



الرياضيات

الجزء الأول

الصف السابع

V

قرّرت وزارة التربية والتعليم تدريس هذا الكتاب في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها ، بناءً على قرار مجلس التربية والتعليم رقم (٢٠١٦/٥٤) تاريخ ٢٠١٦/٣/٦ م؛ بدءاً من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧ م.

حقوق الطبع جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

ص . ب (١٩٣٠) عمّان - الأردن

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(٢٠١٦/٣/١١٧٣)

ISBN: 978-9957-84-662-6

أشرف على تأليف هذا الكتاب كل من :

أ.د. حسن زارع هديب (رئيساً) أ.د. أحمد عبدالله رحيل

أ.د. عبدالله محمد ربابعة أ.د. ربي محمد مقدادي

د. معاذ محمود الشياب

وقام بتأليفه كل من :

د. لانا كمال عرفة أسامة شوكت الزغل

غوسان عز الدين الشيخ خليل زايد رشيد النعيمي

التحرير العلمي : د. لانا كمال عرفة، جهاد حسين أبو الركب

التصميم : عمر أحمد أبو عليان الرسم : فائزة فايز حداد

التحرير اللغوي : وفاء مطاوع جعبور التصوير : أديب أحمد عطوان

التحرير الفني : نداء فؤاد أبو شنب الإنتاج : خولة أحمد المومني

دقق الطباعة وراجعها : نفين أحمد جوهر

الطبعة الأولى (التجريبية)

أعيدت طباعته

١٤٣٧هـ / ٢٠١٦م

٢٠١٧م

الوحدة الأولى: الأعداد النسبية

الدّرس الأول: العدد النسبي.

الدّرس الثاني: القيمة المطلقة للعدد النسبي.

الدّرس الثالث: الكسر العشري الدوري.

الدّرس الرابع: مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها.

الدّرس الخامس: جمع الأعداد النسبية وطرحها.

الدّرس السادس: ضرب الأعداد النسبية وقسمتها.

مراجعة.

اختبار ذاتي.

الوحدة الثانية: التناسب

الدّرس الأول: التناسب.

الدّرس الثاني: قوانين التناسب.

الدّرس الثالث: التناسب الطردي.

الدّرس الرابع: التناسب العكسي.

الدّرس الخامس: التقسيم التناسبي.

الدّرس السادس: مقياس الرسم.

الدّرس السابع: الربح البسيط.

مراجعة.

اختبار ذاتي.

الوحدة الثالثة: الأسس الصحيحة والجدور.

- ١٠٩
 ١١٠ الدرس الأول: الأسس الصحيحة غير الموجبة.
 ١١٨ الدرس الثاني: الجذر التربيعي للعدد النسبي.
 ١٢٤ الدرس الثالث: الجذر التكعيبي للعدد النسبي.
 ١٣٠ الدرس الرابع: تبسيط تعابير عددية تحوي جذوراً.
 ١٣٥ مراجعة.
 ١٣٧ اختبار ذاتي.

الوحدة الرابعة: المجموعات والعلاقات

- ١٣٩
 ١٤٠ الدرس الأول: المجموعة وعناصرها
 ١٤٦ الدرس الثاني: كتابة المجموعة بذكر الصفة المميزة وتمثيلها بأشكال فن.
 ١٥١ الدرس الثالث: المجموعة الجزئية والمجموعة الخالية.
 ١٥٨ الدرس الرابع: العمليات على المجموعات (١).
 ١٦٧ الدرس الخامس: العمليات على المجموعات (٢).
 ١٧٩ الدرس السادس: الضرب الديكارتي.
 ١٨٦ الدرس السابع: تمثيل العلاقة.
 ١٩٥ مراجعة.
 ١٩٧ اختبار ذاتي.

المُقدِّمة

انسجامًا مع التوجّهات العالمية نحو التطوير والتحديث، تمّ تطوير منهاج الرياضيات، التي تُعدّ من أكثر الموادّ أهميّةً في عصرنا الحاليّ؛ فهي لغة العقل وأساسُ تقدّم الفكر الإنسانيّ، ويرتبطُ بها التطوُّر التكنولوجيّ، وتحتّ على التأمل والتفكير. وقد تمّ التطوير من خلال اعتماد معايير محتوى، وعمليات عالميّة، توضّح طرق اكتساب المحتوى الرياضي، ومنها: حلّ المسألة، والتبرير والبرهان، والربط، والتواصل، والتّمثيل، والنّمذجة.

فبعون الله نقدّم كتاب الرياضيات للصفّ السابع الأساسيّ، الذي يتكوّن من جزأين: الأوّل منه يتضمّن أربع وحدات دراسيّة هي: الأعداد النسبيّة، والتّناسب، والأسس الصحيحة والجذور، والمجموعات، أمّا الثاني فيتضمّن أربع وحدات دراسيّة هي: الجبر، والهندسة، والتحويلات الهندسيّة، والإحصاء، وقد تمّ إثراء هذا الكتاب بمجموعة من التدريبات، والتمارين والمسائل الرياضيّة، والأنشطة التي تُوظف فيها مهارات التفكير الناقد مثل: الاستنتاج، والاستقراء، والتفسير، وتقويم الحجج.

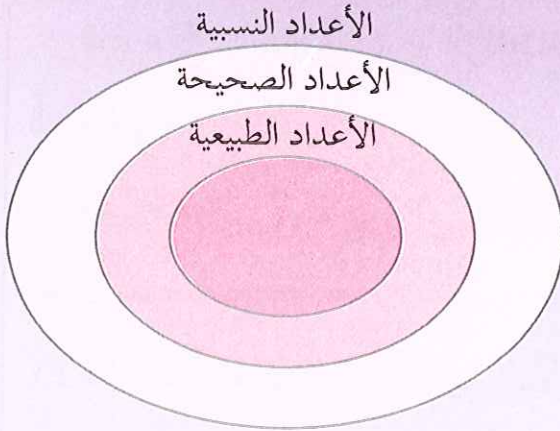
علمًا أنّ هذه الطّبعة تجريبيّة خاضعة للمراجعة والتّنقيح؛ لذا نرجو المعلّمين وأولياء الأمور تزويدنا بأيّ ملاحظات تُغني الكتاب وتسهم في تحسينه.

الأعداد النسبية



تعلمت في الصف السادس مجموعة الأعداد الصحيحة وتطبيقاتها الحياتية، ولكن قد تصادفكم في الحياة بعض المواقف مثل: توزيع ٦ دنانير على أربعة أشخاص، حيث

يكون نصيب الواحد ١,٥ دينار، وهو عدد غير صحيح؛ الأمر الذي يجعلنا نفكر في مجموعة أعداد أكبر تحوي مثل تلك الأعداد، وهي مجموعة الأعداد النسبية، تلك المجموعة التي لها العديد من التطبيقات في المعاملات اليومية، والمسائل العلمية.



يتوقع من الطالب في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تعرّف العدد النسبي، وتمثيله على خط الأعداد.
- إيجاد القيمة المطلقة للعدد النسبي.
- إيجاد معكوس العدد النسبي، ومقلوبه.
- تعرّف الكسر العشري الدوري، وتمثيله على صورة كسر عادي.
- مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها.
- جمع الأعداد النسبية وطرحها.
- ضرب الأعداد النسبية وقسمتها.

النتائج

- تتعرف العدد النسبي.
- تمثل العدد النسبي على خط الأعداد.

قام علي بتسجيل نوع الرياضة المفضلة لدى زملائه في الصف في الجدول المجاور.

نوع الرياضة	عدد الطلبة
كرة القدم	١٢
السباحة	٧
كرة السلة	٥

مستخدمًا البيانات في الجدول،
أجب عما يأتي:

(١) ما نسبة عدد الطلبة الذين يُفضلون

السباحة إلى عدد الطلبة الكلي؟

(٢) ما نسبة عدد الطلبة الذين يُفضلون

كرة السلة إلى عدد الطلبة الكلي؟

تعلمت في الصفوف السابقة مجموعات الأعداد ومنها:

مجموعة الأعداد الطبيعية ويُرمز لها بالرمز $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة ويُرمز لها بالرمز

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

فكر وناقش



هل كل عدد طبيعي هو عدد صحيح؟ لماذا؟

لاحظ أن العدد الطبيعي (٥) يمكن كتابته على صورة كسر $\frac{٥}{١}$ ، بشطه العدد (٥)، ومقامه العدد (١)، والعدد الصحيح (-٢) يمكن كتابته على الصورة $\frac{-٢}{١}$ ، والعدد الكسري $\frac{٢}{٧}$ يمكن كتابته على الصورة $\frac{٢٣}{٧}$ ، إذن: الأعداد الطبيعية، والأعداد الصحيحة، والكسور، والأعداد الكسرية، هي أعداد يمكن كتابتها على صورة كسر، يُسمى العدد الذي يمكن كتابته على صورة كسر **عددًا نسبيًا**.

العدد النسبي: هو العدد الذي يُكتب على صورة كسر $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ، ب عدداً صحيحان، ب \neq صفراً.

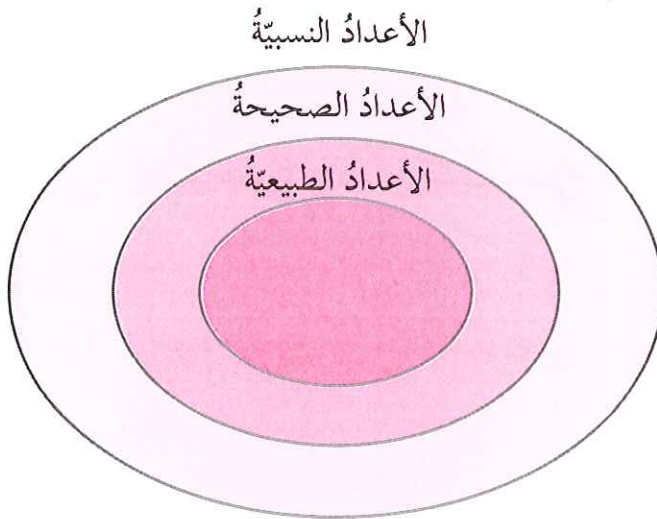
ويرمز لمجموعة الأعداد النسبية بالرمز **ن**، والشكل الآتي يبين العلاقة بين مجموعات الأعداد الطبيعية، والصحيحة، والنسبية، معتمداً الشكل أجب عما يأتي:

(١) أي مجموعات الأعداد هي الأكثر اتساعاً؟

(٢) أي مجموعات الأعداد هي الأقل اتساعاً؟

(٣) هل كل عدد نسبي هو عدد صحيح؟

(برز إجابتك مع تقديم الأمثلة)



الأعداد الآتية جميعها أعداد نسبية، اذكر السبب:

$$٤، \frac{١}{٣}، -\frac{٦}{١٥}، -٥، ٠، \frac{٣}{٧}، ٤، ٣، ٠، ٤٤، ٢$$

الحل

٤ : عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر $\frac{٤}{١}$ ، كل من البسط (٤) والمقام (١) عدنان صحيحان.

$\frac{١}{٣}$: عدد نسبي؛ لأنه كسر بسطه ومقامه عدنان صحيحان.

$-\frac{٦}{١٥}$: عدد نسبي؛ لأنه كسر بسطه ومقامه عدنان صحيحان.

-٥ : عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر $\frac{-٥}{١}$ بسطه ومقامه عدنان صحيحان.

٠ : عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر $\frac{٠}{١}$ بسطه ومقامه عدنان صحيحان.

$\frac{٣}{٧}$: عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر هو:، بسطه ومقامه

٣، ٠ : عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر هو:، بسطه ومقامه

٤٤، ٢ : عدد نسبي؛ لأنه يُكتب على صورة كسر هو:، بسطه ومقامه

يُمكنُ تصنيفُ الأعدادِ النسبيَّةِ إلى: أعدادٍ طبيعيَّةٍ، وأعدادٍ صحيحةٍ، وكسورٍ، وأعدادٍ كسريَّةٍ، وأعدادٍ عشريَّةٍ، كما في الجدولِ الآتي:

العددُ النسبيُّ	عددٌ طبيعيُّ	عددٌ صحيحٌ	كسرٌ عاديُّ	عددٌ كسريُّ	عددٌ عشريُّ
$\frac{3}{4}$			✓		
$6\frac{1}{7}$				✓	
-١٠		✓			
٢٢	✓	✓			
٠,٠٩					✓
١,٥					✓

١ تدريب

الأعدادُ الآتيةُ جميعُها أعدادٌ نسبيَّةٌ، اذكر السببَ:

$$\frac{3}{4}, ١,٧١, -١٤, ٦\frac{3}{7}, ٠,٠٥٥, ١٠٢, ٠,٩, ٥.$$

صنّف الأعداد النسبيّة في الجدول الآتي إلى أعداد طبيعيّة، وأعداد صحيحة، وكسور، وأعداد كسريّة، وأعداد عشريّة:

العدد النسبي	عدد طبيعي	عدد صحيح	كسر عادي	عدد كسري	عدد عشري
$1\frac{3}{4}$					
$\frac{5}{12}$					
١٤					
٠,٥٤					
٢,٧٨٨					
١٨-					

فكر وناقش



- هل العبارات الآتية صحيحة أم لا، مع ذكر السبب:
- (١) الكسر الذي بسطه أكبر من مقامه أقل من الواحد الصحيح.
 - (٢) الكسر الذي بسطه أقل من مقامه أكبر من الواحد الصحيح.

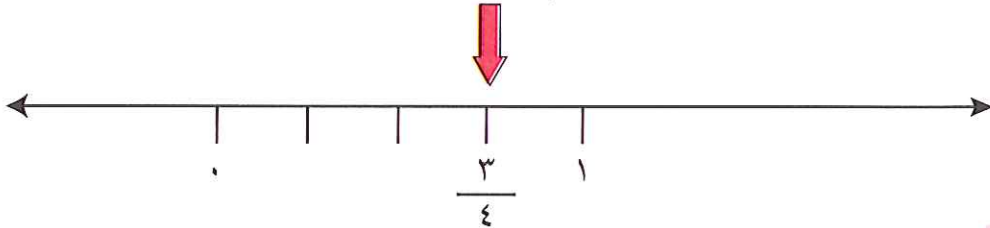
لاحظ أن كلّ عدد نسبيّ يمكن أن يُمثّل بنقطة على خطّ الأعداد.



مثّل العدد النسبي $\frac{3}{4}$ على خطّ الأعداد.

الحلّ

بما أنّ العدد النسبي $\frac{3}{4}$ أقلّ من الواحد الصحيح نقوم بتقسيم المسافة بين العدد (٠)، والعدد (١) على خطّ الأعداد إلى ٤ أقسام متساوية، ثمّ نعيّن الكسر كما في الشكل الآتي:



اسأل نفسك



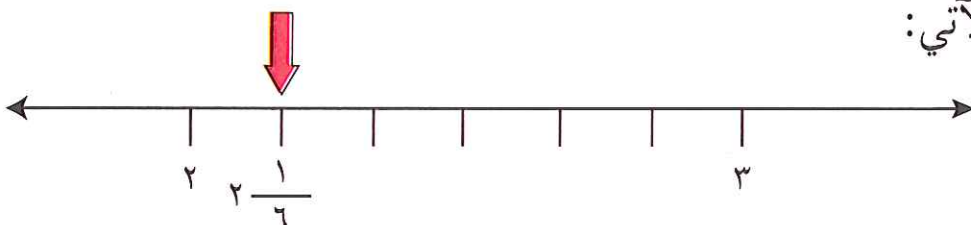
(١) هل العدد الذي مثّلته مكتوب على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ، ب عددين صحيحين، $ب \neq ٠$ صفراً؟

(٢) هل العدد الذي مثّلته عدد صحيح، أم أنه يقع بين عددين صحيحين؟

مثّل العدد النسبي $٢ \frac{1}{٦}$ على خطّ الأعداد.

الحلّ

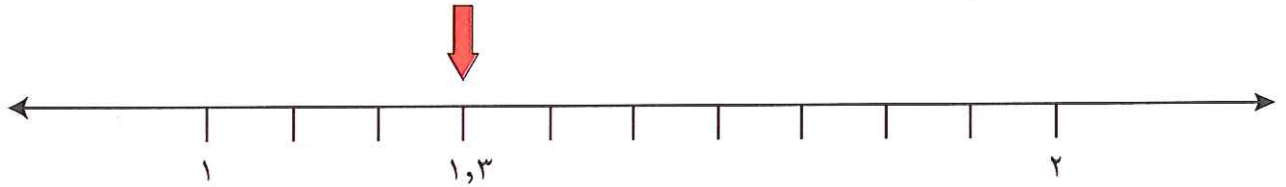
العدد النسبي $٢ \frac{1}{٦}$ يقع بين العدد الصحيح (٢)، والعدد الصحيح (٣)، لذا، نقسم خطّ الأعداد بين هذين العددين إلى (٦) أقسام متساوية، ثمّ نعيّن العدد النسبي كما في الشكل الآتي:



مثّل العدد النسبي ١,٣ على خطّ الأعداد.

الحلّ

العدد النسبي ١,٣ أكبر من الواحد الصحيح، لذا تُقسّم المنطقة بين العدد (١) والعدد (٢) إلى (١٠) أقسامٍ متساوية، ثمّ يُحدّد العدد النسبي كما يأتي:



اسأل نفسك



(١) هل العدد الذي مثلته يمكن كتابته على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ، ب عددان صحيحان، ب \neq صفراً؟

(٢) هل العدد الذي مثلته عدد صحيح، أم أنه يقع بين عددين صحيحين؟

فكّر وناقش



ما العلاقة بين الأعداد النسبية: $-\frac{٥}{١}$ ، $\frac{٥-}{١}$ ، $\frac{٥}{١-}$ ؟

لاحظ أنّ قيمة هذه الأعداد النسبية تساوي: (٥-)

أي أنّ:

$$\frac{أ}{ب-} = \frac{أ-}{ب} = \frac{أ}{ب} -$$

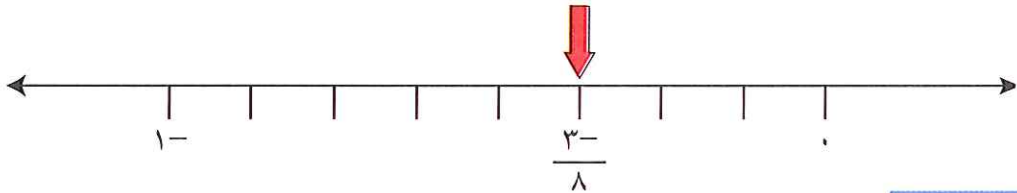
وأنّ:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ-}{ب-}$$

مثّل العدد النسبي $-\frac{3}{8}$ على خطّ الأعداد.

الحلّ

يقع العدد النسبي $-\frac{3}{8}$ بين العددين (٠) و (١-)، نقسم خطّ الأعداد بينهما إلى ثمانية أقسام متساوية، ثمّ نعيّن العدد النسبي كما يأتي:



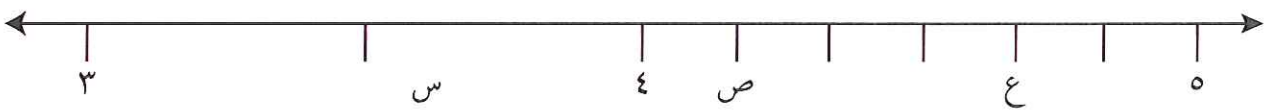
تدريب ٣

مثّل الأعداد النسبيّة الآتية على خطّ الأعداد:

$$-\frac{3}{4}, ٨, ٠, \frac{٥}{٦}, ٣, -١, ٢$$

تدريب ٤

معتمداً خطّ الأعداد الآتي، أجب عن الأسئلة التي تليه:



- (١) بين أيّ عددين صحيحين يقع العدد س؟
- (٢) إلى كم قسم متساوٍ قُسمت المسافة بين العددين ٤، ٣؟
- (٣) ما العدد النسبي الذي يمثّله الرمز س؟
- (٤) ما العدد النسبي الذي يمثّله الرمز ص؟
- (٥) ما العدد النسبي الذي يمثّله الرمز ع؟

اكتب الأعداد الآتية في مكانها المناسب في الشكل المجاور:

١) ٩٢,٠

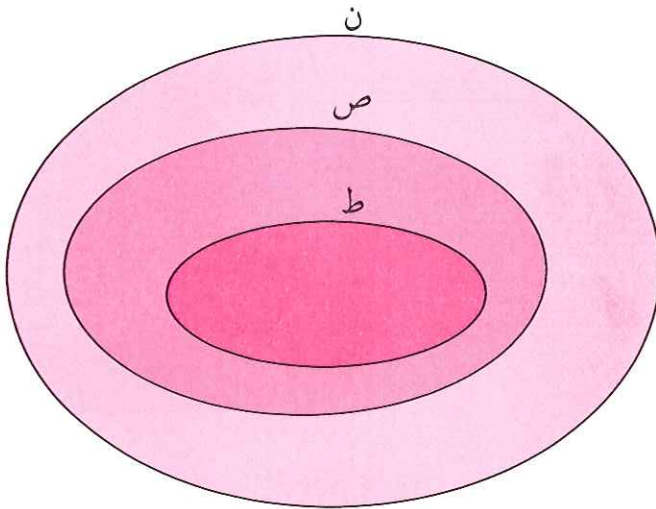
٢) ٥٨-

٣) $\frac{8}{13}$

٤) ٢٥٤,٠

٥) $\frac{3}{17}$

٦) ٢٤



لعبة الأعداد

١) يُعَدُّ المعلم بطاقاتٍ مكتوبًا عليها أعدادٌ نسبية.

٢) يتفق المعلم مع الطلبة حول تعليمات اللعبة كما يأتي:

يُنْفَذُ اللعبة في كلِّ مرة طالبان، يَسْحَبُ كلُّ طالبٍ بطاقةً، ثمَّ يقرأ العدد بصوتٍ مرتفع، ويصنّف العدد المكتوب إلى طبيعيٍّ، أو صحيحٍ، أو كسرٍ عاديٍّ أو عدد كسريٍّ، أو عددٍ عشريٍّ.

إذا صنّف الطالب العدد النسبي بطريقةٍ صحيحةٍ يكسبُ نقطةً، وإذا لم يصنّف العدد النسبي بطريقةٍ صحيحةٍ يخسرُ نقطةً.

لكلِّ طالبٍ الحقُّ في ٥ محاولاتٍ، والفائز هو مَنْ يفوزُ بأكبر عددٍ مِنَ النِّقاطِ. يُمكنُ تنفيذُ اللعبة مِنْ قِبَلِ طلبةٍ آخرين.

