

الرياضيات

الصف الحادي عشر - الفرع العلمي
الفصل الدراسي الثاني

11

إجابات التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📌 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo



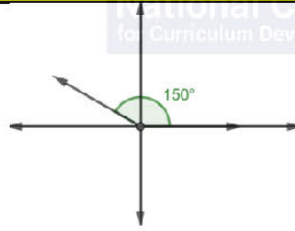
إجابات كتاب التمارين للصف الثاني عشر العلمي / الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الخامسة: الاقترانات المثلثية

أستعد لدراسة الوحدة

رسم الزاوية في الوضع القياسي صفحة 6

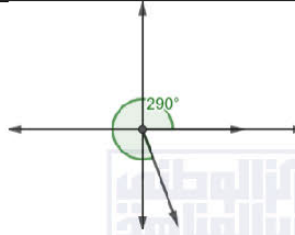
1



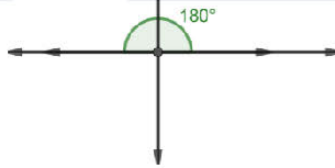
2



3



4



إيجاد النسب المثلثية الأساسية باستعمال دائرة الوحدة صفحة 6

1

$$\sin \theta = 0.8, \quad \cos \theta = 0.6, \quad \tan \theta = \frac{4}{3}$$

2

$$\sin \theta = \frac{5}{13}, \quad \cos \theta = -\frac{12}{13}, \quad \tan \theta = -\frac{5}{12}$$

3

$$\sin \theta = 0, \quad \cos \theta = 1, \quad \tan \theta = 0$$



إيجاد قيم النسب المثلثية لزاوية صفحة 7

1	$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$
2	$\sin 225^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
3	$\tan 330^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
إيجاد قيم النسب المثلثية إذا علمت قيمة نسبة مثلثية صفحة 7	
1	$\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \tan \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$
2	$\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

الدرس الأول: قياس الزاوية بالراديان

1	$225^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{4}$
2	$840^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{14\pi}{3}$
3	$\frac{11\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 330^\circ$
4	$-\frac{23\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = -1035^\circ$
5	$A = \frac{1}{2}(20)^2(2\pi - 0.6) \approx 1136.64 \text{ cm}^2$
6	$64 = \frac{1}{2}(x+6)^2(2) - \frac{1}{2}(6)^2(2) \rightarrow x = 4 \text{ cm}$
7	$S = \frac{2\pi}{3} \text{ ft}$ $A = \frac{2\pi}{3} \text{ ft}^2$
8	$S = \frac{2\pi}{3} \text{ m}$ $A = \frac{4\pi}{3} \text{ m}^2$



9	$S = \frac{14\pi}{3} yd$ $A = 28\pi yd^2$
10	$\omega = \frac{16\pi}{15} rad/s \approx 3.35 rad/s$ $v(t) = \frac{32\pi}{15} ft/s \approx 6.70 ft/s$
11	$72 = \pi r^2 \rightarrow r = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{\pi}} cm$ $A = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} \times \frac{72}{\pi} \times \frac{\pi}{6} = 6 cm^2$
12	$288 = \frac{1}{2} (24)^2 \theta \rightarrow \theta = 1$

الدرس الثاني: الاقترانات المثلثية

1	$\sin \theta = -\frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$, $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ $\csc \theta = -\frac{5}{3}$, $\sec \theta = \frac{5}{4}$, $\cot \theta = -\frac{4}{3}$
2	$\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$, $\tan \theta = \frac{4}{3}$ $\csc \theta = -\frac{5}{4}$, $\sec \theta = -\frac{5}{3}$, $\cot \theta = \frac{3}{4}$
3	$\sin \theta = -\frac{3}{5}$, $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta = \frac{3}{4}$ $\csc \theta = -\frac{5}{3}$, $\sec \theta = -\frac{5}{4}$, $\cot \theta = \frac{4}{3}$
4	$\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$
5	1
6	$\sqrt{2}$
7	-0.940
8	0.940



