_4 = \left( \frac{1}{2} \times 1.8 \times 0.6 \right) \times 2 = 0.32$$

نجمع (مساحات) :-

$$= 7.2 + 3.84 + 2.88 + 0.32$$

$$= 14.24 \text{ m}^2$$

17) مبنى على شكل هرم مثلثي منتظم، طول ضلع قاعدته 8 m وارتفاعه الجانبية 14 m جد مساحة الجانبي لسطح المبنى

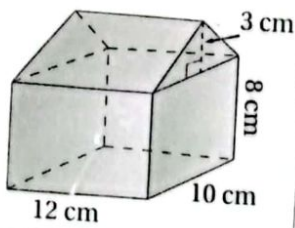
$$L.A = \frac{1}{2} p l$$

الحل >

$$= \frac{1}{2} \times (8 \times 6) \times 14$$

$$= 336 \text{ m}^2$$





تدريب على الاختبارات الدولية :  
 (18) حجم الحجم المجاور ياي

- a) 1080      b) 1320  
 c) 960      **d) 1140**

الحل: منشوران رابعيا وثلثيا

حجم الحجم

$$960 + 180 = 1140$$

حجم الثلاثي

$$V = Bh$$

$$V = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 3\right) \times 12$$

$$V = 180$$

حجم الرابعي :-

$$V = Bh$$

$$V = (12 \times 10) \times 8 = 960 \text{ cm}^3$$

(19) أي الآتيه بعد أفضل تقدير لحجم مكعب طول ضلعه 18.79 mm

- a) 80 mm<sup>3</sup>      b) 800 mm<sup>3</sup>  
**c) 8000 mm<sup>3</sup>**      d) 80000 mm<sup>3</sup>

الحل: حجم المكعب = (طول الضلع)<sup>3</sup>

$$(18.79)^3 = 6634 \text{ mm}^3$$

(20) هامة الملية سطح الطوانح طول قطرهما 15 cm وارتفاعها 2 cm تاي تقديرها :

- a) 30 cm<sup>2</sup>  
 b) 117.8 cm<sup>2</sup>  
 c) 353.4 cm<sup>2</sup>  
**d) 447.5 cm<sup>2</sup>**

الحل :-

$$S.A = L.A + 2B$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S.A = 2\pi \times 7.5 \times 2 + 2\pi \times 7.5^2$$

$$S.A = 447.7 \text{ cm}^2$$

(21) المساحة الكلية لسطح مخروط طول نصف قطر قاعدته 7 cm وارتفاعه الجانبي 11.4 cm نأى تقريرا

الحل:

a)  $153.9 \text{ cm}^2$

b)  $250.7 \text{ cm}^2$

c)  $272.7 \text{ cm}^2$

d)  $404.6 \text{ cm}^2$

$$S.A = L.A + B$$

$$S.A = \pi r l + \pi r^2$$

$$S.A = \pi \times 7 \times 11.4 + \pi \times 7^2$$

$$S.A = 404.6 \text{ cm}^2$$

(22) المساحة الجانبية لسطح هرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته 5 cm وارتفاعه الجانبي 7 cm نأى تقريرا

a)  $17.5 \text{ cm}^2$

b)  $35 \text{ cm}^2$

c)  $70 \text{ cm}^2$

d)  $95 \text{ cm}^2$

الحل:

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

$$= \frac{1}{2} \times (5 \times 4) \times 7$$

$$= 70 \text{ cm}^2$$