(١) الأعداد الآتية جميعها أعداد نسبية، اذكر السبب:

$$٥-، \frac{٦}{١٥}، -\frac{٢}{٤١}، ١١، \frac{٢}{٣}، ١٠-، ٠، ٢٤١، ٠، ٨، ١٢،$$

(٢) صنّف الأعداد النسبية في الجدول الآتي إلى أعداد طبيعية، وأعداد صحيحة، وكسور عادية، وأعداد كسرية، وأعداد عشرية.

العدد النسبي	عدد طبيعي	عدد صحيح	كسر عادي	عدد كسري	عدد عشري
١٧					
$\frac{١٥}{٧}$					
٠,٥٩٨٠٤					
١٣,٩					
$٢ \frac{٨}{١٣}$					
٠,٠٠٥-					

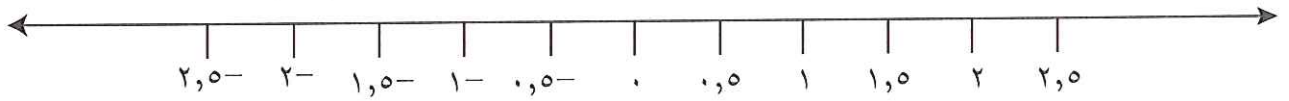
(٣) مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد.

$$٠، ١، ٩، ٠، ٨-، ٧ \frac{٢}{٣}، \frac{٥}{٨}-$$

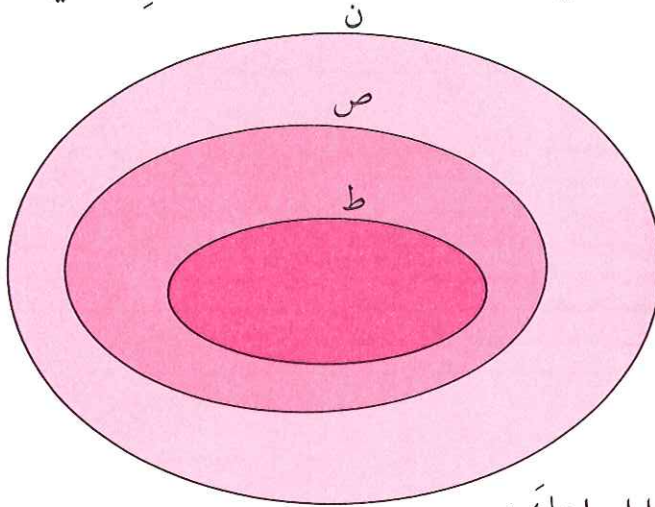
(٤) ما العدد النسبي الذي يمثله كل حرف على خط الأعداد الآتي؟



٥) مثل الأعداد النسبية الآتية: $٢٥, ٠, -١٧٥, ٢٥, ٢$ على خط الأعداد الآتي:



٦) أجب بنعم، أو لا، مع ذكر السبب في ما يأتي (يمكنك الاستعانة بالشكل الآتي):



أ) كل عدد طبيعي هو عدد نسبي.

ب) كل عدد صحيح هو عدد نسبي.

ج) كل عدد نسبي هو عدد طبيعي.

د) كل عدد نسبي هو عدد صحيح.

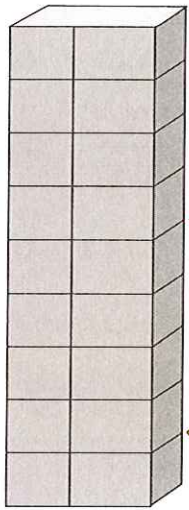
٧) ناقش صحة أو خطأ العبارة الآتية مبرراً إجابتك:

«جميع الأعداد التي تقع بين العددين ٢، ٣ هي أعداد نسبية».

٨) حل المسألة الواردة بداية الدرس.

النتائج

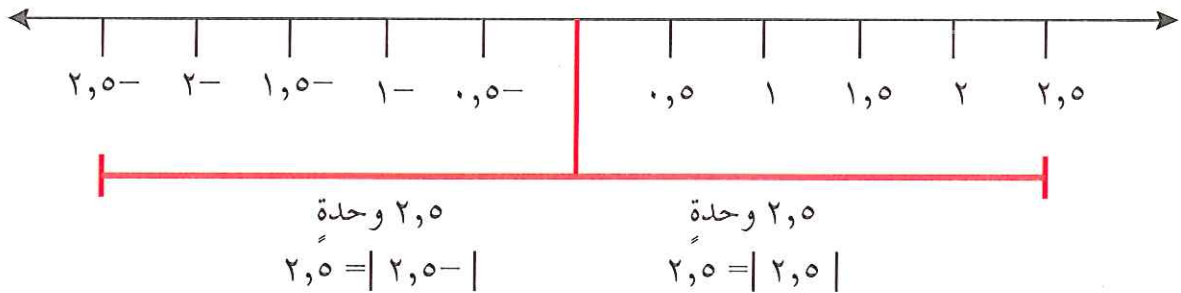
- تتعرف القيمة المطلقة للعدد النسبي.
- تجد معكوس العدد النسبي.
- تجد مقلوب العدد النسبي.



توقّف أحد المصاعد أثناء نزوله عند الطابق الرابع تحت الأرض كما في الشكل المجاور، معتمداً الشكل أجب عما يأتي:

- (١) عبّر عن موقع المصعد بعدد نسبي.
- (٢) إذا علمت أن ارتفاع الطابق (٣, ٢) أمتار فجد المسافة بين المصعد و سطح الأرض.

انظر إلى خط الأعداد الآتي:



لاحظ أن العددين النسبيين 2.5 ، -2.5 يبعدان (2.5) وحدة عن الصفر، على الرغم أنهما يقعان على جهتين مختلفتين من خط الأعداد، وهنا نقول: إن العددين النسبيين (2.5) ، (-2.5) لهما **القيمة المطلقة** نفسها، وبالرموز: $|2.5| = |-2.5|$ فكر: عرف القيمة المطلقة للعدد النسبي بلغتك الخاصة.

جد قيمة كل مما يأتي:

$$\begin{array}{lll} (١) & | ٨, ١ - | & (٢) | ٠, ٠٠٢ | \\ (٣) & | \frac{٥}{٨} | & (٥) | ٠, ٣٣ - | \\ (٤) & | \frac{٢}{٣٧} | & (٦) | ٠, ٣ - | ٠, ٢ - | \\ (٧) & | ٠, ٤ - | + | ٠, ٤ | & \end{array}$$

الحل

$$\begin{array}{lll} (١) & ٨, ١ & (٢) ٠, ٠٠٢ \\ (٣) & \frac{٥}{٨} & (٥) ٠, ٣٣ \\ (٤) & \frac{٢}{٣٧} & (٦) ٠, ٣ - ٠, ٢ = ٠, ١ - \\ (٧) & ٠, ٤ - + ٠, ٤ = ٠ & \end{array}$$

القيمة المطلقة للعدد النسبي: هي المسافة بين العدد النسبي والصفر على خط الأعداد.

تدريب ١

جد قيمة كل مما يأتي:

$$\begin{array}{lll} (١) & | ١ - | & (٢) | \frac{١١}{٩} - | \\ (٣) & | \frac{٢}{١٧} | & (٤) | \frac{١}{٤} - | + | \frac{١}{٤} - | \end{array}$$

فكر وناقش



بين إذا كانت العبارات الآتية صحيحة أم خاطئة، مع ذكر السبب:

- القيمة المطلقة للعدد النسبي دائماً موجبة.
- القيمة المطلقة للعدد الصحيح أحياناً موجبة.

تعلمت في الصفوف السابقة معكوس العدد الصحيح، فمثلاً: معكوس العدد (٥) هو -٥، ومعكوس العدد -٣ هو ٣

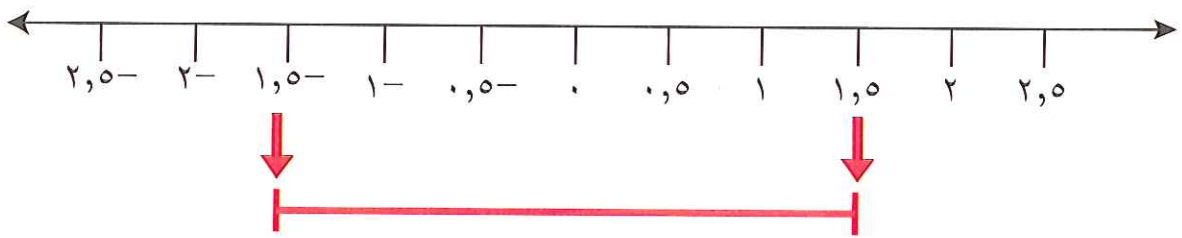
فكر وناقش



- ما معنى معكوس العدد الصحيح؟
- ما ناتج جمع العدد إلى معكوسه؟

معكوس العدد النسبي: هو العدد الذي يبعد نفس المسافة عن الصفر من الجهة الأخرى على خط الأعداد، ويُسمى أيضًا **النظير الجمعي**.

لاحظ خط الأعداد الآتي:



لا بد أنك لاحظت أن معكوس الـ (١,٥) هو (-١,٥)، مستخدمًا خط الأعداد السابق ما معكوس كل من:

$$١,٥ - (٣)$$

$$١ - (٢)$$

$$٢,٥ (١)$$

فكر وناقش



ما معكوس $\left| \frac{أ}{ب} \right|$ ، ب $\neq ٠$ ؟

لإيجاد مقلوب العدد النسبي، نضع العدد النسبي على صورة كسر $\frac{أ}{ب}$ ، ثم نجعل البسط مقامًا والمقام بسطًا، كما يلي: $\frac{ب}{أ}$.

فكر وناقش



- هل يمكن إيجاد مقلوب أي عدد نسبي؟
- هل يمكن إيجاد مقلوب العدد النسبي (صفر)؟

يوجد لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ (حيث $أ \neq 0$) مقلوب، وهو العدد النسبي $\frac{ب}{أ}$ ، ويُسمى **النظير الضربي**.

مثال (٢)

جد مقلوب كل عدد نسبي مما يأتي:

$$\frac{٧-}{١١} \quad (٣)$$

$$٢ \frac{٥}{٧} \quad (٢)$$

$$\frac{٣}{٥} \quad (١)$$

$$٠,٣٤- \quad (٥)$$

$$١,٥ \quad (٤)$$

الحل

$$(١) \text{ مقلوب } \frac{٣}{٥} \text{ هو : } \frac{٥}{٣}$$

$$(٢) \text{ لإيجاد مقلوب } ٢ \frac{٥}{٧} \text{ نضع العدد النسبي على صورة كسر : } \frac{١٩}{٧}$$

$$\text{مقلوب } \frac{١٩}{٧} \text{ هو : } \frac{٧}{١٩}$$

$$(٣) \text{ مقلوب } \frac{٧-}{١١} \text{ هو : } \frac{١١-}{٧}$$

وَضِعْ إِشَارَةَ السَّالِبِ لِلْبَسْطِ، لِمَاذَا؟

(٤) لإيجاد مقلوب ١,٥ نضع العدد النسبي على صورة كسر: $\frac{١٥}{١٠}$

مقلوب $\frac{١٥}{١٠}$ هو:

(٥) لإيجاد مقلوب $-٣٤,٠$ نضع العدد النسبي على صورة كسر: $\frac{-٣٤}{١٠٠}$

مقلوب $\frac{-٣٤}{١٠٠}$ هو:

تدريب ٢

جد مقلوب كل مما يأتي:

$$٧ \frac{٣}{٩} - (٣$$

$$٠,٥ - (٢$$

$$\frac{٦}{١٩} (١$$

$$١٣ (٥$$

$$٢,٦ (٤$$

فكر وناقش



ما ناتج ضرب العدد النسبي في مقلوبه؟

تدريب ٣

ضع العدد المناسب في الفراغ في ما يأتي:

$$١ = \times \frac{٦}{١٩} (١$$

$$١ = ٠,٢ \times (٢$$

$$.... = \frac{١٠}{١٥} \times ١ \frac{١}{٢} (٣$$

(١) جد ناتج كل مما يأتي:

أ ($1 - \frac{1}{4}$)
 ب ($5 + |5|$)
 ج ($10 - |10,5 - 10,5|$)
 د ($9 + |\frac{2}{3}|$)

(٢) جد معكوس كل عدد نسبي مما يأتي (النظير الجمعي):

أ ($2 \frac{3}{7}$)
 ب ($2,55$)
 ج ($6,5$)
 د ($23 - \frac{6}{23}$)
 هـ ($2 \frac{6}{23}$)

(٣) جد مقلوب كل عدد نسبي مما يأتي (النظير الضربي):

أ ($\frac{4}{17}$)
 ب ($1 \frac{7}{11}$)
 ج ($0,19$)
 د ($5,1$)
 هـ ($0,3$)

(٤) ضع العدد المناسب في الفراغ للحصول على عبارة صحيحة في ما يأتي:

أ ($6,2 + \dots = \text{صفرًا}$)
 ب ($1 = \dots \times \frac{3}{7}$)
 ج ($1 = \dots \times |\frac{1}{2}|$)
 د ($10,2 - |\dots| + \dots = \text{صفرًا}$)

(٥) أي العبارات الآتية صحيحة؟ برّر إجابتك.

أ ($3,5 - = |3,5 -|$)

ب ($3 = |3 -|$)

ج (المسافة بين العدد ٢ والصفر = ضعف المسافة بين العدد -٤ والصفر.)

(٦) حل المسألة الواردة بداية الدرس.

التّاجات

- تتعرّف الكسر العشريّ الدّوريّ.
- تُمثّل الكسر العشريّ الدّوريّ على صورة كسرٍ عاديّ.



سَجَّلَ أحمدُ (٣) أهدافٍ مِنْ أصلِ (١١) تسديدةً نحو المرمى، عبّرَ عن نسبةِ عددِ الأهدافِ التي أحرزها إلى عددِ التسديداتِ الكليّ، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من ألفٍ.

يمكنُ تحويلُ العددِ النسبيّ إلى كسرٍ عشريّ، من خلالِ إجراءِ عمليةِ القسمةِ الطويلةِ.

مثالُ (١)

حوّلِ العددَ النسبيّ $\frac{1}{5}$ إلى كسرٍ عشريّ.

الحلُّ

نقومُ بإجراءِ عمليةِ القسمةِ.

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 5 \overline{) 1} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.2 \\ 5 \overline{) 1.0} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

وَضَعُ الفاصلةَ العشريةَ، وإضافةً صفرٍ إلى يمينِ المقسومِ

وبالتالي:

$\frac{1}{5} = 0,2$ ، ويُسمّى هذا الكسر **كسرًا عشريًا منتهيًا**؛ لأنّ عملية القسمة انتهت، وباقي القسمة يساوي صفرًا، وعدد أرقام منازل العشريّة محدود.

فكر وناقش



حوّل العدد النسبي $\frac{1}{5}$ إلى كسرٍ عشريّ بطريقةٍ أخرى.

الكسر العشريّ المنتهي: هو الكسر العشريّ الذي يكون عدد أرقام منازل محدودًا.

الكسور العشريّة الآتية هي كسور عشريّة منتهية، لماذا؟

$0,654$ ، $2,54$ ، $0,0004$ ، $12,333$

مثال (٢)

حوّل العدد النسبي $\frac{1}{3}$ إلى كسرٍ عشريّ.

الحلّ

$$\begin{array}{r} 0,333 \\ 3 \overline{) 1,0} \\ \underline{3} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \end{array}$$

← الباقي لا يساوي صفرًا ويساوي (١) دائمًا

نقوم بإجراء القسمة الطويلة (كما هو موضّح جانبًا).

لاحظ أنّ عملية القسمة لا تنتهي أبدًا؛ لأنّ باقي القسمة عددٌ

يتكرّر دائمًا، كذلك يتكرّر ظهور الرقم (٣) في جميع أرقام

منازل الكسر العشريّ؛ لذا تُكتب ثلاث نقاط

في نهاية الكسر العشريّ (...) للدلالة على التكرار الدوريّ

للرقم (٣)، ويُكتب ناتج القسمة كما يأتي: $0,3333...$

نُسمّي الكسر العشريّ الناتج: **كسرًا عشريًا دوريًا**.

وبدلاً من كتابة ثلاث نقاط (...) في نهاية الكسر للدلالة على التكرار النمطيّ المستمرّ

لأرقام منازل، يتمّ استخدام رمز (—) ويكتب فوق أرقام المنازل التي تتكرّر بصورة

دورية كما في الامثلة الآتية:

$$0,3333... = 0,3 \quad 0,282828... = 0,28 \quad 1,4444... = 1,4$$

الكسر العشري الدوري: هو الكسر العشري غير المنتهي الذي تكون أرقام منازلِه على شكلٍ نمطٍ يتكرر بصورةٍ دوريةٍ.

لاحظ أنَّ الكسور العشرية المنتهية، والكسور العشرية الدورية هي أعدادٌ نسبية، لماذا؟

تدريب ١

حوّل الكسور، والأعداد الكسرية الآتية إلى كسورٍ عشريةٍ، ثمّ بيّن نوعها:

$$(1) \frac{17}{8} \quad (2) \frac{6}{11}$$

$$(3) \frac{4}{33} \quad (4) \frac{7}{80}$$

مثال (٣)

أي الكسور العشرية الآتية هي كسورٍ عشريةٍ دوريةٍ؟ مع ذكر السبب:

$$(1) 0,525252... \quad (2) 0,212122080 \quad (3) 0,272727...$$

$$(4) 1,15511 \quad (5) 0,2323$$

الحلّ

(١) $0,525252...$: كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ؛ لأنَّ أرقامَ منازلِه على شكلٍ نمطٍ يتكرر بصورةٍ دوريةٍ.

(٢) $0,212122080$: كسرٍ عشريٍّ غيرٍ دوريٍّ؛ لأنَّ أرقامَ منازلِه منتهيةٌ.

(٣) $0,272727...$: كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ؛ لأنَّ

(٤) ١,١٥٥١١ :؛ لأن
 (٥) ٠,٢٣٢٣ :؛ لأنَّ

تدريب ٢

أي الكسور العشرية الآتية هي كسور عشرية دورية؟ مع ذكر السبب:

- (١) ٠,٤٤٤
 (٢) ٦,٥١٥١٥١...
 (٣) ٠,٢٣٤٢٣٤٢٣٤...
 (٤) ٠,٩٨٩٨

فكر وناقش



هل يمكن تحويل الكسر العشري الدوري إلى كسر عادي؟

مثال (٤)

اكتب الكسر العشري الدوري $٠,٥$ على صورة كسر عادي.

الحل

خطوة (١): نكتب الكسر العشري على الصورة $٠,٥٥٥٥...$

خطوة (٢): نفرض $٠,٥٥٥٥... = س$ (١)

خطوة (٣): نضرب الطرفين بالعدد (١٠) $\leftarrow ١٠ س = ١٠,٥٥٥٥...$ (٢)

(تم الضرب بالعدد ١٠؛ لأن النمط المتكرر لأرقام المنازل يتكوّن من رقم واحد)

خطوة (٤): نطرح (١) من (٢)

$$\begin{array}{r} ١٠ س = ١٠,٥٥٥٥... \\ - س = ٠,٥٥٥٥... \\ \hline ٩ س = ١٠,٥ - ٠,٥ = ١٠ \\ \hline س = \frac{١٠}{٩} \end{array}$$

اكتب الكسر العشري الدوري $0, \overline{27}$ على صورة كسر عادي.

الحل

خطوة (١): نكتب الكسر العشري على الصورة $0, 272727... ٠, ٢٧٢٧٢٧...$

خطوة (٢): نفرض $س = 0, 272727... ٠, ٢٧٢٧٢٧...$ (١)

خطوة (٣): نضرب الطرفين بالعدد (١٠٠) ← $١٠٠ س = ٢٧, ٢٧٢٧... ٢٧, ٢٧٢٧...$ (٢)

(تم الضرب بالعدد ١٠٠؛ لأن النمط المتكرر لأرقام المنازل يتكوّن من رقمين مختلفين)

خطوة (٤): نطرح (١) من (٢)

$$\begin{array}{r} ١٠٠ س = ٢٧, ٢٧٢٧... \\ - س = ٠, ٢٧٢٧٢٧... \\ \hline ٩٩ س = ٢٧ \leftarrow س = \frac{٢٧}{٩٩} \end{array}$$

تدريب ٣

اكتب الكسور العشرية الآتية على صورة كسر $\frac{أ}{ب}$:

(١) $٢, \overline{٧}$

(٢) $١, \overline{٢٣}$

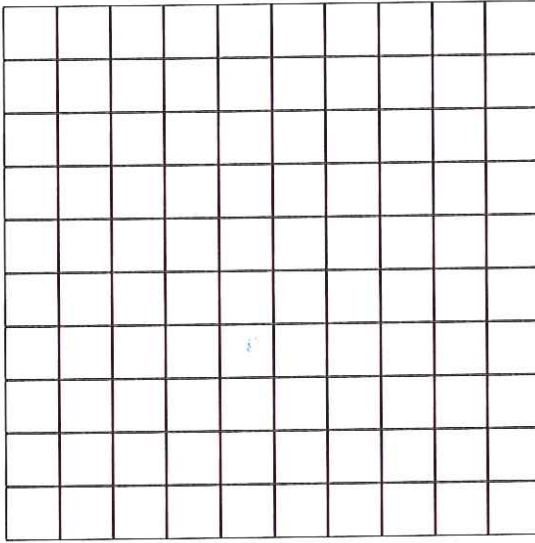
(٣) $١, \overline{٨٣}$

(٤) $٠, \overline{٢٣٤}$



أعطِ مثالاً على كسرٍ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ، إذا حوّل إلى كسرٍ عشريٍّ تتكرّر فيه ثلاثة أرقامٍ بشكلٍ دوريٍّ.

نشاط



مستخدمًا الشبكة المجاورة، مثل
العدد النسبي $\frac{1}{3}$

(١) حوّل الكسور والأعداد الكسريّة الآتية إلى كسورٍ عشريّة، ثمّ بيّن نوعها:

(ب) $\frac{1}{11}$

(أ) $\frac{3}{14}$

(د) $\frac{8}{15}$

(ج) $\frac{1}{66}$

(٢) حوّل الكسور العشريّة الآتية إلى كسورٍ على صورة $\frac{أ}{ب}$:

(ج) $0,23\bar{5}$

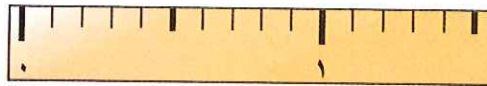
(ب) $3,5\bar{4}$

(أ) $0,12\bar{5}$

(هـ) $0,1\bar{}$

(د) $1,00\bar{2}$

(٣) عبّر عن طول الحشرة في الشكل المجاور على صورة كسرٍ عشريّ، ثمّ بيّن نوعه.