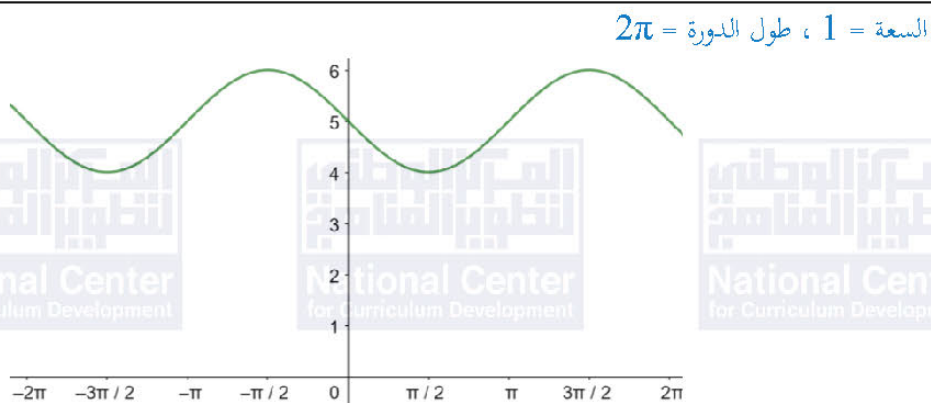
9	0.940
10	0.940
11	106°
12	17 cm^2
13	$TA = 8 \tan 1.1 \approx 15.72 \text{ cm}$
14	55.34 cm^2

الدرس الثالث: تمثيل الاقترانات المثلثية بيانيا

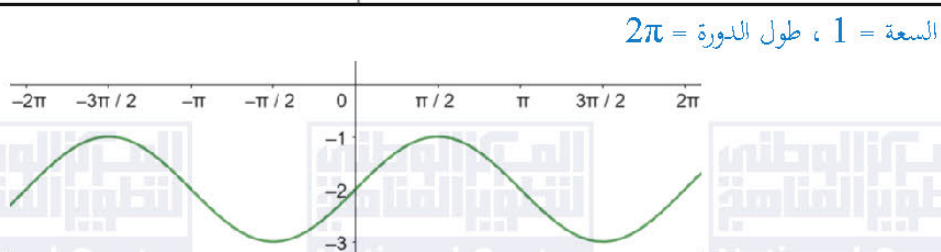
1	<p>السعة = 1 ، طول الدورة = 2π</p>
2	<p>السعة = 1 ، طول الدورة = 2π</p>
3	<p>السعة = 1 ، طول الدورة = 2π</p>



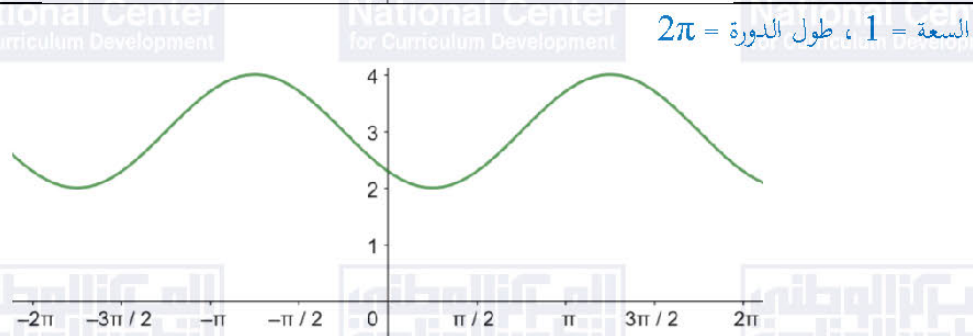
4



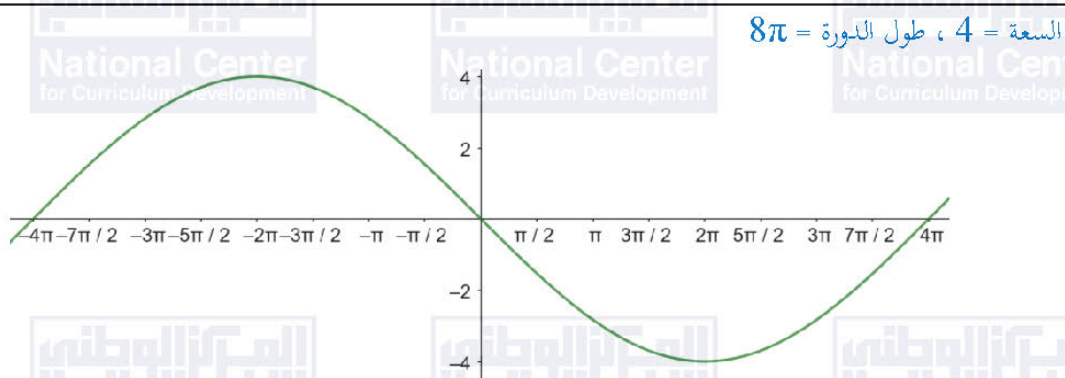
5



6



7





8	<p>السعة غير معرفة ، طول الدورة π</p>
9	<p>السعة غير معرفة ، طول الدورة 1</p>
10	<p>السعة = 4 ، طول الدورة 2π ، $y = 4 \sin x$</p>
11	<p>السعة = 2 ، طول الدورة 2π ، $y = 2 \cos x$</p>
12	<p>السعة = $-\frac{1}{10}$ ، طول الدورة π ، $y = -\frac{1}{10} \sin 2x$</p>
13	<p>$d(t) = 5 \sin 5\pi t$</p>
14	<p>$y = a \cos bx$</p> <p>لأننا لو استخدمنا اقتران الجيب، سنضطر إلى عمل إزاحة أفقية، بينما القاعدتان المقترحتان ليس فيهما إزاحة أفقية.</p>
15	<p>القيمة العظمى = 5 ، القيمة الصغرى = -5 ، طول الدورة π ، السعة = 5</p>



الوحدة السادسة: المتطابقات والمعادلات المثلثية

أستعد لدراسة الوحدة

الاقتراانات المثلثية صفحة 11

$$\sin \theta = \frac{8}{17}, \cos \theta = \frac{15}{17}, \tan \theta = \frac{8}{15}$$

$$\csc \theta = \frac{17}{8}, \sec \theta = \frac{17}{15}, \cot \theta = \frac{15}{8}$$

إيجاد قيمة الاقتران المثلثي لأي زاوية صفحة 11

1 $\cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

2 $\cot 120^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

3 $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$

4 $\csc(-30^\circ) = -2$

5 $\tan \frac{\pi}{4} = 1$

6 $\cos \frac{11\pi}{3} = \frac{1}{2}$

7 $\sec\left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$

8 $\tan \frac{15\pi}{8} = 1 - \sqrt{2}$

معكوس اقترانات الجيب وجيب التمام والظل صفحة 12

1 $\tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$

2 $\cos^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$

3 $\sin^{-1}(-1) = -\frac{\pi}{2}$



الدرس الأول: المتطابقات المثلثية 1

1	$\cos x$
2	$2 \csc^2 x$
3	$\sin^2 x$
4	$1 + \sec x$
5	$\cos x$
6	$\frac{3 \sin x + 1}{\sin x + 1}$
7	$\frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\sin x}{\csc x} = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$
8	$\ln 1 + \cos x + \ln 1 - \cos x = \ln (1 + \cos x)(1 - \cos x) $ $= \ln 1 - \cos^2 x = \ln \sin^2 x = 2 \ln \sin x $
9	$\frac{1}{1 - \sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$
10	$\frac{\sin(A + B)}{\cos A \cos B} = \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B} = \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\sin B}{\cos B} = \tan A + \tan B$
11	$\sin 105^\circ = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$
12	$\tan \frac{19\pi}{12} = -2 - \sqrt{3}$
13	$\cos 10^\circ \cos 80^\circ - \sin 10^\circ \sin 80^\circ = 0$
14	$\sin x + \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\sin x + \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3}$ $\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$ $\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \cos x \rightarrow \tan x = 2 - \sqrt{3}$