(٤) أرادت سعاد شراء ثوبٍ جديدٍ عليه خصمٌ مقداره $\frac{1}{10}$ من سعره الأصليّ، إذا كان ثمن الثوب (١٠) دنانير، أيّ العبارات الآتية تُعبّر عن قيمة ما ستدفعه سعاد بالدينار:

(ج) $0,009 \times 10$

(ب) $0,09 \times 10$

(أ) $0,9 \times 10$

٥ (حدِّ العدد النسبيِّ المُختلِف في ما يأتي، مع ذكرِ السببِ:

$$\frac{1}{2} ، \frac{1}{3} ، \frac{1}{4} ، \frac{1}{5}$$

٦) اكتب طريقة تحويل كسرٍ عشريٍّ مُنتهِ إلى كسرٍ عاديٍّ.

٧) اكتب طريقة تحويل كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ إلى كسرٍ عاديٍّ.

٨) ادّعى صالحٌ أنه إذا قرَّبنا $0,3\overline{}$ لأقرب منزلةٍ عشريَّةٍ، فإنَّ هذا التقريب هو $\frac{3}{10}$ ،

ناقش ادعاء صالحٍ مع زملائك.

النتائج

- تقارن الأعداد النسبية وترتيبها.

تقدّم طلبة الصف السابع في إحدى المدارس لامتحان عام في الرياضيات، معتمداً البيانات في الجدول الآتي أجب عن الأسئلة التي تليه:

الشعبة	عدد الطلبة الناجحين	عدد الطلبة الكلي	نسبة عدد الطلبة الناجحين إلى عدد الطلبة الكلي
أ	١٣	٢٥	
ب	١٣	٢٢	
ج	١٨	٢٨	
د	١٧	٢٦	

(١) أكمل الجدول بإيجاد نسبة عدد الطلبة الناجحين إلى العدد الكلي للطلبة.

(٢) أي الشعب الدراسية هي الأفضل إنجازاً في هذا الامتحان؟

(٣) أي الشعب الدراسية هي الأقل إنجازاً؟

(٤) رتب الشعب الدراسية حسب إنجازها ترتيباً تنازلياً.

لمقارنة الأعداد النسبية يمكن توحيدها بمقاماتها، ثم مقارنة قيمة البسط في كل منها، أو يمكن استخدام التقدير في بعض الأحيان، أو يمكن تحويلها إلى أعداد عشرية، ثم المقارنة بينها.

قارن بين العددين النسبيين: $\frac{3}{11}$ ، ٠,٦

الحل

نحوّل العدد النسبي $\frac{3}{11}$ إلى صورة كسرٍ عشريٍّ، فينتج أن: $\frac{3}{11} = 0,27$
وبمقارنة رقم منزلة الجزء من عشرة في العدد النسبي $0,27272727\dots$ مع رقم منزلة الجزء من عشرة في العدد النسبي $0,6$ ، نلاحظ أن: $6 > 2$

$$0,6 \quad , \quad 0,27272727\dots$$

فينتج أن: $0,6 > \frac{3}{11}$

فكر وناقش



هل توجد طريقة أخرى لمقارنة العددين النسبيين في المثال السابق؟

مثال (٢)

قارن بين العددين النسبيين: $\frac{2}{9}$ ، $7 \frac{2}{3}$

الحل

نكتب العدد النسبي $7 \frac{2}{3}$ على الصورة $\frac{أ}{ب} \leftarrow \frac{23}{3}$

$$\text{بتوحيد المقامات } \frac{69}{9} = \frac{3}{3} \times \frac{23}{3}$$

$$\text{إذن: } \frac{69}{9} > \frac{2}{9}$$

فكر وناقش




هل توجد طريقة أخرى لمقارنة العددين النسبيين في المثال السابق؟

قارن بين العددين النسبيين $0,245$ ، $0,2459$ ،

الحل

نقارن أرقام المنازل بدءاً من اليسار:

$$0,2459 \quad , \quad 0,24524524 \dots$$


لاحظ أن أرقام منازل العددين متشابهة في أول ثلاث منازل عشرية، بما أن رقم منزلة الجزء من عشرة آلاف (٢) في العدد الأول أقل من رقم منزلة الجزء من عشرة آلاف

(٩) في العدد الثاني، إذن العدد $0,2459$ أكبر من العدد النسبي $0,245$

$$0,2459 > 0,245$$

مثال (٤)

قارن بين العددين النسبيين: $\frac{1}{7}$ ، $\frac{2}{9}$

الحل

يمكن المقارنة بين العددين من خلال توحيد المقامات بأخذ المضاعف المشترك الأصغر بين المقامين: $7, 9$ ، وبما أن المقام المشترك هو العدد 63 ، إذن:

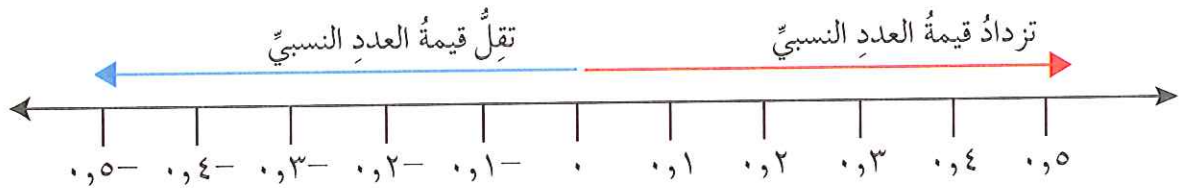
$$\frac{1}{7} \times \frac{9}{9} = \frac{9}{63} \quad , \quad \frac{2}{9} \times \frac{7}{7} = \frac{14}{63}$$

$$\frac{9}{63} > \frac{14}{63} \quad \text{ومنه} \quad \frac{1}{7} > \frac{2}{9}$$

ضع إشارة > ، < أو = في للحصول على عبارة صحيحة في ما يأتي:

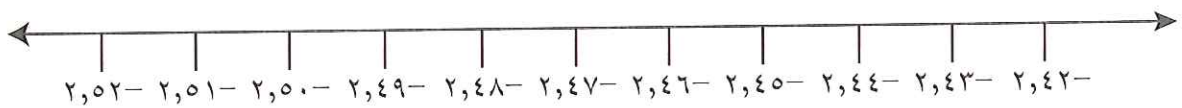
$\frac{5}{67}$ <input type="text"/> $\frac{3}{67}$ (٢)	$\frac{7}{23}$ <input type="text"/> $\frac{4}{15}$ (١)
$5,22$ <input type="text"/> $\frac{20}{17}$ (٤)	$\frac{7}{23}$ <input type="text"/> $0,45$ (٣)
$1\frac{2}{10}$ <input type="text"/> $1,25$ (٦)	$\frac{44}{2}$ <input type="text"/> $11\frac{2}{3}$ (٥)

يمكن استخدام خط الأعداد لمقارنة الأعداد النسبية، لاحظ أنه كلما اتجهنا نحو اليسار تقل قيمة العدد النسبي. ماذا يحدث إذا اتجهنا نحو اليمين؟



مثال (٥)

مستخدمًا خط الأعداد الآتي ضع إشارة > ، < ، = في :



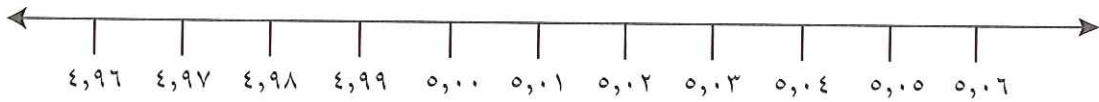
$2,52$ <input type="text"/> $2,51$ (٢)	$2,42$ <input type="text"/> $2,47$ (١)
----------------------------------------	----------------------------------------

فكر وناقش



اكتب طريقة تشرح فيها لزميلك طريقة مقارنة الأعداد النسبية.

استعن بخط الأعداد الآتي لترتيب الأعداد النسبية: ٤,٩٦ ، ٤,٩٨ ، ٥,٠٧ ، ٥,٠٦ ،
تنازلياً.



مثال (٦)

رتب الأعداد النسبية الآتية تنازلياً:

$$٢-، ٢ \frac{1}{11}، ٢,١-، ٢,١\bar{}$$

الحل

(١) نقارن العددين الموجبين، من خلال تحويل كل عدد إلى صورة عدد عشري.

$$٢,١\bar{1} = ٢,١١١١١...$$

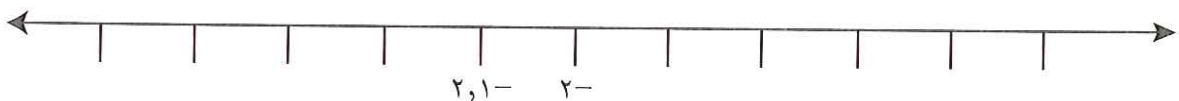
$$٢,٠٩٠٩٠٩٠٩... = \frac{٢٣}{11} = ٢ \frac{1}{11}$$

بما أن الجزء الصحيح في العددين متساو، نقارن رقم منزلة الجزء من عشرة،

$$٢,٠٩٠٩٠٩٠٩... \quad ٢,١١١١١... \quad \text{فينتج أن:} \quad ٢ \frac{1}{11} < ٢,١\bar{1}$$

(٢) نقارن العددين السالبين.

بما أن العدد ٢,١- يقع إلى يسار العدد ٢- على خط الأعداد، فهو أصغر، لماذا؟



$$\text{إذن: } ٢,١- > ٢,٠-$$

ترتيب الأعداد من الأكبر إلى الأصغر هو: ٢,١-، ٢-، ٢ \frac{1}{11}، ٢,١\bar{1}

رتب الأعداد النسبية الآتية تنازليًا:

(١) $\frac{1}{7}$ ، $\frac{1}{8}$ ، $0,2$ ، $-0,025$

(٢) $\frac{4}{7}$ ، $\frac{4}{6}$ ، $\frac{4}{8}$ ، $\frac{4}{5}$

(٣) ماذا تستنتج من المقارنة بين الأعداد النسبية في فرع (٢)؟

فكر وناقش



ناقش مدى صحة العبارة الآتية، مبررًا إجابتك من خلال تقديم الأمثلة:
«إذا كان أ، ب عددين نسبيين موجبيين، وكان $أ < ب$ ، فإن: $أ - ب < ٠$ ».

(١) ضع إشارة <، > أو = في في ما يأتي:

أ (٦,٨ ٨,٦ ب (٦,٠٥ ٦,٥٠

ج ($\frac{٤}{١٥}$ $\frac{٧}{٢٣}$ د ($٣ - \frac{٥}{٨}$ $٣,٦٢٥ -$

هـ ($\frac{١٤}{٧}$ ١,٤ و (١,٢ $\frac{٨}{٤}$

ز ($٢,٤ -$ $٢,٤٠ -$ ح ($٠,٤١٣$ $\frac{٣}{٧}$

ي ($\frac{٢}{٣٥}$ $\frac{٢}{٣٧}$ ك ($-\frac{٤}{١٥}$ $-\frac{٢٠}{١٥}$

(٢) رتب الأعداد النسبية الآتية تصاعدياً:

أ ($٣ - \frac{١}{٣}$ ، $٣,٣ -$ ، $٣ - \frac{٣}{٤}$ ، $٣,٥$.

ب ($٢,٨$ ، $٢ - \frac{٣}{٤}$ ، $٣ - \frac{١}{٨}$ ، $٢,٢ -$.

ج ($-\frac{٥}{٩}$ ، $-\frac{٥}{١١}$ ، $\frac{٥}{١٤}$ ، $\frac{٥}{١١}$.

(٣) هل توجد أعداد نسبية بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، $٠,٣$ ؟ وضح إجابتك.

اسم المتسابق	زمن إنهاء السباق بالدقيقة
محمد	$1 \frac{32}{100}$
عمر	١,٣٥
خليل	$\frac{129}{100}$
مصطفى	١,٣٣
علي	١,٣

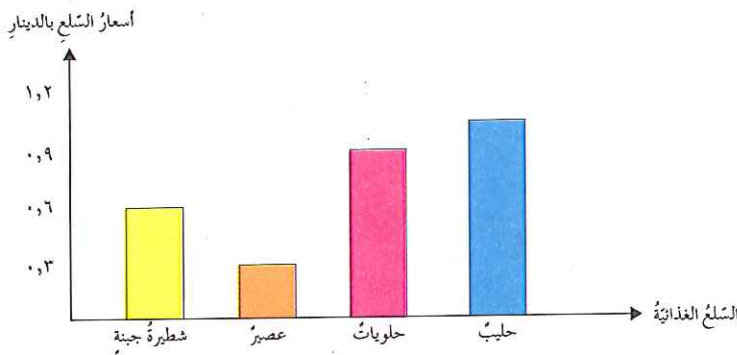
(٤) معتمداً الجدول المجاور، الذي يبيّن زمن إنهاء سباق الجري لخمس لاعبين، أجب عما يأتي:

أ (مَنْ هو الفائز بالمرتبة الأولى؟

ب) اكتب أسماء أول ثلاثة فائزين.

ج) لو حوّلنا الزمن إلى ثوانٍ، هل يتغيّر ترتيب المتسابقين؟

(٥) معتمداً الشكل المبين جانباً، والذي يمثّل أسعار بعض السلع الغذائية في أحد المقاصف المدرسية، أجب عن الأسئلة الآتية:



أ (ما السلعة الأقل ثمنًا؟

ب) ما السلعة الأعلى ثمنًا؟

ج) اكتب أسماء السلع مرتبة حسب ثمنها ترتيبًا تنازليًا.

د (أضف سلعتين تعتقد

أنهما ضروريّتان في مقصف المدرسة، و اكتب ثمنهما، ثم أعد ترتيب السلع مرة أخرى حسب ثمنها من الأعلى إلى الأقل.

(٦) حلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

النتائج

- تجمع الأعداد النسبية وتطرحها.



صنعت فرح وصديقاتها (٣) قوالب من الحلوى، الجدول الآتي يبين كمية الحليب التي استخدمتها كل واحدة منهن لصنع القالب الخاص بها. باستخدام الكوب جد كم كوباً من الحليب استخدمت جميع الصديقات لصنع القوالب الثلاثة؟

الاسم	عدد أكواب الحليب
فرح	$\frac{2}{4}$
سميحة	١,٢٥
آمنة	$\frac{1}{3}$

تعلمت في الصف السادس جمع الأعداد الصحيحة، وطرحها، وفي هذا الدرس ستتعلم جمع الأعداد النسبية وطرحها.

أولاً: جمع الأعداد النسبية

لجمع الأعداد النسبية نقوم بعملية توحيد المقامات، ثم نستخدم قواعد جمع الأعداد الصحيحة لإيجاد ناتج جمع بسط كل منها، أو يمكن تحويل الأعداد النسبية إلى أعداد عشرية، ثم إجراء عملية الجمع.

جدّ ناتج كلّ ممّا يأتي في أبسط صورةٍ ممكنةٍ: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

الحلّ

المقامات موحدّة إذن نجمع البسطين

$$\frac{5}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

تذكّر:

لجمع كسور ذات المقام نفسه، نجمع البسط في كلّ منها، ثمّ نكتب الناتج فوق المقام.

تذكّر:

لجمع عددين صحيحين مختلفي الإشارة، نطرح القيم المطلقة لهما، وعندها يكون المجموع:

- موجبًا، إذا كانت القيمة المطلقة للعدد الموجب أكبر.
- سالبًا، إذا كانت القيمة المطلقة للعدد السالب أكبر.

جدّ ناتج كلّ ممّا يأتي في أبسط صورةٍ ممكنةٍ:

$$(١) - \frac{5}{11} + \frac{12}{11}$$

$$(٢) - \frac{3}{7} + - \frac{9}{21}$$

$$(٣) - \frac{9}{19} + ٣ \frac{4}{19}$$

$$(٤) ٨ + ٢ \frac{4}{19}$$

(١) لاحظ أنَّ المقامات موحدة؛ لذا نجمع البسطين:

$$\frac{7}{11} = \frac{12}{11} + \frac{5-}{11}$$

وضع إشارة السالب للعدد (٥) في البسط،
واستخدام قواعد جمع الأعداد الصحيحة.

توحيد المقامات، ثم استخدام قواعد جمع
الأعداد الصحيحة

$$\frac{9-}{21} + \frac{3 \times 3-}{3 \times 7} \quad (2)$$

النتيجة في أبسط صورة

$$\frac{6-}{7} = \frac{18-}{21} =$$

استخدام قواعد جمع الأعداد الصحيحة.

$$1 \frac{5}{19} - = 2 \frac{4}{19} + 3 \frac{9}{19} - \quad (3)$$

$$2 \frac{4}{19} + 8 \quad (4)$$

وضع العدد الصحيح (٨) على صورة عدد
كسري.

$$9 \frac{23}{19} = 2 \frac{4}{19} + 7 \frac{19}{19}$$

$$10 \frac{4}{19} =$$

تدريب ١

هل حاصل جمع $\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$ أقرب للعدد (١)، أم للعدد (٢)؟ ولماذا؟

تدريب ٢

جد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة ممكنة:

$$\frac{12-}{7} + \frac{2-}{7} \quad (1)$$

$$\frac{1-}{15} + \frac{11}{30} \quad (2)$$

$$(٣) - \frac{٧}{١٢} + \frac{٣}{٤} - ٢$$

$$(٤) - \frac{٤}{٥} + ٢ - ١١$$

$$(٥) - ٠,٤ + \frac{٦}{١٠٠}$$

ثانيًا: طرح الأعداد النسبية

لطرح الأعداد النسبية نستخدم قواعد طرح الأعداد الصحيحة، بإضافة معكوس المطروح بعد عملية توحيد المقامات، ويمكن تحويل الأعداد النسبية إلى أعداد عشرية ثم إجراء عملية الطرح.

تذكر:

عند طرح عدد صحيح من عدد صحيح آخر، نضيف معكوس ذلك العدد إلى الآخر.

$$\text{مثال: } ٧ - ٢ = (٧ -) + ٢ = ٥ -$$

مثال (٣)

جد ناتج ما يأتي في أبسط صورة ممكنة، ثم مثل الناتج على خط الأعداد، وبين كم يبعد الناتج عن العدد ١

$$- \frac{٥}{٨} - \frac{١٢}{٨}$$

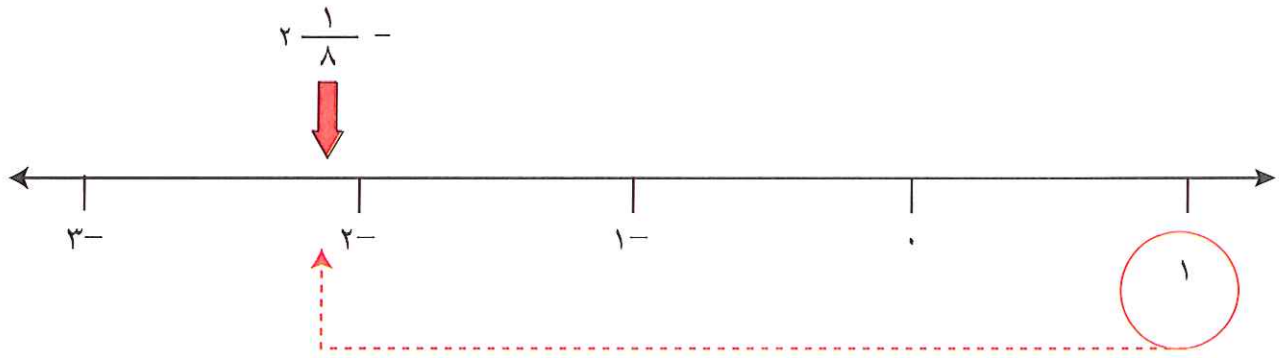
الحل

لاحظ أن المقامات موحدة.

إضافة معكوس العدد النسبي الثاني (المطروح)

$$- \frac{٥}{٨} - \frac{١٢}{٨} = - \frac{٥}{٨} + \frac{١٢}{٨}$$

$$2 \frac{1}{8} - = \frac{17}{8} =$$



لاحظ المسافة بين الناتج والعدد ١ هي: $2 \frac{1}{8} - 3$ وحدات

تدريب ٣

جد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$(1) \quad \frac{6}{9} - \frac{2}{9}$$

$$(2) \quad \frac{6}{17} - \frac{5}{17}$$

تدريب ٤

اكتب طريقة جمع عددين نسبيين مقامهما مختلف على شكل خطوات.

تذكر:

لجمع الكسور ذات المقامات المختلفة أو طرحها، نجد المضاعف المشترك الأصغر بين المقامات (م.م.أ)، ثم نكتب الأعداد بدلالة المقامات المشتركة بينها، ثم نجمع أو نطرح البسط في كل منها.

مثال (٤)

توقع الناتج ثم جده في ما يأتي:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

الحل

$$\frac{2-}{3} + \frac{1}{4}$$

إضافة معكوس المطروح.

$$\frac{4 \times 2-}{4 \times 3} + \frac{3 \times 1}{3 \times 4}$$

كتابة الكسرين بدلالة (م.م.أ) وهو العدد ١٢.

$$\frac{8-}{12} = \frac{4-}{12} + \frac{3}{12}$$

استخدام قواعد جمع الأعداد الصحيحة.

مثال (٥)

جد ناتج ما يأتي في أبسط صورة ممكنة:

$$\frac{1}{5} - ٠,٩$$

الحل

نكتب العدد النسبي ٠,٩ على صورة $\frac{9}{10}$

$$\frac{1}{5} - \frac{9}{10}$$

إضافة معكوس المطروح.

$$\frac{1-}{5} + \frac{9}{10} =$$

كتابة الكسرين بدلالة (م.م.أ) ثم جمعهما.

$$\frac{2 \times 1-}{2 \times 5} + \frac{9}{10} =$$

$$\frac{2-}{10} + \frac{9}{10} =$$

$$\frac{7}{10} =$$

فكر وناقش



هل يمكن حلّ المثال السابق بطريقةٍ أخرى؟

مثال (٦)

جدّ ناتج:

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{4}$$

الحلّ

$$\begin{aligned} & \frac{20 \times 1 - 12 \times 2 - 15 \times 3}{20 \times 3} + \frac{12 \times 2 - 12 \times 5}{12 \times 5} + \frac{15 \times 3}{15 \times 4} \\ & \frac{20 - 24 - 45}{60} + \frac{24 - 60}{60} + \frac{45}{60} \\ & \frac{1}{60} = \end{aligned}$$

(م.م.أ) بين المقامات (٣، ٥، ٤) هو: ٦٠

جمع البسط في كل عدد نسبي.

الناتج في أبسط صورة ممكنة.

مثال (٧)

جدّ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

$$\frac{1}{3} - 3 \frac{1}{2} - 2,5$$

الحلّ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} - \frac{7}{2} - \frac{25}{10} \\ & \frac{10 \times 1 - 10 \times 7 - 3 \times 25}{10 \times 3} = \\ & \frac{10 - 70 - 75}{30} = \\ & \frac{4 - 40}{3} = \frac{40}{30} = \end{aligned}$$

ضع كل عدد نسبي على صورة كسر.