15	$\tan A = \tan\left(\frac{\pi}{4} - B\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan B}{1 + \tan\frac{\pi}{4} \tan B} = \frac{1 - \tan B}{1 + \tan B}$
16	$\tan(s + t) = \frac{\tan s + \tan t}{1 - \tan s \tan t} = \frac{\frac{\sin s}{\cos s} + \frac{\sin t}{\cos t}}{1 - \frac{\sin s}{\cos s} \times \frac{\sin t}{\cos t}}$ $= \frac{\sin s \cos t + \cos s \sin t}{\cos s \cos t - \sin s \sin t} = \frac{\sin(s + t)}{\cos(s + t)}$
17	<p>من التمثيل البياني نلاحظ أن المنحنيين متماثلان حول المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}$</p> <p>فإذا أخذنا أي نقطتين متماثلتين، فإن لهما البعد نفسه عن محور التماثل.</p> <p>لتكن الزاوية θ التي صورتها $\sin^2 \theta$ بالاقتران الأول، وصورتها $\cos^2 \theta$ بالاقتران الثاني.</p> <p>بما أن البعدين عن محور التماثل متساويان فإنه لدينا ثلاث حالات:</p> <p>(1) إذا كان منحنى $y = \sin^2 \theta$ فوق منحنى $y = \cos^2 \theta$: نكتب: $\sin^2 \theta - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \cos^2 \theta$ ومنه $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$</p> <p>(2) إذا كان منحنى $y = \cos^2 \theta$ فوق منحنى $y = \sin^2 \theta$: نكتب: $\cos^2 \theta - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \sin^2 \theta$ ومنه $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$</p> <p>(3) عند نقاط التقاطع فإن $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}$ و $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$ ومنه $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$</p> <p>أي أنه أياً كان قياس الزاوية θ فإن $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ وهو المطلوب.</p>

الدرس الثاني: المتطابقات المثلثية 2

1	$2 \sin 3x \cos 3x = \sin 6x$
2	$\frac{2 \tan 7x}{1 - \tan^2 7x} = \tan 14x$
3	$\frac{1 - \cos 4x}{\sin 4x} = \tan 2x$
4	$\frac{2 \tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



5	$\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
6	$\cos^2 37.5^\circ - \sin^2 37.5^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$
7	$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$
8	$\cos \frac{23\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$
9	$\tan 202.5^\circ = -1 + \sqrt{2}$
10	$2 \sin 52.5^\circ \sin 97.5^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
11	$\sin 75^\circ \sin 15^\circ = \frac{1}{4}$
12	$\cos 37.5^\circ \sin 7.5^\circ = \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{4}$
13	$A = \frac{1}{2} a^2 \sin \theta = \frac{1}{2} a^2 \sin 30^\circ = \frac{1}{4} a^2$
14	$A = \frac{1}{4} \times 49 = 12.25 \text{ cm}^2$
15	$\cos^4 2x - \sin^4 2x = (\cos^2 2x + \sin^2 2x)(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$ $= 1 - 2 \sin^2 2x$
16	$\csc 2x = \frac{1}{\sin 2x} = \frac{1}{2 \sin x \cos x} = \frac{1}{2} \csc x \sec x$
17	$\frac{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}}{1 + \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}}} = \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \cos \theta$



18	$\frac{\cot \theta - \tan \theta}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \cos 2\theta$
19	$\frac{\sin 10x}{\sin 9x + \sin x} = \frac{2 \sin 5x \cos 5x}{2 \sin 5x \cos 4x} = \frac{\cos 5x}{\cos 4x}$
20	$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ $= \frac{4 \sin x \cos x}{\cos 2x} = \frac{2 \sin 2x}{\cos 2x} = 2 \tan 2x$

الدرس الثالث: حل المعادلات المثلثية

1	$x = \frac{\pi}{12}, x = \frac{5\pi}{12}$
2	$x = \frac{4\pi}{3}$
3	$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}, x = \frac{7\pi}{4}$
4	$x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}$
5	$x = 42^\circ.29, x = 102^\circ.29, x = 162^\circ.29,$ $x = 222^\circ.29, x = 282^\circ.29, x = 342^\circ.29$
6	$x = \frac{\pi}{3}$
7	$x = 90^\circ, x = 189^\circ.6, x = 350^\circ.4$
8	$x = 109^\circ.94, x = 250^\circ.06$
9	$x = 50^\circ.77, x = 129^\circ.23, x = 230^\circ.77, x = 309^\circ.23$
10	$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}, x = \frac{5\pi}{4}, x = \frac{7\pi}{4}$
	$x = \frac{\pi}{12}, x = \frac{5\pi}{12}, x = \frac{13\pi}{12}, x = \frac{17\pi}{12}$