(م.م.أ) للمقامات هو (٣٠).

استخدام قواعد جمع الأعداد الصحيحة.

الناتج في أبسط صورة

تدريب

جدّ ناتج كلِّ ممّا يأتي في أبسط صورةٍ مُمكنةٍ:

$$\begin{array}{ll} (1) & 0,8 - 0,05 \\ (2) & \frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} - 6 \\ (3) & \frac{1}{3} - 1\frac{2}{5} - 6 \\ (4) & 2\frac{5}{6} - 8 \\ (5) & \frac{2}{5} + 1,5 - 0,4 \\ (6) & \frac{2}{66} + \frac{1}{11} + \frac{9}{2} \\ (7) & 2\frac{4}{5} + \frac{1}{5} - 1,5 \end{array}$$

نشاط (١)



املأ الجدول الآتي:

$= 0,5 + 0,3$	$= 0,3 + 0,5$
$= 0,6 - 0,2$	$= 0,2 + 0,6 -$
$= 0,9 + 0,8 -$	$= 0,8 - + 0,9$
$= 0,5 - + 0,1 -$	$= 0,1 - + 0,5 -$

ماذا تلاحظ؟

لا بُدَّ أنّك لاحظتَ من خلال ملء الجدول السابق أنّ عملية الجمع على الأعداد النسبية تبديلية.

خاصية التبديل: إذا كان أ ، ب عددين نسبين، فإنّ: أ + ب = ب + أ

ضع عددًا مناسبًا في في كُلِّ ممَّا يأتي:

$$\boxed{} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{3}{4} \quad (١)$$

$$\frac{6}{10} + \boxed{} = ٠,٨٨ + \frac{6}{10} \quad (٢)$$

$$\boxed{} + \boxed{} = ٣ \frac{3}{8} - + ٢ \frac{1}{4} \quad (٣)$$

نشاط (٢)



جد ناتج كُلِّ ممَّا يأتي:

$(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) + ١ \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} + (\frac{1}{2} + ١ \frac{1}{2})$
$(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} + (\frac{1}{4} + \frac{1}{2})$
$(\frac{2}{10} + \frac{1}{10}) + \frac{1}{5}$	$\frac{2}{10} + (\frac{1}{10} + \frac{1}{5})$

• ماذا تلاحظ؟

• اقترح اسمًا لهذه الخاصية.

الخاصية التجميعية:

إذا كان أ، ب، ج أعدادًا نسبية فإن: (أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)

ضع العدد المناسب في للحصول على عبارات صحيحة في ما يأتي:

$$\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{7} \right) + \boxed{} = \frac{3}{5} + \left(\frac{4}{7} + \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

$$\left(\boxed{} + \boxed{} \right) + 1\frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{4} + \boxed{} \right) + \frac{6}{9} = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{7} + \boxed{} \right) \quad (3)$$

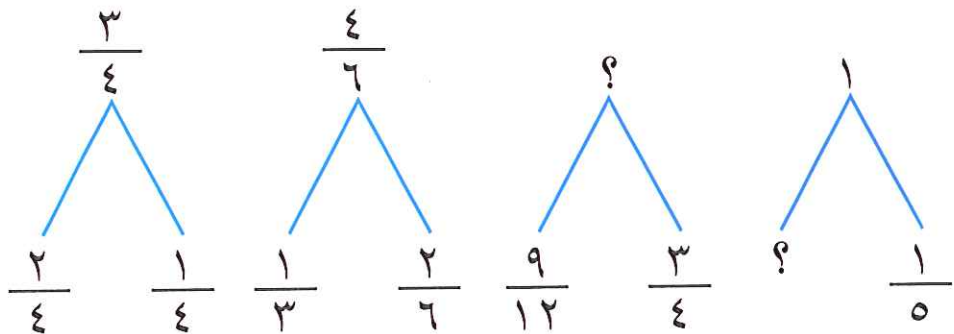
فكر وناقش



دون إجراء الحسابات، بين إذا كان الناتج: $0, \overline{9} + 0, \overline{12}$ ، أقل من، أو أكبر من 1، فسّر إجابتك.

تحذّر

اكتشف النمط لإيجاد قيمة المجهول في ما يأتي:



فكر وناقش



قالت ربي: إن $0, \overline{2} + 0, \overline{8}$ أكبر من واحد دون إجراء الحسابات، هل توافقها على ذلك؟ برّر إجابتك.

مع عبد الله $\frac{3}{4}$ دينارًا ، اشترى قميصًا ثمنه (١٥,٥) دينارًا، وحذاءً ثمنه (١٢,٥) دينارًا، كم دينارًا بقي معه؟

الحل

أفهم : مع عبد الله $\frac{3}{4}$ دينارًا ، اشترى قميصًا ثمنه ١٥,٥ دينارًا، وحذاءً ثمنه ١٢,٥ دينارًا.

أخطئ : أجمع أثمان المشتريات، ثم أطرحها من المبلغ الكلي الذي مع عبد الله.
أنفذ : $١٥,٥ + ١٢,٥ = ٢٨$ دينارًا قيمة المشتريات.

$$\frac{3}{4} \times ٣٥ - ٢٨ = ٧ \frac{3}{4} \text{ دينارًا بقي مع عبد الله.}$$

أتحقق : أجمع قيمة المشتريات، وأضيفها للمبلغ المتبقي مع عبد الله.

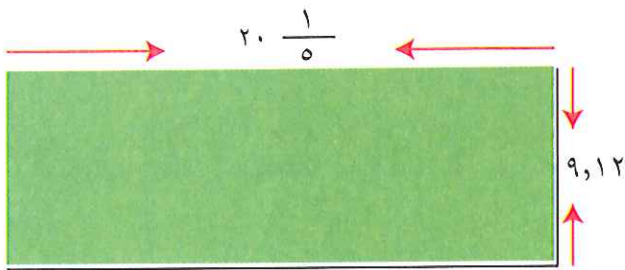
$$٢٨ + ٧ \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times ٣٥ \quad \text{إذن: الحل صحيح.}$$

(١) جد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة ممكنة:

(أ) $1 \frac{1}{17} - \frac{8}{17}$ (ب) $\frac{3}{5} + 1 \frac{1}{4} -$
(ج) $\frac{7}{3} - \frac{5}{9} -$ (د) $6 \frac{1}{2} - 8 \frac{1}{7} -$

(٢) جد ناتج كل مما يأتي، ثم حدّد أقرب عدد صحيح للناتج:

(أ) $5 \frac{1}{3} + 9 -$ (ب) $\frac{3}{4} + 0,25$
(ج) $\frac{2}{7} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$ (د) $0,3 + 6 \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$
(هـ) $\frac{3}{5} - \frac{4}{3} + 1,55$



(٣) حديقة مستطيلة الشكل، أبعادها بالأمتار كما في الشكل المجاور، يُراد إحاطتها بسياج، ما طول السياج بالأمتار؟

(٤) ضع العدد المناسب في للحصول على عبارة صحيحة في كل مما يأتي:

(أ) $(\frac{1}{4} + \text{}) + \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + (\frac{8}{9} + \frac{2}{7})$
(ب) $\frac{6}{10} + 0,5 = \text{} + \frac{6}{10}$

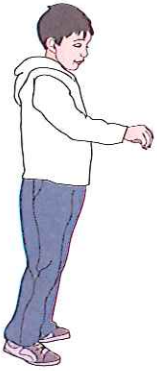
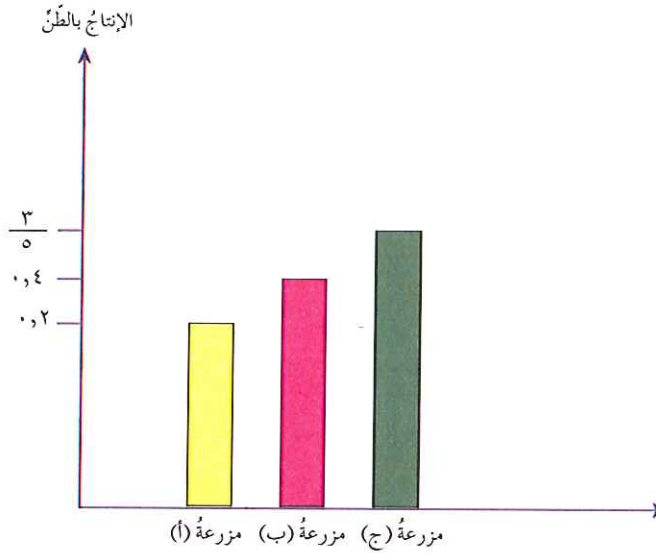
(٥) تحتاج سعاد إلى $\frac{3}{4}$ ساعة لإنجاز واجباتها المدرسية، و(١,٢) ساعة لمساعدة

والدتها في أعمال المنزل، و $\frac{1}{3}$ ساعة لقراءة إحدى القصص، ما الفترة الزمنية الكلية

التي تحتاجها لإنجاز هذه الأعمال؟

٦) معتمداً الشكل الآتي، الذي يبين إنتاج ثلاث مزارع للزيتون (بالطن)، أجب عما يأتي:

- أ) ما هي المزرعة ذات الإنتاج الأقل؟
 ب) كم يزيد إنتاج المزرعة (ج) عن إنتاج المزرعة (أ)؟
 ج) قارن بين مجموع إنتاج المزرعتين (أ) و (ب)، وإنتاج المزرعة (ج).



- ٧) مع حسان مبلغ من المال ، أعطى نصفه لأخيه، و (٠,٢٥) منه لصديقه، فبقي معه (٥٠) ديناراً، ما المبلغ الذي كان معه؟
 ٨) إذا أكل سعيد $\frac{3}{4}$ شطيرة، ثم أكل شطيرة أخرى لها نفس الحجم، فكم أكل من الشطيرتين، وما الكمية المتبقية؟
 ٩) جد ٣ أرقام للمقام حتى تجعل الجملة الآتية صحيحة:

$$\frac{3}{?} = \frac{3}{?} - \frac{3}{?}$$

هل توجد حلول أخرى؟ فسّر إجابتك.

١٠) حل المسألة الواردة بداية الدرس.

النتائج

- تضرب الأعداد النسبية وتقسّمها.



قدّم مسؤول أحد المقاصف المدرسية استفتاءً حول نوع الفطائر التي يفضلها الطلبة، فتيّبن أنّ نصفهم يفضلون فطائر الجبنة، و(٢٥، ٠) منهم يفضلونها بالجبنة الصفراء، ما نسبة الطلبة الذين يفضلون فطائر الجبنة الصفراء إلى طلبة المدرسة؟

لاحظ إمكانية كتابة العدد النسبي (٢٥، ٠) على صورة كسرٍ هو: $\frac{25}{100}$ ، ويساوي: $\frac{1}{4}$ بأبسط صورة، أي أنّ نسبة الطلبة الذين يفضلون فطائر الجبنة الصفراء إلى طلبة المدرسة تساوي: $(\frac{1}{4} - \frac{1}{4})$ ، ويُعبّر عنها بـ $(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4})$ وتساوي $\frac{1}{8}$

تذكّر:

لضرب كسرين فإننا نضرب بسط العدد الأول في بسط العدد الثاني، ونضرب مقام العدد الأول في مقام العدد الثاني، وبالرموز:

$$\frac{أ \times ج}{ب \times د} = \frac{ج}{د} \times \frac{أ}{ب}$$

لإيجاد ناتج ضرب عددين نسيبين نضع العددين على صورة كسرٍ ثمّ نستخدم قواعد ضرب الكسور، والأعداد الصحيحة، كذلك يمكن تحويل الأعداد النسبية على صورة أعداد عشرية ثمّ إيجاد ناتج الضرب.

مثال (١)

جدّ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

$$-\frac{5}{7} \times \frac{21}{25}$$

الحلّ

$$-\frac{5}{7} \times \frac{21}{25} =$$

$$-\frac{5}{7} \times \frac{21}{25} =$$

$$-\frac{3}{5} =$$

وضّع إشارة السالب للبسط.

اختصار المقدار قبل الضرب للتبسيط.

ع. م. أ بين (٥) و (٢٥) هو (٥).

ع. م. أ بين (٧) و (٢١) هو ٧.

الناتج في أبسط صورة.

فكّر وناقش



• هل يمكن حلّ المثال السابق بطريقة أخرى؟

• ما معنى أن يكون الكسر في أبسط صورة؟

مثال (٢)

جدّ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

$$-\frac{5}{10} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times 2$$

الحلّ

$$-\frac{5}{10} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times 2$$

وضّع كل عدد نسبي على صورة كسر.

الاختصار بين بسط ومقام.

$$\frac{11}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{10} =$$

$$\frac{11}{10} =$$

النتيجة في أبسط صورة.

هل يمكن حل المثال السابق بطريقة أخرى؟

لاحظ أنه يمكن تحويل الأعداد النسبية في المثال (٢) إلى كسور عشرية، ثم إجراء عملية الضرب كما تعلمت في الصف السادس على النحو الآتي:



$$0,5 \times 0,8 \times 2,75 = 1,1 \quad (\text{تحقق باستخدام الآلة الحاسبة})$$

تدريب ١

جد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$(٢) \quad 0,2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$$

$$(١) \quad \frac{125}{32} \times \frac{4}{5}$$

$$(٤) \quad 10 \times \frac{100}{225} \times 1,5$$

$$(٣) \quad \frac{1}{26} \times \frac{13}{14} \times 7$$

$$(٥) \quad \frac{1}{3} \times \left(2 \frac{1}{5} + 3 \frac{4}{5} \right)$$

تدريب ٢

أجب عن الأسئلة الآتية:

- (١) اكتب كسرًا وعددًا صحيحًا يكون حاصل ضربهما عددًا صحيحًا.
- (٢) اكتب كسرًا وعددًا صحيحًا يكون حاصل ضربهما أقل من $\frac{1}{4}$.
- (٣) اكتب كسرًا وعددًا صحيحًا يكون حاصل ضربهما أكبر من العدد ١.



املأ الجدول الآتي:

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ <p>..... = الناتج</p>	$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2}$ <p>..... = الناتج</p>
$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{3}$ <p>..... = الناتج</p>	$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \times \frac{1}{3}$ <p>..... = الناتج</p>
$\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ <p>..... = الناتج</p>	$\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{5}$ <p>..... = الناتج</p>

ماذا تلاحظ؟

لا بد أنك لاحظت أن الناتج في العمود الأول يساوي نظيره في العمود الثاني، أي أنه يمكن توزيع عملية الضرب على الجمع للأعداد النسبية، وتسمى هذه الخاصية (خاصية التوزيع).

خاصية التوزيع: إذا كانت أ، ب، ج أعداداً نسبية فإن:

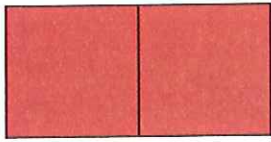
$$أ \times (ب + ج) = أ \times ب + أ \times ج$$

تدريب ٣

ضع العدد المناسب في للحصول على عبارة صحيحة في كل مما يأتي:

$$\frac{2}{9} \times \boxed{} + \boxed{} \times \frac{3}{7} = \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{5}\right) \times \frac{3}{7} \quad (١)$$

$$\boxed{} \times \boxed{} + \boxed{} \times \boxed{} = \left(3\frac{5}{8} + 1\frac{2}{7}\right) \times \frac{4}{9} \quad (٢)$$

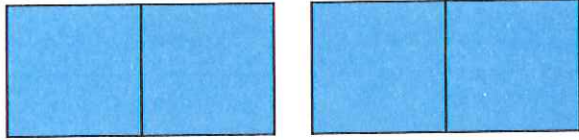


شكل (١)

أجب عما يأتي مستعينًا بالشكل (١) والشكل (٢):

(١) في الشكل (١) كم $\frac{1}{2}$ في الـ ١ ؟

(٢) في الشكل (٢) كم $\frac{1}{2}$ في الـ ٢ ؟



شكل (٢)

(٣) اشرح كيف تُستخدمُ قسمةُ الكسور

للإجابة على الفرعين السابقين.

لقسمة الأعداد النسبية نستخدمُ قواعدَ قسمةِ الكسور، وقواعدَ قسمةِ الأعداد الصحيحة.

تذكر:

لقسمة كسرٍ على كسرٍ نضربُ الكسرَ الأولَ في مقلوبِ الكسرِ الثاني.

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ج} \text{ حيث } ج, د, ب \neq ٠$$

مثال (٣)

جد ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

$$٢ - \frac{١}{٤} \div ٢ -$$

الحل

$$٢ - \frac{٩}{٤} \div ٢ -$$

$$= ٢ - \times \frac{٤}{٩}$$

$$= \frac{٨}{٩}$$

تحويل العدد الكسري إلى كسرٍ عادي.

تحويل القسمة إلى ضرب، وقلب الكسر الثاني.

الناتج في أبسط صورة.

جدّ ناتج كلّ ممّا يأتي في أبسط صورة:

$$(2) \quad 2 \frac{1}{5} \div 0,2$$

$$(1) \quad 3 \frac{6}{10} - \div 2 \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad \frac{1}{4} - \div (2 \frac{1}{4} + 4 \frac{1}{2})$$

$$(3) \quad \frac{1}{3} \times (1 \frac{1}{2} \div 4 -)$$

فكّر وناقش



- هل يمكن إيجاد ناتج $0,3 \times 0,3 \div 0,3$ ؟ وضّح ذلك.
- ما ناتج: $0,16 \div \frac{1}{4}$ ؟
- اكتب عددين نسبيين يكون مجموعهما عددًا دوريًا غير مُنتهٍ.

(١) جد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

(ب) $\frac{1}{10} \div (2 \frac{1}{5} + 1 \frac{1}{4})$

(أ) $\frac{21}{25} - \frac{5}{7} \times$

(د) $\frac{1}{16} \times (1 \frac{1}{2} - \frac{1}{10})$

(ج) $\frac{1}{3} \times (1 \frac{1}{2} \div 9 -)$

(و) $\frac{1}{40} \div 0,02 \times 5 - + 2$

(هـ) $7 + (\frac{1}{9} \div 0,1)$

(٢) ضع العملية (+، -، ×، ÷) المناسبة في للحصول على عبارة صحيحة

في ما يأتي:

$2 = 0,25 \quad \square \quad \frac{1}{2} \quad \square \quad (1 \frac{1}{2} \quad \square \quad \frac{1}{2} -)$

(٣) ضع العدد المناسب في للحصول على عبارات صحيحة في ما يأتي:

(أ) $\square \times \frac{3}{8} + \square \times \frac{3}{8} = (\frac{4}{9} + \frac{1}{7}) \times \frac{3}{8}$

(ب) $\frac{3-}{7} \times \square + \frac{1}{12} \times \square = (\frac{3-}{7} + \frac{1}{12}) \times \frac{2-}{5}$

(ج) $\frac{7}{6} \times \square + \frac{3}{4} \times \square = (\square + \square) \times \frac{5}{7}$

(٤) وعاء مملوء بالماء، سعته (٢٥٦) لتراً، إذا تمّ تفريغ $(\frac{1}{4})$ كمية الماء منه، ما كمية

الماء المتبقية فيه؟

٥) إذا كان $(\frac{1}{2} \text{ الـ } \frac{1}{4})$ لعددٍ ما يساوي (٢٠) ، فما قيمة ذلك العدد؟

٦) فرّغ أحد المصانع $(٦٢,٥)$ لترًا من العصير في عبوات، سعة كل منها $(\frac{٥}{١٠})$ لتر،

ما عدد العبوات؟

٧) حلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

فكّر وناقش



إذا كان إنتاج أحد المصانع من قطع الحلوى (٢٠٠٠) قطعة، وتمّ تحميل $(\frac{٢}{٥})$ الكمية

في إحدى الشاحنات. فهل عدد القطع التي تمّ تحميلها (٦٠٠) قطعة؟ برّر إجابتك.

(١) أيُّ الأعدادِ الآتيةِ هو عددٌ نسبيٌّ، معَ ذكرِ السببِ:

$$\frac{5}{10}, 100, 0,79, 0,8, 12,33, 2-$$

(٢) ضَعُ عددًا مناسبًا في الفراغِ للحصولِ على عبارةٍ صحيحةٍ في ما يأتي:

$$أ) (\quad) = | 0,6 - 0,4 | \dots\dots\dots$$

$$ب) 1 = \dots \times \left| \frac{3}{4} \right| - \dots$$

$$ج) -2,25 + \dots = \text{صفر}$$

$$د) (\quad) - \left| 1 \frac{1}{3} \right| \times \dots = 1 - \dots$$

(٣) مثِّل الأعدادَ النسبيَّةَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

$$\frac{4-}{7}, 2, 1, 2-, 1 \frac{1}{3}, 1 \frac{1}{2}$$

(٤) رتِّبِ الأعدادَ النسبيَّةَ الآتيةَ تصاعديًّا:

$$أ) \frac{2-}{9}, \frac{2-}{7}, \frac{2-}{13}, \frac{2-}{11}$$

$$ب) 1 \frac{1}{2}, 1,25, 1 \frac{1}{4} -, 1,025-$$

(٥) اكتبِ الأعدادَ النسبيَّةَ الآتيةَ على صورةٍ $\frac{أ}{ب}$:

$$ج) 123\overline{}$$

$$ب) 0,36\overline{5}$$

$$أ) 1,24\overline{}$$

(٦) جد ناتج كل ممّا يأتي في أبسط صورة:

أ) $\frac{1}{54} \div (2 \frac{1}{9} + 1 \frac{1}{3})$

ب) $\frac{8}{5} \times (1 \frac{1}{6} + \frac{1}{4} -)$

ج) $2 - \frac{3}{8} \times (1 \frac{1}{2} \div 12 -)$

(٧) ضع العدد المناسب في للحصول على عبارات صحيحة في ما يأتي:

أ) $\frac{2}{15} \times \text{} + \frac{1}{11} \times \text{} = (\text{} + \text{}) \times \frac{3}{9}$

ب) $(\frac{1}{4} + \text{}) + \frac{4}{9} = \frac{1}{4} + (\frac{3}{5} + \frac{4}{9})$

(٨) في أحد سباقات الوثب الطويل، كانت المسافات المقطوعة بالمتّر من قبل ثلاثة متسابقين كما يأتي:

$\frac{6}{100}$ ، ٦,٥٥ ، $\frac{650}{100}$ ، ما المسافة التي قطعها الفائز الأوّل؟

(٩) إذا كان دخل إحدى العائلات ١٠٠٠ دينار شهريًا،

وتنفق $\frac{1}{4}$ الدخل على الطعام والشراب، و ٠,٢٥ من

الدخل على الفواتير، والملابس، والمستلزمات الأخرى،

والباقى تدخره، كم دينارًا تدخر العائلة؟



(١) يتكوّن هذا السؤال من ٥ فقراتٍ من نوع الاختيار من متعدد، لكلِّ فقرةٍ ٤ بدائلٍ واحدٍ فقط منها صحيح، ضَع دائرةً حولَ رمزِ البديلِ الصَّحيحِ في ما يأتي:

(١) معكوسُ العددِ النسبيِّ $\frac{3}{5}$ هو:

أ ($\frac{5}{3}$) ب ($\frac{3}{5}$) ج ($\frac{5}{-3}$) د ($\frac{3}{-5}$)

(٢) ما ناتج $-|٠,٣| + |-٠,٢|$ ؟

أ ($-٠,١$) ب ($٠,٥$) ج ($-٠,٥$) د ($٠,١$)

(٣) مقلوبُ العددِ النسبيِّ $\frac{2}{7}$ هو:

أ ($\frac{7}{2}$) ب ($-\frac{2}{7}$) ج ($\frac{9}{7}$) د ($\frac{7}{9}$)

(٤) العددُ النسبيُّ الأكبرُ في الأعدادِ التالية: $٠,٥$ ، $\frac{6}{1٠٠}$ ، $\frac{5}{1٠٠}$ ، $٠,٠٠٦$ هو:

أ ($\frac{5}{1٠٠}$) ب ($\frac{6}{1٠٠}$) ج ($٠,٥$) د ($٠,٠٠٦$)

(٥) ما ناتج $\frac{7}{9} \times \frac{9}{7} + ٠,٥ \times \frac{1}{5}$ ؟

أ (١) ب (١-) ج (صفر) د (٢-)

(٢) جدّ ناتج كلِّ مما يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ ($(\frac{1}{2} - ١ \frac{1}{4}) \div \frac{1}{8}$)

ب ($(٨ - \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}) \times \frac{1}{8} - ٢$)

ج ($(-\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - ١) \times \frac{6}{1٠}$)

$$\left(\frac{1}{4} + \boxed{}\right) + \boxed{} = \frac{1}{4} + \left(\frac{8}{9} + \frac{2}{7}\right) \quad (\text{أ})$$

$$\frac{3}{7} \times \boxed{} + \frac{1}{4} \times \boxed{} = (\boxed{} + \boxed{}) \times \frac{2}{15} \quad (\text{ب})$$

(٤) اشترى أحمدُ جهازَ حاسوبٍ ثمنه (٣٠٠) دينارٍ بالتقسيط، قيمةُ القسطِ $\left(\frac{1}{4} \times 90\right)$

دينارًا، إذا دفعَ قيمةَ ثلاثةِ أقساطٍ، كم دينارًا بقيَ لتسديدِ ثمنِ الجهازِ؟

(٥) إذا كانت كميةُ البنزينِ في خزانِ الوقودِ في إحدى السياراتِ (٢٢,٨٥) لترًا ،

واستهلكتِ السيارةُ في اليومِ الأوّلِ (٨,٥٥) لترًا، وفي اليومِ الثاني عددًا من

التراتِ، فبقيَ في الخزانِ $\left(6 \frac{8}{10}\right)$ لترًا ، كم لترًا من البنزينِ تمَّ استهلاكه في اليومِ

الثاني؟

الوحدة الثانية التناسب



تواجهنا في حياتنا مواقف تحتاج إلى فهم وحلّ، مثل توزيع الميراث والتّركات، ومعرفة نسبة الرّبح، ونسب تصغير الأشكال وتكبيرها، ونقل الأشكال من الموقع على الورق، ورسم الخرائط، ويمكن حلّ مثل هذه المواقف الحياتيّة، والتعبير عنها باستخدام التّناسب.



يتوقّع من الطالب في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- استخدام النّسب المتكافئة في كتابة التناسبات.
- تعرّف قوانين التّناسب واستخدامها في مواقف مناسبة.
- تعرّف التّناسب الطرديّ وحلّه.
- تعرّف التّناسب العكسيّ وحلّه.
- حلّ مسائل متعددة الخطوات على التّناسب باستخدام: مقياس الرّسم، والتقسيم التّناسبيّ، والرّبح البسيط.

النتائج

- تستخدم النسب المتكافئة في كتابة التناسبات.
- تحلُّ التناسب.

أراد طلاب الصف السابع طلاء جدار غرفة، فخلطوا اللونين: الأصفر والأزرق للحصول على اللون الأخضر، حيث تكون نسبة اللون الأصفر إلى اللون الأزرق كنسبة ٢ : ٣

ولكن كمية الطلاء لا تكفي، وهم بحاجة إلى كمية إضافية.
فأي العبوات الآتية هي الأنسب ؟



لاحظ أن $\frac{3}{2}$ ، $\frac{9}{6}$ هي نسب متكافئة؟ لماذا؟

أي أن: $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

تذكّر:

تكتب النسبة أ : ب بطريقة أخرى وهي $\frac{أ}{ب}$ ويُسمى كلا العددين: أ، ب حدّي النسبة، ويُسمى العدد أ مقدّم النسبة، والعدد ب تاليها.

وعندما تتساوى نسبتان ينشأ لدينا ما يُسمَّى (تناسبًا).
سؤال: كيف يمكن الحصول على نسب متكافئة؟

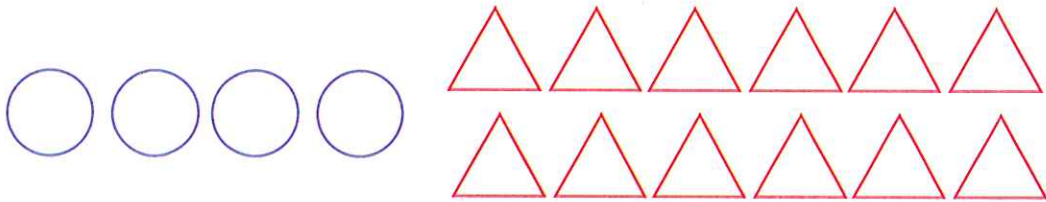
التناسب: هو تساوي نسبتين أو أكثر.

فالنسبتان $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ تُشكّلان تناسبًا، ويمكن كتابتهما $2:3 = 6:9$

وَيُسمَّى العددان ٢، ٣ طرفي التناسب،
والعددان ٩، ٦ وسطَي التناسب.

مثال (١)

جدّ تناسبًا بين أعداد الأشكال الآتية:

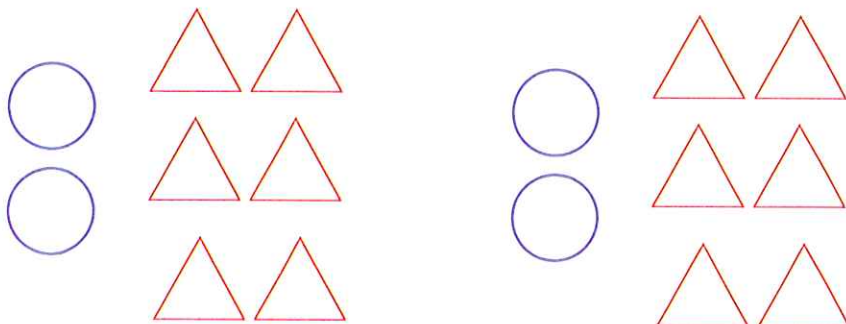


الحلّ

اكتب نسبة عدد المثلثات إلى عدد الدوائر.

$$\frac{\text{عدد المثلثات}}{\text{عدد الدوائر}} = \frac{12}{4}$$

قم بتوزيع المثلثات والدوائر إلى مجموعتين متساويتين.



اكتب نسبة عدد المثلثات إلى عدد الدوائر في كل مجموعة.

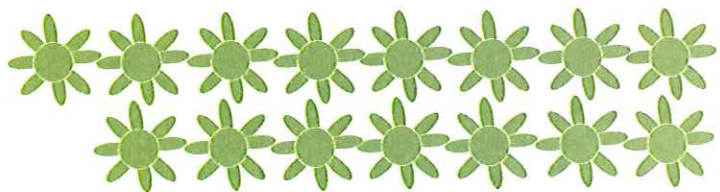
$$\frac{\text{عدد المثلثات في كل مجموعة}}{\text{عدد الدوائر في كل مجموعة}} = \frac{6}{2}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{12}{4} \text{ تُشكّل تناسبًا.}$$

هل يمكن إيجاد تناسب آخر بين أعداد الأشكال في المثال السابق؟

تدريب ١

جد تناسبًا بين أعداد الأشكال الآتية:



نشاط (١)



املأ الجدول الآتي، ثم أجب عن الأسئلة التي تليه:

النتاسب	حاصل ضرب الطرفين	حاصل ضرب الوسطين
$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$	$16 = 4 \times 4$	$16 = 2 \times 8$
$\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$		
$\frac{9}{10} = \frac{3}{5}$		
$\frac{2}{1} = \frac{14}{7}$		

ماذا تلاحظ؟

قاعدة الضرب التبادلي

- لأي تناسب مثل $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ يكون $أ \times د = ب \times ج$
- لأي عددين نسبيين إذا كان حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوَسْطَيْن، فإن النسبتين تُشكّلان تناسبًا.

مثال (٢)

هل تُشكّل النسبتان $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٤}{١٤}$ تناسبًا ، ولماذا؟

الحل

باستخدام قاعدة الضرب التبادلي:

$$\frac{٤}{١٤} \neq \frac{٧}{٨}$$

لاحظ أن $٤ \times ٨ \neq ١٤ \times ٧$

أي أن النسبتين لا تُشكّلان تناسبًا؛ لأن حاصل ضرب الطرفين لا يساوي حاصل ضرب الوَسْطَيْن.

تدريب ٢

أي أزواج النسب الآتية تُشكّل تناسبًا، ولماذا؟

$$(٣) \frac{٩}{١١} ، \frac{٨}{٥}$$

$$(٢) \frac{٤}{٨} ، \frac{٦}{١٢}$$

$$(١) \frac{٣}{٥} ، \frac{١٥}{٢٥}$$



أعطِ أمثلةً على نسبٍ تُشكّل تناسبًا فيما بينها بالتعاونِ مع زميلك.

يُمكن استخدام قاعدة الضرب التبادليّ لحلّ التناسبات كما في المثال الآتي:

مثال (٣)

حلّ التناسب الآتي:

$$\frac{3}{4} = \frac{s}{16} \text{ وتحقق من صحة الحل.}$$

الحلّ

كتابة التناسب

استخدام قاعدة الضرب التبادليّ

$$\frac{3}{4} = \frac{s}{16}$$

$$\frac{3}{4} \times 16 = \frac{s}{4} \times 16$$

$$16 \times 3 = s \times 4$$

$$48 = s \times 4$$

$$\frac{48}{4} = \frac{s \times 4}{4}$$

قسمة طرفي المعادلة على ٤

$$s = 12$$

إيجاد قيمة العدد المجهول يُسمّى حلّ التناسب

$$\text{تحقق من صحة الحل } \frac{3}{4} = \frac{4 \div 12}{4 \div 16} \text{ في أبسط صورة.}$$

فكر وناقش



هل يُمكن إيجاد قيمة s في المثال السابق بطريقةٍ أخرى؟

حلّ كلاً من التناسبات الآتية بأكثر من طريقة:

$$(1) \frac{12}{28} = \frac{6}{ص} \quad (2) \frac{15}{50} = \frac{س}{10} \quad (3) ١٥ : ٢١ = ٥ : ل$$

قطعتنا أرض، الأولى مساحتها ١٤ دونماً، والأخرى مجهولة المساحة، إذا علمت أن النسبة بين مساحتهما كنسبة ٥ : ٧، فما مساحة القطعة المجهولة بالدونمات؟

أوجد قيمة س، ص في التناسب $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ ، حيث حاصل ضرب الطرفين يساوي ١٢.

اسأل نفسك



لحلّ التدريب (٥)، نتبع الخطوات الآتية:

الفهم : ما الحقيقة التي أعرفها ؟

الخطوة : ما المعادلة التي يمكن أن أكتبها ؟

الحل : هل قمت بالضرب التبادلي؟ هل قمت بحلّ المعادلة؟

التحقق : هل تأكدت أن الحل صحيح؟

فكر وناقش

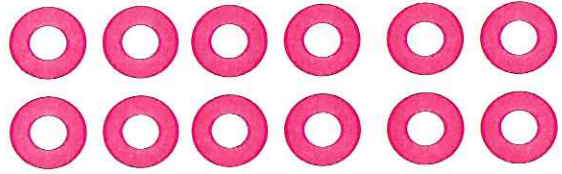
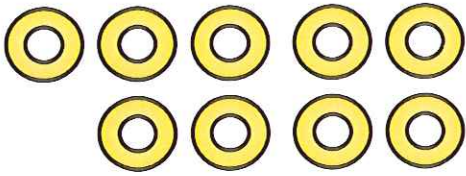


اكتشف الخطأ في ما يأتي ثم اكتب الصواب لإيجاد قيمة س:

$$\frac{س}{١٢} = \frac{٢}{٣}$$

$$٢س = ٣٦ \text{ ومنها: } س = ١٨$$

(١) اكتب تناسبًا بين أعداد الأشكال الآتية:



(٢) أي أزواج النسب الآتية تشكّل تناسبًا، ولماذا؟

(ج) $\frac{1}{5}$ ، $\frac{9}{45}$

(ب) $\frac{30}{7}$ ، $\frac{60}{34}$

(أ) $\frac{8}{5}$ ، $\frac{16}{9}$

(٣) حلّ التناسبات الآتية:

(ب) $\frac{12}{9} = \frac{س}{3}$

(أ) $٥ : ٧ = ٧ : س$

(د) $٦ : ١٤ = س : ٧$

(ج) $١٥ : ٥ = ٩ : س$

(٤) تحتاج سيارة إلى ١٢ لترًا من البنزين لقطع مسافة ١٨٠ كيلومترًا. كم لترًا من البنزين تحتاج هذه السيارة لقطع مسافة ٢٤٠ كيلومترًا؟

(٥) لعمل سلطة الفواكه نحتاج كوبين من الموز لكل ثلاثة أكواب من التفاح. إذا استخدمت منار ٩ أكواب من التفاح لعمل سلطة الفواكه، فكم كوبًا من الموز تحتاج؟

(٦) إذا كان طول ناصر يساوي $\frac{٥}{٦}$ طول إبراهيم، وطول إبراهيم ١٣٢ سم، فما طول ناصر؟

(٧) نسبة عمر سعيد إلى عمر والده ٩:٢، فإذا كان عمر والده ٢٧ سنة فكم عمر سعيد؟

(٨) تُنتج آلة ٢٤٠ مترًا من القماش في أربع ساعات، فكم مترًا من القماش تُنتج في ست ساعات؟

التجارب

• تتعرف بعض قوانين التناسب.

إذا علمت أن $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ فأجب عن كل مما يأتي:

- (١) هل مقلوب النسبتين في التناسب يُشكّل تناسبًا جديدًا؟ برّر إجابتك.
- (٢) هل تبديل موقعي الوَسْطَيْن يُشكّل تناسبًا جديدًا؟ برّر إجابتك.
- (٣) هل تبديل موقعي الطرفين يُشكّل تناسبًا جديدًا؟ برّر إجابتك.
- (٤) هل جمع تالي النسبة إلى مُقدّمها مع ثبات تالي النسبة يُشكّل تناسبًا جديدًا؟ برّر إجابتك.
- (٥) هل طرح تالي النسبة من مُقدّمها مع ثبات تالي النسبة يُشكّل تناسبًا جديدًا؟ برّر إجابتك.

فكر وناقش



هل يمكن إيجاد تناسب جديد من النسبتين $\frac{3}{4}$ ، $\frac{6}{8}$ بطرق أخرى؟ بينها.

مثال (١)

اكتب أكثر من تناسبٍ للنسبتين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{6}$.

الحل

يمكن إيجاد أكثر من تناسبٍ كما يأتي:

(١) مقلوب النسبتين:

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ :التناسب هو:}$$

(٢) تبديل موقع الطرفين :

$$\frac{٤}{٢} = \frac{٦}{٣}$$

(٣) تبديل موقع الوسيطين :

$$\frac{٣}{٦} = \frac{٢}{٤}$$

(٤) جمع تالي النسبة الى مُقدّمها مع ثبات تالي النسبة :

$$\frac{١٠}{٦} = \frac{٥}{٣}$$

(٥) طرح تالي النسبة من مُقدّمها مع ثبات تالي النسبة :

$$\frac{٢-}{٦} = \frac{١-}{٣}$$

قوانين التناسب :

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ فإن :

$$(١) \frac{د}{ج} = \frac{ب}{أ}$$

$$(٢) \frac{ب}{د} = \frac{أ}{ج}$$

$$(٣) \frac{ج}{أ} = \frac{د}{ب}$$

$$(٤) \frac{ج+د}{د} = \frac{أ+ب}{ب}$$

$$(٥) \frac{أ-ج}{د} = \frac{ب-}{ب}$$

مثال (٢)

$$\text{حلّ التناسب: } \frac{٩}{٨} = \frac{٣٦}{س}$$

طريقة (١) : يُمكن استخدامُ قوانينِ التَّناسبِ .

$$\frac{8}{9} = \frac{س}{36}$$

$$\frac{36}{9} = \frac{س}{8}$$

$$4 = \frac{س}{8}$$

$$32 = 4 \times 8 = س$$

مقلوبُ النسبتين

تبديلُ موقعي الوسطين

الضربُ التبادليُّ

طريقة (٢) : باستخدامِ الضربِ التبادليِّ .

$$\frac{8}{9} = \frac{36}{س}$$

$$8 \times 36 = 9 \times س$$

$$\frac{8 \times 36}{9} = \frac{9 \times س}{9}$$

$$32 = س$$

طريقة (٣) : باستخدامِ الكسورِ المتكافئةِ .

$$\frac{8 \times 9}{8 \times 8} = \frac{36}{س}$$

$$32 = س$$

فكر وناقش



كيف تتحققُ من صحّةِ الحلِّ في المثالِ (٢)؟

جد قيمة س في التناسب $\frac{1}{س} = \frac{٧}{٢١}$ ، ثم تحقق من صحة الحل.

مثال (٣)

إذا كان $\frac{ص + س}{س} = \frac{٧}{٢}$ ، جد قيمة $\frac{ص}{س}$.

الحل

$$\frac{ص + س - س}{س} = \frac{٢ - ٧}{٢}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٥}{٢}$$

ضع عددًا مناسبًا في للحصول على تناسب في كل مما يأتي:

(١) إذا كان $\frac{٣}{٢} = \frac{٦}{٤}$ ؛ فإن: $\frac{1}{٢} = \frac{\text{input}}{٤}$

(٢) إذا كان $\frac{1}{٤} = \frac{٣}{١٢}$ ؛ فإن: $\frac{١٥}{١٢} = \frac{\text{input}}{٤}$

(٣) إذا كان $\frac{١١}{٢} = \frac{٢٢}{٤}$ ؛ فإن: $\frac{9}{٢} = \frac{\text{input}}{٤}$

فكر وناقش



اكتشف الخطأ واكتب الصواب في ما يأتي:

إذا كان $\frac{٢}{٥} = \frac{٦}{١٥}$ فإن: $\frac{٧}{٥} = \frac{٩}{١٥}$

(١) ضع عددًا مناسبًا في \square للحصول على تناسب في كلِّ ممَّا يأتي:

أ (إذا كان $\frac{2}{6} = \frac{5}{15}$ ؛ فإنَّ: $\frac{6}{2} = \frac{15}{\square}$)

ب (إذا كان $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$ ؛ فإنَّ $\frac{\square}{21} = \frac{1}{7}$)

ج (إذا كان $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$ ؛ فإنَّ $\frac{2+5}{\square} = \frac{\square+10}{4}$)

(٢) حلِّ التَّناسباتِ الآتية، ثُمَّ تَحَقَّقْ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ:

أ ($\frac{س}{30} = \frac{14}{5}$)

ب ($\frac{5}{20} = \frac{ص+8}{8}$)

ج ($\frac{3}{5} = \frac{3+س}{20}$)

(٣) إذا كان $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ فاكتب أربعة تناسباتٍ مختلفةٍ مُشتقةٍ من هذا التناسبِ باستخدامِ قوانينِ التَّناسبِ.

(٤) يريدُ أحدُ الطباخينِ صُنْعَ خلطةٍ خاصةٍ للسلطة، وهذا يتطلبُ منه وضعَ ملعقتينِ من عصيرِ الليمونِ، و ٦ ملاعقٍ من زيتِ الزيتونِ، إذا أرادَ الطَّبَّاحُ صُنْعَ كميةٍ كبيرةٍ من الخلطةِ مستخدمًا ٣ أكوابٍ من الزيتِ. فكمِ ملعقةً يحتاجُ الطَّبَّاحُ من عصيرِ الليمونِ؟ إذا كان كلُّ كوبٍ يحتوي على ١٦ ملعقةً.

النتائج

- تتعرفُ التناسبَ الطرديَّ.
- تحلُّ مسائلَ باستخدامِ التناسبِ الطرديِّ.

الجدولُ الآتي يُمثِّلُ العلاقةَ بينَ عددِ أمتارٍ إحدى الأقمشةِ وثمانها:



عددُ الأمتارِ (س)	٢	٤	٧	١٥
الثمانُ (ص)	٦	١٢	٢١	٤٥

تأمل الجدولَ أعلاه ماذا تلاحظُ؟

لا بدَّ أنك لاحظتَ أنَّ ثمنَ القماشِ يزدادُ بازديادِ عددِ الأمتارِ، فإذا زادَ عددُ الأمتارِ زادَ ثمنُ القماشِ، وإذا قلَّ عددُ الأمتارِ قلَّ ثمنُ القماشِ.
ونقولُ في مثلِ هذهِ الحالةِ: إنَّ ثمنَ القماشِ **يتناسبُ طرديًّا** معَ عددِ الأمتارِ.
لو حَسَبْتَ نسبةَ ثمنِ الأمتارِ (ص) إلى عددِ الأمتارِ (س)، وجدتَ أنَّ:

$$\frac{٣}{١} = \frac{٦}{٢} \quad \text{النسبةُ في العمودِ الأوَّلِ:}$$

$$\frac{٣}{١} = \frac{١٢}{٤} \quad \text{والنسبةُ في العمودِ الثاني:}$$

$$\frac{٣}{١} = \frac{٢١}{٧} \quad \text{والنسبةُ في العمودِ الثالث:}$$

$$\frac{٣}{١} = \frac{٤٥}{١٥} \quad \text{والنسبةُ في العمودِ الرابع:}$$

$$\text{أيُّ أنَّ: } \left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right) = \frac{٣}{١} \quad \text{مقدارًا ثابتًا.}$$



هل نسبة عدد الأمتار (س) إلى ثمن القماش (ص) في الجدول السابق مقداراً ثابتاً؟

إذا كانت نسبة (ص) إلى (س) تساوي مقداراً ثابتاً،
فإن ص، س متناسبان طردياً. أي أن: (ص) متناسبة طردياً مع (س)، و (س)
متناسبة طردياً مع (ص)، وتكتب على صورة $\frac{ص}{س} = ث$
ويسمى ث : (ثابت التناسب).