11	$x = \frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{5\pi}{6}, \quad x = \frac{11\pi}{6}$
12	$x = \frac{\pi}{4}, \quad x = \frac{3\pi}{4}$
13	67.5 m
14	7.07 min
15	يوجد حلان لهذه المعادلة
16	$x \approx 38^\circ.17$
17	$\sin(A + B) = 2\sin(A - B)$ $\sin A \cos B + \cos A \sin B = 2 \sin A \cos B - 2 \cos A \sin B$ $\sin A \cos B = 3 \cos A \sin B$ $\tan A = 3 \tan B$
18	$\sin(x + 0.5) = 2\sin(x - 0.5) \rightarrow \tan x = 3 \tan 0.5$ $x = 1.02 \text{ rad}, \quad x = 2.12 \text{ rad}$



الوحدة السابعة: التكامل

أستعد لدراسة الوحدة

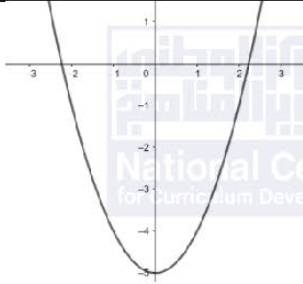
مشتقة اقتران القوة صفحة 16

1	$\frac{dy}{dx} = 8x^3 - 10x$
2	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3	$\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{2}{5\sqrt[5]{(2x)^4}}$
4	$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2}$
5	$\frac{dy}{dx} = 8 + \frac{1}{2x^2}$
6	$y = 6x^2 + x - 15$ $\frac{dy}{dx} = 12x + 1$

مشتقة الاقتران $y = (ax + b)^n$ صفحة 16

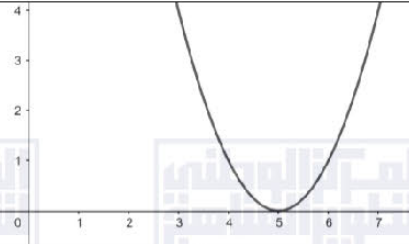
1	$\frac{dy}{dx} = 12(2x + 4)^5$
2	$\frac{dy}{dx} = \frac{-2}{\sqrt{1 - 4x}}$
3	$\frac{dy}{dx} = -\frac{7}{2(7x + 5)^{\frac{3}{2}}}$