نشاط



أعط مثلاً من الحياة اليومية لمتغيرين يتناسبان تناسباً طردياً.

تدريب ١

هل يوجد تناسب طردي بين طول ضلع المربع ومحيطه؟ اكتشف ثم أثبت ذلك.

مثال (١)

إذا كان ثمن ٥ ساعات من نوع معين ٦٠ ديناراً، فما ثمن ١٧ ساعة من النوع نفسه؟

الحل

لاحظ أن ثمن الساعات يتناسب طردياً مع عددها، وعليه فإن ثابت التناسب في هذا

$$\frac{\text{ثمن الساعات}}{\text{عدد الساعات}} = \frac{٦٠}{٥} = \frac{١٢}{١}$$

$$\text{إذن: } \frac{١٢}{١} = \frac{س}{١٧}$$

باستخدام الضرب التبادلي ينتج :

$$12 \times 17 = 1 \times \text{س}$$

$$\text{أي أن: س} = 204 \text{ دينار}$$

أي أن ثمن 17 ساعة من النوع نفسه هو 204 دينار.

حلّ المثال السابق بطريقة أخرى.

مثال (٢)

يُنتج مصنع دراجات ٥٠ دراجة في ٥ أيام. فكم دراجة يُنتج في ١٣ يومًا؟ علمًا أن معدل إنتاج المصنع اليومي ثابت.

الحلّ

لاحظ أن عدد الدراجات المُصنَّعة يتناسب طرديًا مع عدد الأيام ، وعليه فإن ثابت التناسب في هذا السؤال هو:

$$\frac{\text{عدد الدراجات}}{\text{عدد الأيام}} = \frac{50}{5} = \frac{10}{1}$$

$$\text{إذن: } \frac{10}{1} = \frac{\text{س}}{13}$$

باستخدام الضرب التبادلي ينتج :

$$10 \times 13 = 1 \times \text{س} \quad \text{أي أن: س} = 130 \text{ دراجة.}$$

حلّ المثال (٢) بطريقة أخرى.

تقطع سيارة مسافة ٢٤٠ كم في ٣ ساعات، جد كلاً مما يأتي:

(١) المسافة التي تقطعها في ٥ ساعات إذا سارت بمعدل السرعة نفسها.

(٢) الزمن الذي تحتاجه السيارة لتقطع مسافة ٦٠٠ كم إذا سارت بمعدل السرعة نفسها.

- (١) يُنتج مصنع ٢٨ جهازًا في ٧ أيام، فكم جهازًا يُنتج المصنع في ٣٠ يومًا؟ علمًا أنَّ معدّل إنتاجه اليومي ثابت.
- (٢) تنتج إحدى الآلات (٦٠٠) قطعة في (٣٠) يومًا، كم قطعة تُنتج في (٩٠) يومًا؟
- (٣) عند عصر ٤٠ كغم من الزيتون نحصل على ١٥ كغم من الزيت، كم كيلو غرامًا من الزيتون من النوع نفسه نحتاج للحصول على ٩٠ كغم من الزيت؟
- (٤) يحتوي ٥٠ غ من أحد الأطعمة على ٤٠٠ سُعر حراريّ. فما عدد السعرات الحرارية في ٤٠ غ من هذا الطعام؟
- (٥) يستطيع سليم قراءة ١٠ صفحات من كتاب خلال ١٥ دقيقة، فكم دقيقة يحتاج لقراءة ٦ صفحات من هذا الكتاب بنفس السرعة؟
- (٦) يستهلك مصباح ٤٨٠ واطًا إذا اشتغل مدة ٦ ساعات، فكم ساعة يلزم تشغيل المصباح ليستهلك ٦٠٠ واط؟
- (٧) اشترت سيّدة ٦ أمتار من القماش بمبلغ ٣٦ دينارًا، فكم دينارًا ثمن ١٦ مترًا من القماش من النوع نفسه؟
- (٨) يقول أحمد: إنَّ عدد الكيلومترات التي قطعها السيّارة تتناسب طرديًا مع كمية البنزين المُستهلكة، ناقش مقولة أحمد.

النتائج

- تتعرّف التناسب العكسي.
- تحلّ مسائل باستخدام التناسب العكسي.

تقطع سيارة المسافة بين عمان والكرّك في ساعتين إذا كان مُعدّل سرعتها



٩٠ كم/ساعة وتقطع نفس المسافة في ٣ ساعات إذا كان مُعدّل سرعتها ٦٠ كم/ساعة، وتحتاج نفس السيارة مدة ٤ ساعات لقطع المسافة نفسها بسرعة مُعدلها ٤٥ كم/ساعة، أكمل الجدول الآتي:

الزّمن بالساعات (س)	٢	٣	٤	٦
مُعدّل السرعة كم/ساعة (ص)	٩٠	٦٠	٤٥	
المسافة المقطوعة = س × ص				١٨٠

- (١) هل الزيادة في الزّمن تؤدي إلى زيادة في السرعة؟
- (٢) هل الزيادة في السرعة تؤدي إلى زيادة في الزّمن؟

لا بدّ أنك لاحظت أنّه كلما زاد مُعدّل سرعة السيارة ص، قلّ الزّمن س اللازم لقطع المسافة.

وكّلما قلّ مُعدّل سرعة السيارة ص، زاد الزّمن س اللازم لقطع المسافة.

وفي هذه الحالة، نقول: إن الزمن اللازم لقطع المسافة بين عمان والكرك **يتناسب عكسيًا** مع مُعدّل سرعة السيارة، وإنّ حاصل ضرب المُتغيّر س في المُتغيّر ص يساوي كمية ثابتة.

أي أن: $S \times V = \text{مقدارًا ثابتًا (ث)}$.

والمقدار الثابت في هذا المثال هو المسافة بين المدينتين وهو ١٨٠ كم.

تذكّر:

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

إذا كان س، ص مُتغيّرين، وكان $S \times V = \text{عددًا ثابتًا (ث)}$ فإن س، ص متناسبان عكسيًا، أو س متناسبة عكسيًا مع ص، وتكتب $S \times V = \text{ث}$ ، ويُسمى ث ثابت التناسب.

مثال (١)

يبيّن نوع التناسب بين كلّ متغيّرين في ما يأتي:

(١) المسافة بين أحد النجوم والأرض، وشدة إضاءته.

(٢) درجة الحرارة، ونسبة التبخر.

(٣) سرعة طائرة، وزمن الرحلة.

الحلّ

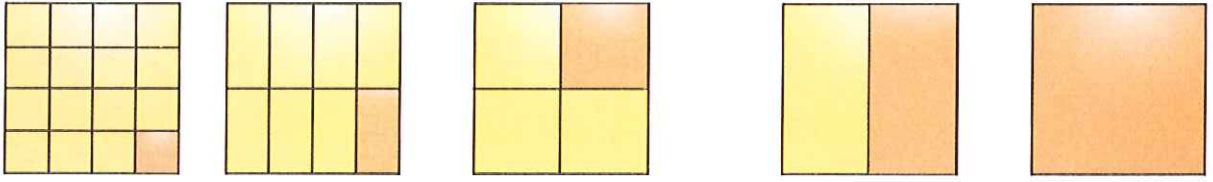
(١) تناسب عكسي، كلما زادت المسافة بين النجم والأرض قلت شدة إضاءته.

(٢) تناسب طردي، كلما زادت درجة الحرارة، زادت نسبة التبخر.

(٣) تناسب عكسي، كلما زادت سرعة الطائرة قلّ زمن الرحلة.



أحضِرْ ورقةً، ثُمَّ قُمْ بطيِّها، كما في الشكل الآتي:



بعدَ قيامك بالنشاط السابق، أكمل الجدول الآتي:

عدد الأجزاء	١	٢	٤	٨	١٦
مساحة كل جزء	مساحة الورقة كاملة	$\frac{1}{2}$ مساحة الورقة

ناقش زميلك: هل العلاقة بين عدد الأجزاء ومساحة كل جزء هي علاقة عكسية، أم طردية؟ برّر إجابتك.

مثال (٢)

تقطع سيارة مسافة بين مدينتين في ٥ ساعات، إذا سارت بسرعة معدلها ٦٠ كم/ساعة، كم الوقت اللازم لتقطع السيارة هذه المسافة إذا سارت بسرعة ١٠٠ كم/ساعة؟

الحل

إذا رمزنا للزمن اللازم لقطع المسافة بالرمز s ، ولمعدل سرعة السيارة بالرمز v ، لاحظ أن زمن الوصول سوف يزداد إذا قلت السرعة، أي أن الزمن يتناسب عكسيًا مع زيادة السرعة، وعليه فإن:

السرعة \times الزمن = ثابتًا وهو المسافة بين المدينتين، وهي ثابتة في الواقع على الأرض.

إِذْنُ:

$$\text{س} \times \text{ص} = \text{ثابتًا}$$

$$5 \times 60 = 300$$

التعويض بقيم س، ص

$$\text{ثابت التناسب} = 300$$

ولمعرفة الزمن اللازم لقطع هذه المسافة بسرعة 100 كم/ساعة.

$$\text{س} \times \text{ص} = \text{ثابتًا.}$$

$$100 \times \text{الزمن (ص)} = 300$$

$$\text{الزمن (ص)} = \frac{300}{100} = 3 \text{ ساعات.}$$

١ تدريب

يحتاج 4 عمال إلى 12 ساعة لطلاء منزل، فما عدد العمال اللازم لإنجاز نفس العمل في 8 ساعات؟ إذا كان معدل الإنجاز لكل عامل ثابتًا.

(١) بيّن نوع التناسب في كلّ ممّا يأتي:

أ (طول ضلع مربع، ومساحته. ب) أجرة عامل، وعدد ساعات العمل.

(٢) تحتاج طائرة سرعتها ٨٠٠ كم/ ساعة إلى ٤ ساعات لقطع المسافة بين مدينتين، ما سرعة الطائرة اللازمة لقطع نفس المسافة في ساعتين؟

(٣) يقوم ٦ أشخاص بتفريغ حمولة إحدى الشاحنات في ساعتين، كم ساعة يحتاج ٨ أشخاص للقيام بنفس العمل؟ (إذا كان معدّل الإنجاز لكل شخص ثابتاً).

(٤) يستغرق ٩ رجال ١٤ أسبوعاً في بناء قارب مخصّص للسفر والرحلات، كم أسبوعاً يحتاج (١٤) رجلاً لإنجاز العمل نفسه؟ (إذا كان معدّل الإنجاز لكل رجل ثابتاً).

(٥) تملأ حنفيّتان حوضاً من الماء في زمن مقداره ٣٠ ساعة، فكم ساعة تستغرق ٦ حنفيات من النوع نفسه لئلا الحوض نفسه؟

(٦) يُقدّم أحد برامج المسابقات جائزة ماليّة مقدارها (١٠٠٠٠٠) دينار، تُقسّم بالتساوي على عدد الفائزين. أكمل الجدول الآتي، ثمّ أجب عن الأسئلة التي تليه:

عدد الفائزين (س)	١	٢	٤	٥	٨	١٠	٢٠
نصيب الفائز (ص)	١٠٠٠٠٠	٥٠٠٠٠					

أ (هل توجد علاقة تناسب بين س، ص ؟ ما نوع التناسب إن وُجد؟

ب) هل يمكن إيجاد حصّة كلّ شخص إذا كان عدد الفائزين ٢٥ فائزاً ؟

النتائج

- تستخدم التناسب في حل مشكلات حياتية.



لتحضير لتر من عصير الفواكه المُشكّلة نقوم بإضافة كل من عصائر التفاح، والبرتقال، والأناناس بنسبة ١ : ٤ : ٥، احسب كمية العصير اللازمة من كل نوع لتحضير (٨٠) لتراً من عصير الفواكه المُشكّلة.

تُسمى عملية تقسيم شيء إلى قسمين أو أكثر بنسبٍ مُعيّنة **التقسيم التناسبي**.

فمثلاً: إذا أردت تقسيم ٣٦ ديناراً على شخصين بالتساوي، يأخذ كل واحدٍ منهم ١٨ ديناراً بالتساوي، وتكون نسبة التقسيم: $١٨ : ١٨ = ١ : ١$
إذا قُسمَ نفسُ المبلغ على شخصين بنسبة ١ : ٢، فكم نصيب كل واحدٍ منهما؟

مثال (١)

قُسمَ مبلغ ٣٠٠٠ دينارٍ بين سيفٍ وفارسٍ بنسبة ٢ : ٤، ما نصيب كل واحدٍ منهما؟

الحل

- (١) نقوم بجمع حدي النسبة لمعرفة عدد الأجزاء : $٢ + ٤ = ٦$ ، وهذا يعني إمكانية تقسيم المبلغ لـ ٦ أجزاء متساوية، أي أن سيفاً له جزءان و فارساً له أربعة أجزاء.
- (٢) نقسم المبلغ الكلي على عدد الأجزاء لمعرفة مقدار كل جزء.

$$\frac{٣٠٠٠}{٦} = ٥٠٠ \text{ دينار لكل جزء.}$$

(٣) نحسب نصيب كل منهما.

نصيب سيف = عدد الأجزاء \times قيمة الجزء الواحد $= 2 \times 500 = 1000$ دينار.

نصيب فارس = عدد الأجزاء \times قيمة الجزء الواحد $= 4 \times 500 = 2000$ دينار.

تحقق من صحّة الحلّ.

مثال (٢)

وُزِعَ مبلغ ١٢٠٠ دينار بين ثلاثة أشخاص بنسبة ٣ : ٢ : ٥ . ما نصيب كلّ منهم؟

الحلّ

نقوم بجمع حدود النسبة لمعرفة عدد الأجزاء : $3 + 2 + 5 = 10$ ، وهذا يعني إمكانية

تقسيم المبلغ لـ ١٠ أجزاء متساوية.

نقسم المبلغ الكلي على عدد الأجزاء لمعرفة مقدار كلّ جزء.

$$\frac{1200}{10} = 120 \text{ دينارًا لكلّ جزء.}$$

نحسب نصيب كلّ منهم:

$$\text{نصيب الأوّل} = 120 \times 3 = 360 \text{ دينارًا.}$$

$$\text{نصيب الثّاني} = 120 \times 2 = 240 \text{ دينارًا.}$$

$$\text{نصيب الثّالث} = 120 \times 5 = 600 \text{ دينارًا.}$$

تحقق من صحّة الحلّ.

هلّ يمكن حلّ السؤال بطريقة أخرى؟

تدريب ١

قسم مبلغ ٢٤٠ دينارًا على ثلاثة تلاميذ بنسبة ٣ : ٥ : ٤ ، فما نصيب كلّ منهم؟

تدريب ٢

حلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

اشترك ثلاثة أشخاص في شركة تجارية، فدفع الأول ١٥ ألف دينار، والثاني ٩ آلاف دينار، والثالث ١٢ ألف دينار، وفي نهاية العام كان صافي ربح هذه الشركة ٧٢٠٠ دينار، جُذ نصيب كل واحد منهم من الربح إذا وزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم في رأس مال الشركة، ثم تحقق من صحة الحل.

الحل

نقسم صافي الربح بينهم حسب نسب رؤوس الأموال.
الأول: الثاني: الثالث.

$$١٥٠٠٠ : ٩٠٠٠ : ١٢٠٠٠$$

المبلغ الذي دفعه كل شخص

$$١٥ : ٩ : ١٢$$

تبسيط النسبة بالقسمة على ١٠٠٠

$$٥ : ٣ : ٤$$

تبسيط النسبة بالقسمة على ٣

مجموع الأجزاء = ٥ + ٣ + ٤ = ١٢ جزءاً. جمع النسب بعد تبسيطها معطيات

صافي الربح = ٧٢٠٠

$$\text{قيمة الجزء الواحد} = \frac{٧٢٠٠}{١٢} = ٦٠٠ \text{ دينار}$$

نصيب الأول = عدد الأجزاء × قيمة الجزء الواحد = ٥ × ٦٠٠ = ٣٠٠٠ دينار

نصيب الثاني = عدد الأجزاء × قيمة الجزء الواحد = ٣ × ٦٠٠ = ١٨٠٠ دينار

نصيب الثالث = عدد الأجزاء × قيمة الجزء الواحد = ٤ × ٦٠٠ = ٢٤٠٠ دينار

التحقق من صحة الحل: ٧٢٠٠ = ٢٤٠٠ + ١٨٠٠ + ٣٠٠٠ ديناراً.

اشترك ماهرٌ و خليلٌ في تجارةٍ ، فدفعَ ماهرٌ ٢٠٠٠ دينارٍ ، ودفعَ خليلٌ ٥٠٠٠ دينارٍ .
إذا كان الربحُ المتحققُ في آخرِ السنةِ ١٤٠٠ دينارٍ ، فما نصيبُ كلٍّ منهما من الربحِ ؟

مثال (٤)

وُزِعَ مبلغُ ١٢٠٠ دينارٍ بينَ ناصرٍ وهاشمٍ بنسبةٍ $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ ، فما نصيبُ كلٍّ منهما ؟

الحلُّ

نُحوِّلُ النسبَ الكسريَّةَ إلى أعدادٍ صحيحةٍ (لتسهيلِ الحساباتِ) ، بضربِ كلٍّ منهما
بالمضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ ٣ ، ٢ وهو ٦ ، فتصبحُ النسبُ كالآتي : ٣ : ٢
مجموعُ الحصصِ = ٣ + ٢ = ٥ حصصٍ .

مقدارُ الجزءِ الواحدِ = $\frac{1200}{5} = 240$ دينارًا .

نصيبُ ناصرٍ = $240 \times 2 = 480$ دينارًا .

نصيبُ هاشمٍ = $240 \times 3 = 720$ دينارًا .

تحقق من صحَّةِ الحلِّ .

هل يمكنُ حلُّ المثالِ السابقِ بطريقةٍ أخرى ؟

قُسِّمَ مبلغُ ٧٥٠ دينارًا بينَ ثلاثةِ أشخاصٍ بنسبةٍ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ ، جدْ نصيبَ كلِّ
واحدٍ منهم .

(١) تم مزج الألوان الأبيض، والأزرق، والأحمر، بنسب ٢:١:١ للحصول على ٢٠٠ مل من لون جديد، احسب الكمية المستخدمة من كل لون حسب النسب السابقة.

(٢) أنبوب بلاستيكي طوله ٣٠ سم، تم قصه إلى ثلاثة أجزاء بنسبة ٣:٢:٥، ما طول كل جزء؟

(٣) أراد رجل توزيع مبلغ ٦٠٠٠ دينار على ثلاث أسر فقيرة بنسبة ٣:٢:١ حسب احتياجاتهم للمال، ما نصيب كل أسرة من المال؟

(٤) قُسم مبلغ ٣٣٠٠ دينار بين: هدى، وإيمان، وياسمين، بنسب $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : 1$ ، ما نصيب كل منهن؟

(٥) اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة، فدفَعَ الأول ٣٠٠٠ دينار، ودفَعَ الثاني ٤٠٠٠ دينار، ودفَعَ الثالث ٥٠٠٠ دينار. وفي نهاية العام بلغت الأرباح ٢٤٠٠ دينار، جُدد نصيب كل منهم من الأرباح علماً أن الأرباح وُزعت حسب مساهمة كل منهم في رأس المال.

(٦) رجل توفاه الله وترك ميراثاً يُقدَّر بـ ٤٨٠٠ دينار، وله ولد وبنت، احسب نصيب كل واحد منهما من التركة. (ملاحظة: للذكر مثل حظ الأنثيين)

التجارت

- تتعرّف مقياس الرسم.
- تحلّ المشكلات باستخدام مقياس الرسم.



التقط عُمرُ بعضَ الصّورِ لَهُ في إحدى المناسبات،
وقاسَ طوله في الصّورة فوجدَهُ ١٥ سم،
في حينَ أنَّ طوله في الحقيقة ١٥٠ سم .
ما نسبة طول عُمرَ في الصّورة إلى طوله في الحقيقة؟

لاحظْ أنَّ نسبة طول عُمرَ في الصّورة إلى طوله في الحقيقة:

$$١٥٠ : ١٥$$

وتكافئ ١٠ : ١

$$\text{إذن: } \frac{١}{١٠} = \frac{١٥}{١٥٠} = \frac{\text{طوله في الصّورة}}{\text{طوله في الحقيقة}}$$

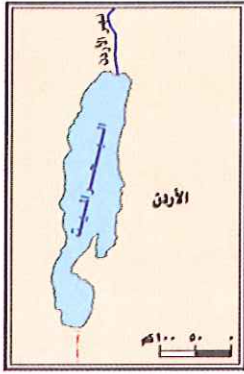
أي أنَّ: كل ١ سم في الصّورة، يعادل ١٠ سم في الحقيقة،
وتُسمّى هذه النسبة (مقياس الرسم).

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد بين نقطتين على الرسم}}{\text{البعد الحقيقي بينهما}}$$

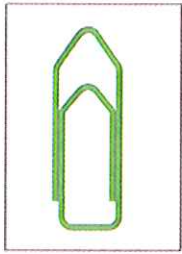
مقياس الرسم ليس له وحدة؛ لأنّه يُعبّر عن نسبة بين مقدارين لهما نفس وحدة القياس.

استخدامات مقياس الرسم:

يُستخدم مقياس الرسم **لتصغير** الأبعاد الحقيقية، أو **تكبيرها**، لنتمكن من رسمها على الورقة.
أولاً: التصغير: يُستخدم لرسم الخرائط والرسومات، ويكون الطول في الرسم أصغر من الطول الحقيقي، كما يظهر في الصورة للبحر الميت على الواقع، والبحر الميت على الخريطة.



ثانياً: التكبير: يُستخدم لرسم شكل أكبر من الشكل الحقيقي، مثل الحشرات الصغيرة، أو كريات الدم في جسم الإنسان، كما يظهر في الصورة لتكبير صورة مشبك الورق.