التمثيل البياني باستعمال التحويلات الهندسية صفحة 17

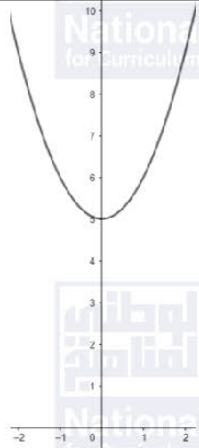
1	
---	--



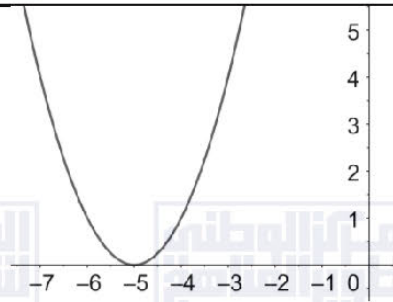
2



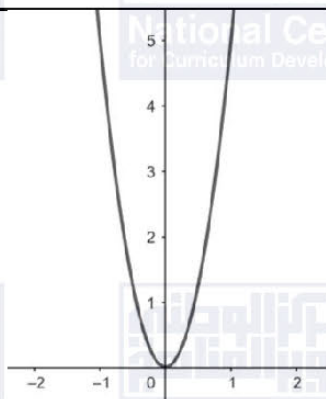
3



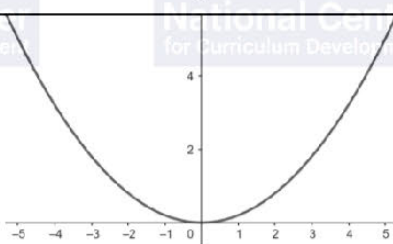
4



5



6





الدرس الأول: التكامل غير المحدود

1	$\int x^6 dx = \frac{1}{7}x^7 + C$
2	$\int \frac{dx}{x^4} = -\frac{1}{3}x^{-3} + C$
3	$\left(\int \frac{4}{x^3} + \frac{7}{x^2}\right) dx = -\frac{2}{x^2} - \frac{7}{x} + C$
4	$\int (x^2 + x - 1) dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$
5	$\int \frac{-7}{\sqrt[3]{x^2}} dx = -21\sqrt[3]{x} + C$
6	$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$
7	$\int (x^2 + 3)(x - 1) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 3x + C$
8	$\int (3 - 2x)^7 dx = -\frac{1}{16}(3 - 2x)^8 + C$
9	$\int \left(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}}\right) dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$
10	$\int \frac{1}{\sqrt{x-4}} dx = 2(x-4)^{\frac{1}{2}} + C$
11	$\int \left(\frac{4}{\sqrt[5]{x}} - 7\right) dx = 5x^{\frac{4}{5}} - 7x + C$
12	$\int \sqrt[3]{(2x-5)^2} dx = \frac{3}{10}(2x-5)^{\frac{5}{3}} + C$
13	$V = \int (0.6t - 10) dt = 0.3t^2 - 10t + C, V(0) = 100$ $V = 0.3t^2 - 10t + 100$
14	$V(10) = 0.3(10)^2 - 10(10) + 100 = 30 \text{ l}$



15	$f(x) = \int \frac{1}{\sqrt{ax+3}} dx = \frac{2}{a}(ax+3)^{\frac{1}{2}} + C$
16	$f(0) = 0 \rightarrow C = \frac{-2\sqrt{3}}{a}$ $f(a) = 2\sqrt{2} - 2 \rightarrow \frac{2}{a}(a^2+3)^{\frac{1}{2}} + \frac{-2\sqrt{3}}{a} = 2\sqrt{2} - 2$ $\sqrt{a^2+3} - \sqrt{3} = (\sqrt{2}-1)a$ $\sqrt{a^2+3} = (\sqrt{2}-1)a + \sqrt{3}$ $a^2+3 = (3-2\sqrt{2})a^2 + 2(\sqrt{6}-\sqrt{3})a + 3$ $a = (3-2\sqrt{2})a + 2(\sqrt{6}-\sqrt{3})$ $(-2+2\sqrt{2})a = 2(\sqrt{6}-\sqrt{3})$ $a = \frac{2(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{-2+2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{-2(1-\sqrt{2})} = \sqrt{3}$
17	$\int (x+2)^2 dx = \int (x^2 + 4x + 4) dx = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x + C$ $\int (x+2)^2 dx = \frac{1}{3}(x+2)^3 + C$ <p>وكذلك كلا الحلين صحيح.</p>



الدرس الثاني: التكامل المحدود

1	$\int_1^3 (3x^2 + 7)dx = 40$
2	$\int_1^2 (4x^3 - 1)dx = 14$
3	$\int_1^8 (\sqrt[3]{x} - 2)dx = -\frac{11}{4}$
4	$\int_a^b \frac{1}{2}x^2 dx = \frac{1}{6}(b^3 - a^3)$
5	$\int_0^{27} \sqrt{3x}dx = 162$
6	$\int_{-2}^5 (2x^2 - 3x + 7)dx = \frac{637}{6}$
7	$4x - x^2 = 0 \rightarrow x(4 - x) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x = 4$ $A = \int_0^4 (4x - x^2)dx = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3 \Big _0^4 = \frac{32}{3}$ <p>إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{32}{3}$ وحدة مربعة</p>
8	$A = \int_{-2}^3 (x^2 + 1)dx = \frac{50}{3}$ <p>منحنى الاقتران $f(x) = x^2 + 1$ يقع كله فوق محور x <p>إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{50}{3}$ وحدة مربعة</p> </p>
9	$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \rightarrow x(x - 2)(x - 3) = 0$ $x = 0 \text{ or } x = 2 \text{ or } x = 3$ $A = \int_0^2 (x^3 - 5x^2 + 6x)dx - \int_2^3 (x^3 - 5x^2 + 6x)dx = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}$ <p>إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{37}{12}$ وحدة مربعة</p>
10	$P(a, \sqrt{a})$, $A = \int_0^a \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$ <p>مساحة المستطيل OAPB تساوي: $a\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}}$ <p>إذن مساحة المنطقة المطلوبة OPA تساوي ثلثي مساحة المستطيل OAPB</p> </p>



11

$$\begin{aligned} V &= \int_0^3 \pi(x^2 + 5)^2 dx = \int_0^3 \pi(x^4 + 10x^2 + 25) dx \\ &= \pi \left(\frac{1}{5} x^5 + \frac{10}{3} x^3 + 25x \right) \Big|_0^3 \\ &= \pi \left(\left(\frac{243}{5} + 90 + 75 \right) - (0) \right) = 213.6 \end{aligned}$$

12

$$\begin{aligned} V &= \int_0^8 \pi(\sqrt{x})^2 dx = \int_0^8 \pi x dx = \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^8 = 32\pi \\ \int_a^8 \pi(\sqrt{x})^2 dx &= \frac{1}{2} V \\ \Rightarrow \int_a^8 \pi x dx &= 16\pi \\ \Rightarrow \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_a^8 &= 16\pi \\ \Rightarrow \pi \left((32) - \left(\frac{1}{2} a^2 \right) \right) &= 16\pi \\ \Rightarrow 32 - \frac{1}{2} a^2 &= 16 \\ \Rightarrow a^2 &= 32 \\ \Rightarrow a &= \sqrt{32} \quad (\text{لأن } a \text{ موجب}) \end{aligned}$$



الوحدة الثامنة: الاحتمالات

أستعد لدراسة الوحدة

استعمال مخطط الشجرة لعد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية صفحة 20

$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6)$
 $(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)$
 $(1, H), (2, H), (3, H), (4, H), (5, H), (6, H)$
 $(1, T), (2, T), (3, T), (4, T), (5, T), (6, T)$

استعمال مخطط الاحتمال لعد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية صفحة 20

أحمر	×	×	×	×
أزرق	×	×	×	×
أبيض	×	×	×	×
	1	2	3	4

إيجاد احتمال الحوادث المتنافية صفحة 20

1	0
2	0.8

إيجاد احتمال الحوادث المستقلة، والحوادث غير المستقلة صفحة 21

1	$\frac{43}{91}$
2	$\frac{48}{91}$



الدرس الأول: التباديل والتوافيق

1	$\frac{8!}{4!} = 1680$
2	${}_7P_3 = 210$
3	${}_7C_3 = 35$
4	${}_9C_0 = 1$
5	${}_5P_5 = 120$
6	$\frac{6! 4C2}{10C3} = 36$
7	192
8	${}_{20}C_2 = 190$
9	${}_8C_2 \times {}_{12}C_2 + {}_8C_1 \times {}_{12}C_3 + {}_{12}C_4 = 4103$
10	${}_7C_3 \times {}_{12}C_5 + {}_7C_4 \times {}_{12}C_4 + {}_7C_5 \times {}_{12}C_3 = 49665$
11	$P(A) = \frac{7}{168}$
12	$P(A) = \frac{144}{720} = 0.2$
13	$P(A) = \frac{240}{720} \approx 0.3$



الدرس الثاني: المتغير العشوائي

1	$X = \{1, 2, 3, 4\}$							
2	$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$							
3	$X = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 14\}$							
4	X	0	1	2				
	P(X)	$\frac{121}{144}$	$\frac{22}{144}$	$\frac{1}{144}$				
5	$b + 0.4 + 2b + 0.12 = 1 \rightarrow b = 0.16$							
6	$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 1) = 1 - 0.16 = 0.84$							
7	$P(1 < Y \leq 7) = 1 - P(Y = 1) = 1 - 0.16 = 0.84$							
8	$E(X) = -1 \times 0.15 + 0 \times 0.25 + 2 \times 0.35 + 3 \times 0.25 = 1.3$							
	$Var(X) = 1 \times 0.15 + 0 \times 0.25 + 4 \times 0.35 + 9 \times 0.25 - (1.3)^2 = 2.11$							
9	X	1	2	3	4	5	6	
	P(X)	$\frac{35}{520}$	$\frac{55}{520}$	$\frac{105}{520}$	$\frac{140}{520}$	$\frac{110}{520}$	$\frac{75}{520}$	
10	$E(X) = \frac{35}{520} + \frac{110}{520} + \frac{315}{520} + \frac{560}{520} + \frac{550}{520} + \frac{450}{520} = \frac{2020}{520} = 3.88$							