تدريب ١

أكمل الفراغ في كل مما يأتي:

$$١ \text{ م} = \dots\dots\dots \text{سم}$$

$$١ \text{ كم} = \dots\dots\dots \text{م}$$

$$٤٠٠٠ \text{ سم} = \dots\dots\dots \text{م}$$

$$١ \text{ كم} = \dots\dots\dots \text{سم}$$

$$٢٠٠٠٠٠ \text{ سم} = \dots\dots\dots \text{كم}$$

مثال (١)

إذا كانت المسافة بين مدينتين على خريطة هو ٣ سم، والمسافة بينهما في الحقيقة ٩ كم، جد مقياس الرسم الذي رسمت به الخريطة؟

المسافة بين المدينتين على الخريطة

(١) اكتب النسبة:

المسافة الحقيقية بين المدينتين

لاحظ أن الوحدات مختلفة، قم بتوحيد وحدات القياس.

$$١ \text{ كم} = ١٠٠٠٠٠ \text{ سم}$$

$$٩ \text{ كم} = ٩ \times ١٠٠٠٠٠ = ٩٠٠٠٠٠ \text{ سم}$$

(٢) اكتب النسبة بعد توحيد الوحدات:

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{المسافة بين المدينتين في الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}} = \frac{٣}{٩٠٠٠٠٠}$$

(٣) اختصر النسبة إلى أبسط صورة:

$$\text{إذن: مقياس الرسم} = \frac{١}{٣٠٠٠٠٠}$$

مثال (٢)

ذبابة طولها الحقيقي ٦ مم، وطولها على لوحة مكبرة ٣٠ سم، جد مقياس الرسم.

الحل

(١) نحدد المعطيات:

طول الذبابة الحقيقي ٦ مم، طول الذبابة في الرسم ٣٠ سم.

(٢) نوحّد وحدات القياس.

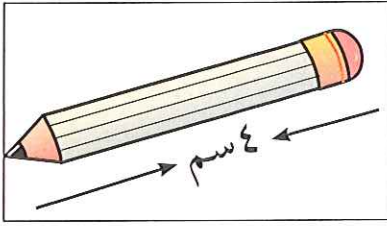
$$١ \text{ سم} = ١٠ \text{ مم}$$

$$٣٠ \text{ سم} = ٣٠ \times ١٠ = ٣٠٠ \text{ مم}$$

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد في الرسم}}{\text{البعد الحقيقي}} = \frac{٣٠٠}{٦}$$

$$= \frac{٥٠}{١}$$

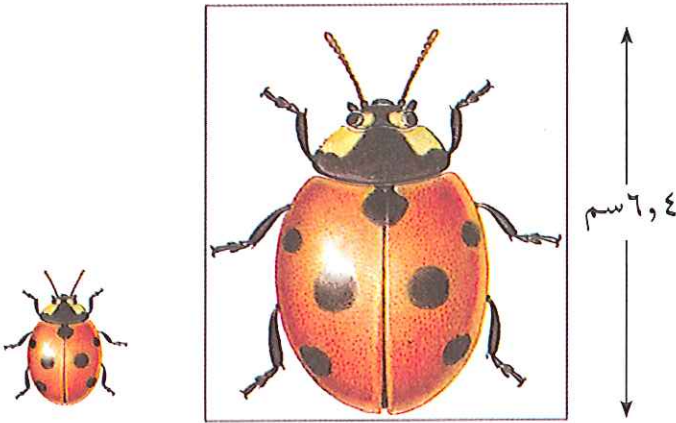
أي أن: كل ٥٠ مم في اللوحة يُعادل ١ مم في الحقيقة.



إذا كان طول قلم رصاص في الواقع ٢٠ سم، فأجب عن كل مما يأتي:

- (١) ما هو طول قلم الرصاص في الصورة المجاورة؟
- (٢) ما هو مقياس الرسم في الصورة؟
- (٣) كم سم في الواقع يُمثل ١ سم في الصورة؟

طول جسم الخنفساء في الحقيقة هو ٨ مم، وفي الرسم المكبرة طولها ٦,٤ سم، فما مقياس رسم الصورة؟



مثال (٣)

رُسمت خريطة بمقياس رسم ١ : ٥٠٠٠٠٠٠ ، أ ، ب مدينتان، البعد بينهما على الخريطة ٩ سم، ما البعد الحقيقي بين هاتين المدينتين؟

الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد بين نقطتين على الرسم}}{\text{البعد الحقيقي بينهما}}$$

$$\frac{\text{البعْدُ الحَقِيقِيُّ}}{500000} =$$

$$500000 \times 9 = 1 \times \text{البعْدُ الحَقِيقِيُّ}$$

$$\frac{500000 \times 9}{1} = \text{البعْدُ الحَقِيقِيُّ}$$

$$4500000 \text{ سم} = \text{البعْدُ الحَقِيقِيُّ}$$

$$450 \text{ كم} =$$

تحويل البعد من سم إلى كم

تدريب ٤

أراد مهندسُ عمارة أن يرسمَ بنايةً ارتفاعها ٦٠ م بمقياسِ رسمٍ ١ : ٣٠٠ ، ماهو ارتفاعُ البناية في الرّسمة؟

تدريب ٥

إذا كان طولُ حشرةٍ على لوحةٍ مرسومةٍ بمقياسِ رسمٍ ١ : ٦٠ يساوي ٣٠ سم، جد طولَ الحشرة الحَقِيقِيَّةِ.

- (١) أكمل الفراغ للحصول على عباراتٍ صحيحةٍ في كلِّ ممّا يأتي:
 أ () إذا كانَ مقياسُ رسمِ صورةٍ ١ : ٣٠، أي أن كل ١ سم على الصورة يُعادلُ سم على الواقع.
- ب) إذا كانَ مقياسُ رسمِ صورةٍ ١ : ٥٠٠٠٠، أي أن كل ١ سم على الصورة يُعادلُ متر على الواقع.
- (٢) الثَّقِطُ صورةٌ لبرجٍ ارتفاعه ١٤٠ مترًا، و كانَ مقياسُ الرّسمِ يساوي ١ : ٢٠٠٠. جِدِ ارتفاعَ البرجِ في الصورة.
- (٣) المسافةُ بينَ عَمّانَ وإربدَ ٦٩ كم، إذا كانتِ المسافةُ بينَ المدينتينِ على الخريطةِ ٥ سم، جِدْ مقياسَ الرّسمِ الذي رُسمتْ بهِ هذه الخريطةُ.
- (٤) قاسَ فادي بُعديَ مزرعةٍ مستطيلةٍ الشكلِ على المُخَطَّطِ فوجدهما ١٠ سم، ٩ سم، فإذا كانَ مقياسُ الرّسمِ ١ : ٥٠٠، جِدِ الأبعادَ الحقيقيّةَ لهذهِ المزرعةِ، ثُمَّ جِدْ مساحتها.
- (٥) إذا كانَ طولُ نهرٍ على خريطةٍ مقياسُ رسمها ١ : ١١٠٠٠٠٠ يساوي ٥ سم، جِدْ طولَ النّهرِ الحقيقيِّ بالكيلومتراتِ.

النتائج

- تتعرَّف الربح البسيط.

أودع رجل ٣٠٠٠ دينار في أحد البنوك بفائدة مقدارها ٦٪ سنويًا، فما مقدار ربحه بعد ثلاث سنوات؟



عندما يُودع الأشخاص أموالهم في البنوك، بهدف استثمارها، أو المحافظة عليها بأمان، غالبًا ما يُقدّم البنك نسبة مئويةً محدّدة كفايدة (ربحًا) على المبالغ المُودعة لديه. لماذا تُعطي البنوك ربحًا على المبالغ المُودعة لديها؟ يقوم البنك باستثمار الأموال المُودعة لديه في مشاريع، وعمليات تجارية واستثمارية مختلفة، وهذا يعود عليه بربح ما؛ ولهذا يُعطي البنك صاحب المال (المودع) فائدة (ربحًا) مقابل مبلغه المُودع.

الرَّبْحُ البَسِيطُ = رأس المال (المبلغ) × نسبة الفائدة × عدد السنوات.

$$R = M \times S \times N$$

الرَّبْحُ البَسِيطُ : إذا اشترطَ أن يكونَ رأسُ المالِ ثابتاً، ولا يُضَمُّ إليه مقدارُ الرِّبحِ في نهايةِ كلِّ سنةٍ، مهما كانتِ المدةُ الزَّمنيةُ، يُسمَّى مقدارُ الرِّبحِ ربْحاً بسيطاً، وسنرمزُ له بالرمزِ (ر).

رأسُ المالِ : المبلغُ الأصليُّ المودَّعُ، أو المدَّخَرُ لدى البنكِ، وسنرمزُ له بالرمزِ (م).
نسبةُ الفائدةِ : معدَّلُ الرِّبحِ لكلِّ ١٠٠ وحدةٍ نقديةٍ في السنةِ، وسنرمزُ له بالرمزِ (س).
عددُ السَّنواتِ (الزَّمنُ) : المدةُ التي يُودَّعُ فيها رأسُ المالِ (المبلغُ الأصليُّ) ويُحسَبُ بالسَّنواتِ، وسنرمزُ له بالرمزِ (ن).

جملةُ المبلغِ = المبلغُ الأصليُّ + مقدارُ الرِّبحِ البسيطِ ، وسنرمزُ له بالرمزِ (ج).

مثال (١)

أودَّعَ مبلغُ ٢٠٠٠ دينارٍ في بنكٍ بحسابِ الرِّبحِ البسيطِ، وكانتِ نسبةُ الفائدةِ ٤ ٪ سنوياً، ما قيمةُ الرِّبحِ بعدَ مرورِ ٥ سنواتٍ على إيداعِ المبلغِ؟ وما جملةُ المبلغِ؟

الحلُّ

الرَّبْحُ البَسِيطُ = رأسُ المالِ (المبلغُ) × نسبةُ الفائدةِ × عددُ السَّنواتِ .

$$ر = م \times س \times ن$$

$$= ٢٠٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} \times ٥$$

$$= ٤٠٠ \text{ دينارٍ .}$$

جملةُ المبلغِ = المبلغُ الأصليُّ + مقدارُ الرِّبحِ البسيطِ .

$$= ٢٠٠٠ + ٤٠٠$$

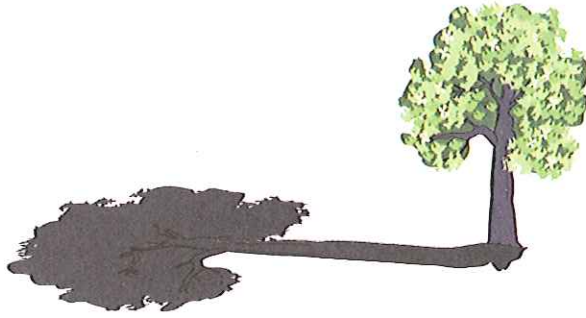
$$= ٢٤٠٠ \text{ دينارٍ .}$$

استثمرت عبيّر ٤٥٠٠ دينار، بنسبة فائدة مقدارها ٥٪ سنويًا لمدة ٣ سنوات، جد إجمالي مبلغ عبيّر الذي تحصل عليه في نهاية المدة .

حلّ المسألة الواردة بداية الدرس.

- (١) أودع رجل مبلغ ١٥٠٠ دينار في أحد البنوك بحساب الربح البسيط بفائدة مقدارها ٥٪، لمدة ٣ سنوات، جد:
- أ (مقدار الربح بعد ٣ سنوات .
- ب) جملة المبلغ بعد ٣ سنوات .
- (٢) أودع علي ٤٠٠٠ دينار، وأودع سعيد ٦٠٠٠ دينار في البنك نفسه، احسب مقدار الربح الذي يحصل عليه كل منهما في نهاية السنة الأولى، إذا كان سعر الفائدة السنوية ٥,٤ ٪ .
- (٣) أودعت زينب مبلغ ٦٠٠٠ دينار في بنك بفائدة ٢,٥ ٪ سنوياً، جد مقدار الربح، إذا كانت مدة الإيداع ١٤ شهراً.
- (٤) أودع شادي مبلغ ٨٣٠٠ دينار في أحد البنوك لمدة ٤ سنوات بحساب الربح البسيط، فإذا كانت الأرباح في نهاية المدة ١٦٦٠ ديناراً، فجد نسبة الفائدة السنوية التي دفعها البنك.
- (٥) أودعت ليلى مبلغ ٨٠٠ دينار بفائدة مقدارها ٤٪ سنوياً، بحيث كانت تُضاف قيمة الربح إلى المبلغ في نهاية كل عام، ما جملة المبلغ في نهاية العام الثالث؟

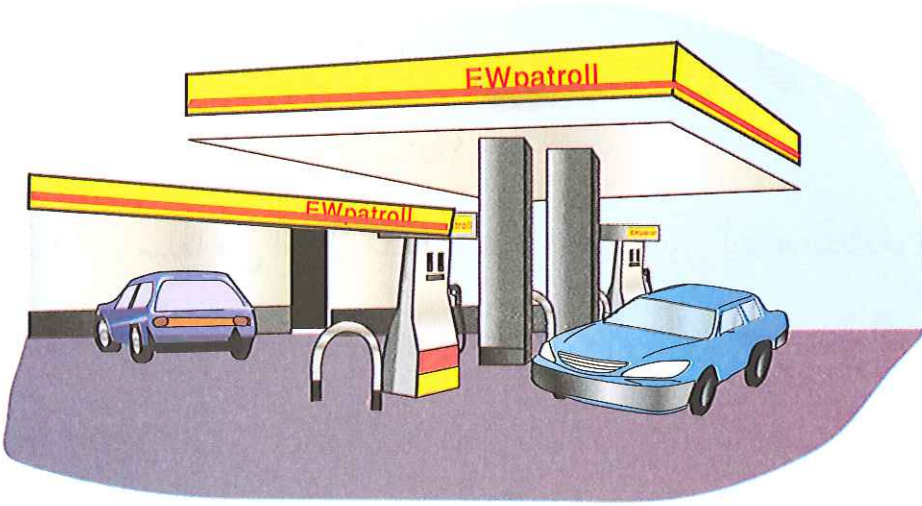
- (١) إذا كان إيجارُ بيتٍ (٧٥٠) دينارًا في شهرين، فكم يبلغ الإيجار في (٥) شهرٍ؟
- (٢) في الشكل الآتي: شجرة ارتفاعها ٥ أمتار، وطول ظلّها في لحظةٍ ما ١٠ أمتار، ما الطول الحقيقي لتلميذ إذا كان طول ظلّه في تلك اللحظة ٣ أمتار؟



- (٣) قطع قطارٌ سرعته ١٠٠ كم في الساعة المسافة بين مدينتين في ٤٥ ساعة، ما سرعته إذا قطع المسافة نفسها في ٣٠ ساعة؟
- (٤) وزّع أحد الآباء مبلغًا من المال مقداره ٢٢٥ دينارًا بين أبنائه الثلاثة، فكان نصيب الأول ثلث المبلغ، وكانت النسبة بين نصيب الثاني إلى نصيب الثالث ٢:٣، جد نصيب كل منهم.
- (٥) اشترك ثلاثة أشخاص في مشروع لصناعة السجاد اليدوي، فدفع الأول (٤٢٥٠) دينارًا، ودفع الثاني مبلغ (٥٧٥٠) دينارًا، ودفع الثالث مبلغ (٥٠٠٠) دينارًا، وفي نهاية العام وُزعت عليهم الأرباح، فكان نصيب الأول (١٧٠٠) دينارًا، جد نصيب الثاني والثالث من الأرباح.

(٦) حلّ التناسب $\frac{س - ٤}{٤} = \frac{٤}{٢}$ باستخدام قوانين التناسب.

- (٧) أودع حسن مبلغ ٦٠٠٠ دينار، بحساب الربح البسيط، بسعر فائدة ٥٪ في السنة،
جدد كلاً مما يأتي:
- أ (ربح حسن بعد ٣ سنوات.
- ب) جملة المبلغ بعد ٣ سنوات.
- (٨) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث كنسبة ٢:٣:٤، فجدد قياسات زواياه.
- (٩) تحتاج سيارة إلى ٢٤ لتراً من البنزين لقطع مسافة ٣٢٠ كم، فجدد كلاً مما يأتي:
- أ (كم لتراً تحتاج السيارة نفسها لقطع مسافة ٢٤٠ كم؟
- ب) ما المسافة التي تقطعها السيارة نفسها إذا كان بها ١٢ لتراً من البنزين؟



(١) يتكوّن هذا السؤال من ٤ فقراتٍ من نوع الاختيار من متعدد، لكلّ فقرة ٤ بدائل،

واحد فقط منها صحيح، ضَع دائرةً حولَ رمزِ البديلِ الصّحيحِ في ما يأتي:

(١) إذا كانَ عددُ طلابِ الصّفِّ السّابعِ ٣٥ طالبًا، ونسبةُ الطّلبة الذين يرتدون الزيِّ

الكشفيّ إلى العدد الكلي ٢ : ٧ ، فكم طالبًا في الصّف يرتدي الزيِّ الكشفيّ؟

أ (٢)

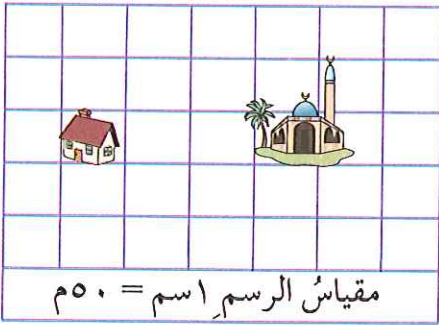
ب (٥)

ج (١٠)

د (١٤)

(٢) ما هي المسافة الحقيقيّة بين المسجدِ والمنزلِ في الشّكلِ؟

(ملاحظة: كلُّ مُربعٍ طوله = ١ سم)



أ (٥٠٠ م)

ب (٢٠ م)

ج (١٠٠ م)

د (٤٠ م)

(٣) قيمةُ المُتغيّرِ ل في التّناسبِ: $\frac{٤٢}{٣} = \frac{ل}{٥}$ ، هي

أ (٨,٢)

ب (١٥)

ج (٧٠)

د (٨٤)

(٤) يبيغ محل خمسة أقلام بِـ ٤٥ قرشاً، فإذا اشترى فارسُ أقلاماً من النوع نفسه

ودفع ٨١ قرشاً ثمناً لها، فما عددُ الأقلام التي اشتراها؟

أ (٨)

ب (٩)

ج (١٠)

د (١٢)

(٢) يُرادُ توزيعُ قطعةِ أرضٍ مساحتها ١٥٦ دونماً بينَ ثلاثةِ شركاءَ بنسبةٍ ٢ : ٤ : ٧ ما نصيبُ كُلِّ منهم؟

(٣) الثَّقِطُ صورةٌ مكبَّرةٌ لحشرةٍ بآلةِ تصويرٍ تُكَبِّرُ بنسبةٍ ٢٠٠ : ١، جِدْ طَوْلَ الحشرةِ في الصَّورةِ، إذا كانَ الطَّوْلُ الحقيقيُّ ٢ مم.



الوحدة الثالثة

الأسس الصحيحة

غير الموجبة

تُعَدُّ الأسس الصحيحة من المواضيع المهمة، والتي تساعد في حساب أطوال، وأوزان، وأحجام المجسمات الكبيرة والصغيرة جدًا؛ وبذلك فهي تدخل في التطبيقات الفيزيائية، والأحياء، والعلوم الأخرى، كذلك تُستخدم الجذور التربيعية، والتكعيبية في إيجاد أطوال أجسام عُلِمَتْ مساحتها وحجومها.

يتوقع من الطالب في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- إيجاد قيمة عدد مرفوع لأس عدد صحيح غير موجب.
- إيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي يُمثّل مربعًا كاملاً.
- تقدير الجذر التربيعي لعدد نسبي ليس مربعًا كاملاً.
- إيجاد الجذر التكعيبي لعدد نسبي يُمثّل مكعبًا كاملاً.
- تقدير الجذر التكعيبي لعدد نسبي ليس مكعبًا كاملاً.
- تبسيط التعابير العددية باستخدام أولويات العمليات، وحساب قيمتها باستخدام الأدوات المناسبة: (القلم، والورقة، والآلة الحاسبة).

النتائج

- تجد قيمة عدد مرفوع لأس عدد صحيح غير موجب.



البكتيريا كائن حي صغير جدًا ومنها نوع يقوم بتحويل الحليب إلى لبن، وطولها يساوي تقريبًا $1,5 \times 10^{-4}$ سم، هل تستطيع أن تتخيل طول هذا الكائن؟ كيف يمكن أن يكون الأس سالبًا باعتقادك؟

لاحظ الجدول الآتي ثم أكمله:

٣-١٠	٢-١٠	١-١٠	٠١٠	١١٠	٢١٠	الصيغة الأسية
<input type="text"/>	<input type="text"/>	$\frac{1}{10}$	١	١٠	١٠٠	القيمة العددية
$10 \div$	$10 \div$	$10 \div$	$10 \div$	$10 \div$	$10 \div$	

ماذا تلاحظ؟

الأسس الصحيحة الموجبة هي تمثيل للضرب المتكرر للعدد في نفسه، فمثلاً:

$$10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

والأسس الصحيحة السالبة هي تمثيل للقسمة المتكررة على العدد نفسه. وبتتبع النمط في الجدول أعلاه نلاحظ أن:

$$10 \div 10 = 1 = 10 \div 10$$

$$10 \div 10 = \frac{1}{10} = 10 \div 10$$

$$10 \div 10 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 10 \div \frac{1}{10}$$

$$10 \div 10 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 10 \div \frac{1}{10}$$

هل يمكن استبدال العدد (١٠) بأعداد أخرى؟

وبتتبع النمط في الجدول الآتي:

٢-٥	١-٥	٠-٥	١٥	٢٥	الصيغة الأسية
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	٥	٢٥	القيمة العددية

$$5 \div$$

$$5 \div$$

$$5 \div$$

$$5 \div$$

$$15 = 5 = 5 \div 25$$

$$10 = 1 = 5 \div 5$$

$$10 = \frac{1}{5} = 5 \div 1$$

$$20 = \frac{1}{25} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 5 \div \frac{1}{5}$$

نشاط (١)



أكمل الجدول الآتي:

٢-٨	١-٨	٠-٨	١٨	٢٨	الصيغة الأسية
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	٨	٦٤	القيمة العددية

$$8 \div$$

$$8 \div$$

$$8 \div$$

$$8 \div$$

ماذا تستطيع أن تستنتج؟

يُمكنُ تعميمُ ما سبقَ بالقاعدةِ الآتيةِ:

قاعدة

إذا كانَ س عددًا نسبيًّا حيثُ $s \neq 0$ ، م عددًا صحيحًا، فإنَّ:

$$(1) \quad s^{-m} = \frac{1}{s^m}$$

$$(2) \quad s^m = \frac{1}{s^{-m}}$$

$$(3) \quad s^0 = 1$$

مثال (١)

اكتب كلاً ممَّا يأتي، في صورةٍ يكونُ فيها الأسُّ موجبًا:

$$(2) \quad \frac{1}{3-2}$$

$$(1) \quad 2^{-8}$$

الحلُّ

$$(2) \quad \frac{1}{3-2} = 32$$

$$(1) \quad 2^{-8} = \frac{1}{2^8}$$

تذكّر:

عند ضرب عددين لهما الإشارة نفسها، فإنَّ إشارة الناتج موجبة،
وعند ضرب عددين مختلفين في الإشارة، فإنَّ إشارة الناتج سالبة.