الوحدة التاسعة: المتتاليات والمتسلسلات

أستعد لدراسة الوحدة

إيجاد حدود نمط عددي معطى صفحة 24					
1	$a_1 = 4$,	$a_2 = 7$,	$a_3 = 10$,	$a_4 = 13$,	$a_5 = 16$
2	$a_1 = 0$,	$a_2 = 3$,	$a_3 = 8$,	$a_4 = 15$,	$a_5 = 24$
3	$a_1 = 6$,	$a_2 = 10$,	$a_3 = 14$,	$a_4 = 18$,	$a_5 = 22$
إكمال نمط عددي معطى صفحة 24					
1	4, 6, 8, 10, 12, 14, 16				
2	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21				
3	2, 4, 8, 16, 32, 64, 128				
إيجاد الحد العام للمتتاليات صفحة 25					
1	$a_n = 7n - 4$				
2	$a_n = n^2 + 1$				
3	$a_n = n^2 + 4$				
التعبير عن الأنماط الهندسية بمتتاليات عددية صفحة 25					
	$a_n = 5n + 1$				

الدرس الأول: المتتاليات والمتسلسلات

1	$a_1 = 1$	$a_2 = -\frac{1}{2}$	$a_3 = \frac{1}{4}$	$a_4 = -\frac{1}{8}$
2	$a_1 = -3$	$a_2 = -12$	$a_3 = -27$	$a_4 = -48$
3	$a_1 = 4$	$a_2 = 9$	$a_3 = 16$	$a_4 = 25$
4	$a_1 = 0$	$a_2 = 2$	$a_3 = 6$	$a_4 = 12$
5	$a_1 = 0$	$a_2 = 2$	$a_3 = 0$	$a_4 = 2$
6	$a_1 = 1$	$a_2 = 4$	$a_3 = 27$	$a_4 = 64$
7	$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5}$			
8	$4 + 10 + 18 + 28 + 40 + 54 + 70 + 88 + 108$			
9	$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} + \frac{7}{9}$			
10	$a_n = 4n$			



11	$\sum_{k=1}^{20} 4k = 840$
12	$a_n = (n - 1)^2$
13	$\sum_{k=1}^6 k^2(-1)^k$
14	$\sum_{k=1}^4 (11.1 - 0.3k)$
15	$\sum_{k=1}^8 \frac{3}{k}$
16	$\sum_{k=1}^6 1000 \left(\frac{1}{10}\right)^{k-1}$

الدرس الثاني: المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

1	$a_n = -6n + 28$, $a_{20} = -92$
2	$a_n = 5n - 12$, $a_{20} = 88$
3	$a_n = 1.5n + 23.5$, $a_{20} = 53.5$
4	$a_n = 7n + 13 \rightarrow a_{100} = 713$
5	$a_{26} = 195$
6	$S_{10} = 515$
7	$S_{30} = 2820$
8	$S_{30} = 3870$
9	$14 - 12 = 2$, $12 - 10 = 2$ المتتالية حسابية أساسها 2
10	$a_n = 2n + 8$
11	$S_{14} = 322$
12	$a_1 = 8$
13	$d = 3$
14	31



الدرس الثالث: المتتاليات والمتسلسلات الهندسية

1	هندسية أساسها $\frac{1}{3}$
2	هندسية أساسها -4
3	$S_{\infty} = 4$
4	$S_{\infty} = 2$
5	$S_{\infty} = \frac{8}{3}$
6	$a_1 = 6$
7	$r = \frac{2}{3} \rightarrow S_{\infty} = 18$ $r = -\frac{2}{3} \rightarrow S_{\infty} = \frac{18}{5}$
8	$a_2 = a \left(\frac{k-1}{k} \right)$
9	$x = \frac{8}{25}$
10	$S_{12} \approx 465.64$
11	$a_n = 500(1.03)^{n-1}$
12	$a_5 = 562.754$
13	$S_{120} \approx 561849.786$