جدّ ناتج كلِّ مما يأتي:

(١) 3^{-3}

(٢) $\frac{1}{2-(9-)}$

(٣) $2^{-\left(\frac{3}{7}\right)}$

(٤) $\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$

الحلّ

(١) $\frac{1}{27} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$

(٢) $81 = 9- \times 9- = 2(9-)= \frac{1}{2-(9-)}$

تحويل الأسّ السّالب لأُسّ موجب.

(٣) $2^{-\left(\frac{3}{7}\right)} = \frac{1}{2^{\left(\frac{3}{7}\right)}}$

$2^{\left(\frac{3}{7}\right)} \div 1 =$

(٤) $2^{-\left(\frac{3}{7}\right)} = \left(\left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right)\right) \div 1 =$

البسط × البسط ، والمقام × المقام.

$\frac{3 \times 3}{7 \times 7} \div 1 =$

تحويل القسمة لضرب ، وقلب المقسوم عليه.

$\frac{9}{49} \div 1 =$

$\frac{49}{9} \times 1 =$

$\frac{49}{9} =$

(٤) $\cdot\left(-\frac{2}{5}\right) = 1$

فكّر بطريقةٍ أخرى لحلّ المثال السّابق.

اكتب كلاً ممّا يأتي في صورة يكون فيها الأس موجباً:

$${}^3-\left(\frac{4}{5}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2-4} \quad (2)$$

$${}^{3-7} \quad (1)$$

نشاط (٢)



أكمل الجدول الآتي:

$= {}^3-\left(\frac{2}{1}\right)$	$= {}^3-\left(\frac{1}{2}\right)$
$= {}^2-\left(\frac{5}{3}\right)$	$= {}^2-\left(\frac{3}{5}\right)$
$= {}^3-\left(\frac{3}{2}\right)$	$= {}^{3-}\left(\frac{2}{3}\right)$

ماذا تلاحظ؟

ما العلاقة بين $\left(\frac{أ}{ب}\right)^ن$ و $\left(\frac{ب}{أ}\right)^{-ن}$

تدريب ٢

ضع العدد المناسب في ، لتكون العبارة صحيحة في كل ممّا يأتي:

$$٠,٠٠١ = ١٠ \quad (1)$$

$$\frac{\square}{٥} = \frac{\square}{٧} \quad (2)$$

فكر وناقش



العدد الصحيح المرفوع لأس عدد صحيح سالب قيمته أقل من الواحد الصحيح.

عبّر عن الأعداد الآتية باستخدام الأسس الصحيحة السالبة:

$$(1) \frac{1}{7} \quad (2) \frac{1}{64} \quad (3) \left(\frac{5}{7}\right)^4$$

(١) ادّعى جهاد أن: $10^{-4} = 0,0001$ ، ناقش صحّة ادّعائه مع التبرير.

(٢) ادّعت إسلام أن: $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{9}{16}$ ، ناقش صحّة ادّعائها مع التبرير.

(١) اكتب كلاً مما يأتي في صورة يكون فيها الأس موجباً:

أ (-2^{-5}) ب ($\frac{1}{3-10}$) ج ($(\frac{1}{13})^{-5}$)

(٢) جد ناتج كل مما يأتي:

أ ($3-7$) ب ($\frac{3}{3-10}$)

ج ($(4, 0)^{-2}$) د ($(\frac{12-}{35})^0$)

(٣) اكتب كلاً مما يأتي باستخدام الأس الصحيحة السالبة:

أ ($\frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$)

ب (8)

ج ($\frac{16}{64}$)

د ($\frac{400}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$)

(٤) رتب الأعداد الآتية تنازلياً:

$\frac{1-}{32}$ ، $(0, 5)^0$ ، $(0, 3)^2$

(٥) ضع العدد المناسب في المربع في ما يأتي:

= 4^0

= 4^{-1}

= 4^{-2}

= 4^{-3}

(٦) هل توافق أم تعارض كلا ممّا يأتي، وضح السبب:

$$(أ) \quad \frac{٢}{٦} = \frac{٤}{٢٦}$$

$$(ب) \quad {}^{\circ}(\frac{١٣}{٧}) = {}^{\circ-}(\frac{٧}{١٣})$$

$$(ج) \quad \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٢-٥}$$

$$(د) \quad ١-٦ = \frac{٦}{٢٦}$$

(٧) اذا علمت أنّ $\frac{١}{٤٩} = ٢-٧$ ، جد قيمة $٤-٧$.

النتائج

- تجدُ الجذر التربيعي لعددٍ نسبيٍّ يُمثِّلُ مربعًا كاملاً.
- تُقدِّرُ الجذر التربيعي لعددٍ نسبيٍّ يُمثِّلُ مربعًا غيرَ كاملٍ.



أرادت أسرة الطالبِ عُمَرَ تَبْلِيْطَ أرضيةِ المنزلِ
ببلاطٍ مربعِ الشَّكْلِ، فإذا كانت مساحةُ البلاطةِ
الواحدة $\frac{1}{16}$ م²، فما طولُ البلاطةِ؟

تعلمت أن المربع الكامل هو العدد الذي يُمكنُ كتابتهُ كحاصل ضربِ عددٍ صحيحٍ
في نفسه، فمثلاً: ١٠٠ (مربع كامل)؛ لأن: $10 \times 10 = 100$
كذلك العدد النسبيُّ يكونُ على صورةِ مربعٍ كاملٍ عندما يكونُ بسطُهُ مربعًا كاملاً،
ومقامه مربعًا كاملاً، فمثلاً: العدد $\frac{4}{9}$ مربع كامل؛ لأن البسط $4 = 2 \times 2$ مربع كامل،
والمقام $9 = 3 \times 3$ مربع كامل.

مثال (١)

ميِّزِ المربَّعاتِ الكاملة في كلِّ ممَّا يأتي، مع ذكرِ السَّببِ:

٠,٨ (٤)

٠,٤٩ (٣)

$\frac{16}{20}$ (٢)

$\frac{36}{64}$ (١)

(١) $\frac{36}{64}$ مربعٌ كاملٌ؛ لأنَّ البَسْطَ ٣٦ هو حاصلُ ضربِ عددٍ صحيحٍ في نفسه وهو

6×6 ، والمقام ٦٤ هو حاصلُ ضربِ عددٍ صحيحٍ في نفسه وهو 8×8 .

(٢) $\frac{16}{20}$ ليسَ مربعًا كاملاً؛ لأنَّ المَقامَ ٢٠ لا يمكنُ كتابتهُ كحاصلِ ضربِ عددٍ صحيحٍ

في نفسه.

(٣) $\frac{49}{100} = 0,49$ مربعًا كاملاً؛ لأنَّ بَسْطُهُ ومَقامُهُ مربعاتٌ كاملةٌ (تحققُ مِنْ ذلك).

(٤) $\frac{8}{10} = 0,8$ ليسَ مربعًا كاملاً. (لماذا؟)

تعلَّمتُ أنَّ **الجذرَ التربيعيَّ** للعددِ الصحيحِ الموجِبِ عمليَّةٌ عكسيَّةٌ لمربعِ العددِ،
فمثلاً:

$$25 = \sqrt{25} \text{ ومنه } 5 = \sqrt{25}$$

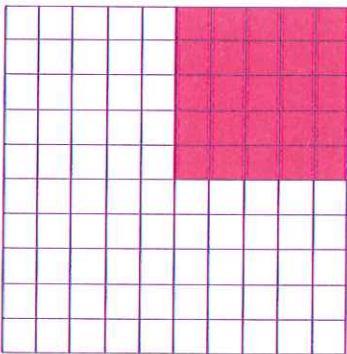
تذكَّر:

مساحةُ المربعِ = (طولُ الضلع)^٢

طولُ ضلعِ المربعِ = $\sqrt{\text{مساحةُ المربعِ}}$

وفي هذا الدرسِ سنجدُ الجذرَ التربيعيَّ للعددِ النسبيِّ الموجِبِ.

يُمكنُ تمثيلُ العددِ ٠,٢٥ على ورقةٍ مربعاتٍ مساحتها (١٠٠) وحدةٍ مربَّعةٍ، كما في



الشكل المجاور:

ما مساحةُ المربعِ المُظللِ؟

ما طولُ ضلعِ المربعِ؟

لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب على صورة كسر عادي، نجد الجذر التربيعي لكل من البسط والمقام.

مثال (٢)

جد الجذر التربيعي لكل عدد من الأعداد الآتية:

$$٦٤ (١) \quad \frac{٨١}{١٩٦} (٢) \quad ٠,٣٦ (٣) \quad ٢ \frac{٧}{٩} (٤)$$

الحل

$$(١) \quad ٨ = \sqrt{٦٤}$$

$$\text{لأن: } ٦٤ = ٨ \times ٨ = ٢٨$$

$$(٢) \quad \frac{٩}{١٤} = \sqrt{\frac{٨١}{١٩٦}}$$

$$\text{لأن: } \frac{٨١}{١٩٦} = \frac{٩}{١٤} \times \frac{٩}{١٤} = ٢ \left(\frac{٩}{١٤} \right)$$

$$(٣) \quad \sqrt{\frac{٣٦}{١٠٠}} = \sqrt{٠,٣٦}$$

التحويل لكسر عادي

$$\frac{٦}{١٠} =$$

$$\text{لأن: } \frac{٣٦}{١٠٠} = \frac{٦}{١٠} \times \frac{٦}{١٠}$$

$$(٤) \quad \sqrt{\frac{٢٥}{٩}} = ٢ \frac{٧}{٩}$$

التحويل لكسر عادي.

$$\frac{٥}{٣} =$$

$$\text{لأن: } \frac{٢٥}{٩} = \frac{٥}{٣} \times \frac{٥}{٣}$$

تذكر:

يمكن إيجاد الجذر التربيعي للعدد بتحليله إلى

$$\text{العوامل الأولية فمثلاً: } \sqrt{١٩٦} = \sqrt{٧ \times ٧ \times ٢ \times ٢}$$

$$١٤ = ٧ \times ٢ =$$

٢	١٩٦
٢	٩٨
٧	٤٩
٧	٧
	١



اكتب قاعدة لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي، وتحقق من صحة حلك.

١ تدريب

جد الجذر التربيعي لكل عدد من الأعداد الآتية:

$$3 \frac{1}{16} \quad (3)$$

$$0.04 \quad (2)$$

$$\frac{225}{400} \quad (1)$$

٢ تدريب

ميّز المربعات الكاملة في ما يأتي:

$$\frac{1}{35} \quad (4)$$

$$0.09 \quad (3)$$

$$1.17 \quad (2)$$

$$\frac{121}{169} \quad (1)$$

مثال (٣)

جد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{\frac{26}{100}}$

الحل

المقام: 100 (مربع كامل) جذره التربيعي $= 10$

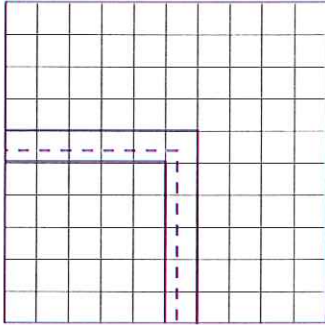
البسط: 26 ليس مربعًا كاملاً، ولإيجاد جذره التربيعي، نحصره بين مربعين كاملين متتاليين، على خط الأعداد.

لاحظ أن العدد (26) ينحصر بين المربعين الكاملين المتتاليين (25) و (36)



أخذ الجذر التربيعي للأعداد الثلاثة.

حساب الجذر التربيعي للمربعين الكاملين.



$$\sqrt{36} > \sqrt{26} > \sqrt{25}$$

$$6 > \sqrt{26} > 5$$

وبما أن العدد (٢٦) أقرب إلى العدد (٢٥)

$$\frac{5}{10} \approx \frac{26}{100} \sqrt{\quad} \text{ وبالتالي فإن: } 5 \approx \sqrt{26}$$

لاحظ الشكل المجاور الذي يمثل القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{26}$

تدريب ٣

جد قيمة تقريبية للعدد ٠,٨٦ ، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة.

فكر وناقش



(١) قرب عمر ويسرى العدد: $\sqrt{200}$ ، فكانت إجابة عمر (١٠٠) ، وإجابة يسرى (١٤) . من منهما إجابته صحيحة؟ مع ذكر السبب.

(٢) قال عامر: إن $\sqrt{120} \approx 10$ ؛ لأن $\sqrt{120} > \sqrt{120} > \sqrt{100}$ هل تؤيد ما قاله عامر؟ برّر إجابتك.

(١) جذ قيمة كل مما يأتي:

أ ($\sqrt{\frac{625}{900}}$) ب ($\sqrt{3,24}$) ج ($\sqrt{\frac{23}{25}}$) د ($\sqrt{\frac{15}{49}}$)

(٢) قدر قيمة كل مما يأتي، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة:

أ ($\sqrt{\frac{14}{81}}$) ب ($\sqrt{1,22}$) ج ($\sqrt{2\frac{4}{30}}$)

(٣) رتب الأعداد الآتية تصاعدياً: $\sqrt{50}$ ، $\frac{15}{2}$ ، $7,7$ ، $\sqrt{\frac{160}{2}}$

(٤) احصر كلاً من الأعداد الآتية بين مربعين كاملين:

أ ($0,03$) ب ($\frac{13}{16}$) ج ($0,08$)

(٥) عيّن موقعاً تقريبياً للعدد $\sqrt{82}$ على خط الأعداد.

(٦) اشترى أحمد سجادةً مربعة الشكل، مساحتها $6,25$ م^٢، ما طول السجادة؟

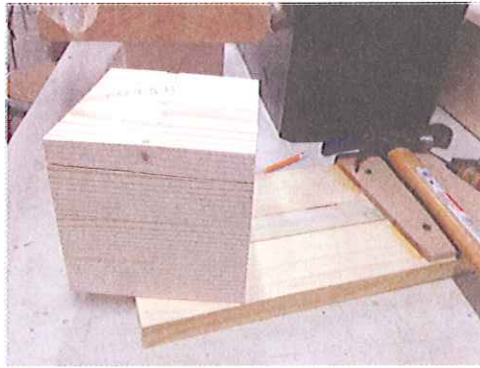
(٧) أنا عدد جذري التربيعي يقع بين جذري العددين: 100 ، 121 ، وأنا أقرب إلى جذر 100 ، فمن أنا؟

(٨) عددان يقع جذراهما التربيعيان بين العددين 7 ، 8 ، حيث يكون الجذر التربيعي لأحدهما أقرب ما يكون للعدد 7 ، والجذر التربيعي للعدد الثاني أقرب ما يكون للعدد 8 . فما العددان؟ قارن إجابتك مع إجابات زملائك.

النتائج

- تجدُ الجزر التكعيبي لعددٍ نسبيٍّ يُمثَّلُ مكعبًا كاملاً.
- تُقدِّرُ الجزر التكعيبي لعددٍ نسبيٍّ يُمثَّلُ مكعبًا غيرَ كاملٍ .

مُكعبٌ خشبيٌّ حجمُهُ $\frac{64}{125}$ دسم^٣، ما طولُ ضلعه؟



تعلمت أن المكعب الكامل هو العدد الذي يُمكنُ كتابته كحاصل ضرب عدد صحيح في نفسه ثلاث مرّات، فمثلاً: ١٢٥ هو مكعب كامل؛ لأن $5 \times 5 \times 5 = 125$ كذلك العدد النسبي يكون على صورة مكعب كامل، عندما يكون بسطه مكعباً كاملاً، ومقامه مكعباً كاملاً فمثلاً: العدد $\frac{8}{27}$ مكعب كامل؛ لأن البسط $2 \times 2 \times 2 = 8$ ، مكعب كامل، والمقام $3 \times 3 \times 3 = 27$ ، مكعب كامل.

مثال (١)

ميّز المكعبات الكاملة في ما يأتي:

(١) $\frac{1}{1000}$ (٢) $\frac{8}{120}$ (٣) $0,027$ (٤) $0,25$

$$(1) \frac{1}{1.000} \text{ مكعّب كامل؛ لأنّ البسّط } 1 \text{ مكعّب كامل للعدد } 1$$

والمقام ١٠٠٠ مكعّب كامل للعدد ١٠

$$(2) \frac{8}{120} \text{ ليس مكعّبًا كاملاً؛ لأنّ } \dots\dots\dots$$

$$(3) 0,027 = \frac{27}{1000} \text{ مكعّبًا كاملاً؛ لأنّ } \dots\dots\dots$$

$$(4) 0,25 = \frac{25}{1000} \text{ ليس مكعّبًا كاملاً؛ لأنّ } \dots\dots\dots$$

١ تدريب

املاؤا الجدول الآتي:

العدد	يُمثّل مكعّبًا كاملاً	السبب
$\frac{8}{120}$	نعم	لأنّ ٨ مكعّب كامل للعدد ٢ و ١٢٥ مكعّب كامل للعدد ٥
$\frac{64}{100}$		
$\frac{1}{27}$		
٠,٠٢١٦		

تعلّمت كيف تجد الجذر التكعيبي للعدد الصحيح، فمثلاً:

$$2 = \sqrt[3]{8}؛ \text{ لأن } 2 \times 2 \times 2 = 8$$

وفي هذا الدرس سنجد الجذر التكعيبي لعدد نسبي.

لإيجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي، نقوم بإيجاد الجذر التكعيبي لكلٍّ من البسط والمقام.

تذكّر:

$$\begin{aligned} \text{حجم المكعب} &= (\text{طول الضلع})^3 \\ \text{طول ضلع المكعب} &= \sqrt[3]{\text{حجم المكعب}} \end{aligned}$$

مثال (٢)

جدِّ الجذر التكعيبي لكلِّ ممَّا يأتي:

$$(١) \quad \frac{٢٧}{٦٤} \quad (٢) \quad -١٢٥,٠$$

الحلُّ

$$\frac{٢٧}{٦٤} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^3 \quad \text{لأن: } (١) \quad \frac{٣}{٤} = \sqrt[3]{\frac{٢٧}{٦٤}}$$

التحويل لكسرٍ عاديٍّ.

$$\sqrt[3]{\frac{-١٢٥}{١٠٠٠}} = \sqrt[3]{-١٢٥,٠} \quad (٢)$$

إخراج إشارة السالب خارج الجذر (لماذا؟)

$$\sqrt[3]{\frac{-١٢٥}{١٠٠٠}} = \frac{-٥}{١٠} \times \frac{-٥}{١٠} \times \frac{-٥}{١٠} = \left(\frac{-٥}{١٠}\right)^3 \quad \text{لأن } (٣) \quad \left(\frac{٢}{٥}\right)^3$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\frac{-١٢٥}{١٠٠٠}} &= \frac{-٥}{١٠} \\ &= -\frac{٥}{١٠} \end{aligned}$$

تدريب

جدِّ الجذر التكعيبي للأعداد الآتية، وتحقق من صحّة الحلِّ باستخدام الآلة الحاسبة:

$$(١) \quad \frac{١٧}{٢٧} \quad (٢) \quad -١,٠٠١ \quad (٣) \quad \left(\frac{٢}{٥}\right)^3$$

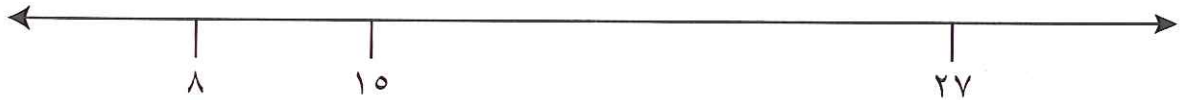
جد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{0,015}$ ، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل

$$\sqrt[3]{\frac{15}{1000}} = \sqrt[3]{0,015}$$

المقام = ١٠٠٠ هو مكعب كامل جذره التكعيبي يساوي ١٠
البسط = ١٥ ليس مكعباً كاملاً، ولإيجاد جذره التكعيبي نحصره بين مكعبين كاملين متتاليين على خط الأعداد.

لاحظ أن العدد (١٥) ينحصر بين المكعبين الكاملين المتتاليين (٨) و (٢٧).



حصر العدد ١٥ بين مكعبين كاملين.

$$27 > 15 > 8$$

أخذ الجذر التكعيبي للأعداد الثلاثة.

$$\sqrt[3]{27} > \sqrt[3]{15} > \sqrt[3]{8}$$

حساب الجذر التكعيبي للمكعبين الكاملين.

$$3 > \sqrt[3]{15} > 2$$

وبما أن العدد (١٥) أقرب إلى العدد (٨)

$$0,2 \approx \frac{2}{10} \approx \sqrt[3]{\frac{15}{1000}}$$

فإن: ويكون $\sqrt[3]{15} \approx 2$ ، وبالتالي فإن:

وعند استخدام الآلة الحاسبة فإن: $\sqrt[3]{0,015} \approx 0,2466212$ وهي إجابة قريبة من ٠,٢

تدريب ٣

جد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{\frac{30}{64}}$ ، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة.

تدريب ٤

اكتشف الخطأ في حل الطالبة جنى:

$$80 = \sqrt[3]{8000}$$

تدريب ٥

اكتب طريقة إيجاد قيمة تقريبية للعدد: $\sqrt[3]{\frac{20}{1000}}$

(١) جذ قيمة كل مما يأتي:

أ ($\sqrt[3]{\frac{1}{512}}$) ب ($\sqrt[3]{0,027}$) ج ($\sqrt[3]{\frac{39}{315}}$)

(٢) قدر قيمة كل مما يأتي، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة:

أ ($\sqrt[3]{\frac{60}{125}}$) ب ($\sqrt[3]{0,212}$) ج ($\sqrt[3]{0,001}$)

(٣) رتب الأعداد الآتية تصاعدياً: $\sqrt[3]{64}$ ، $\frac{13}{2}$ ، ٣,٨ ، $\sqrt[3]{\frac{54}{2}}$

(٤) احصر كلاً من الأعداد الآتية بين مكعبين كاملين:

أ (٠,٠٠٥) ب ($\frac{7}{27}$) ج (٠,٠٩٥)

(٥) خزان ماء مكعب الشكل، حجمه ٣,٣٧٥ م^٣، جذ طول ضلعه.

(٦) غرفة مكعبة الشكل، مساحة أحد جدرانها ١٦ م^٢، جذ حجم الغرفة.

(٧) عدنان صحيحان يقع جذراهما التكعيبيان بين العددين ٢ ، ٥ ، حيث يكون الجذر

التكعيبي لأحدهما أقرب ما يكون للعدد ٢ ، والجذر التكعيبي للعدد الثاني أقرب

ما يكون للعدد ٥ . فما العدادان؟ قارن إجابتك مع إجابات زملائك.

(٨) اكتشف الخطأ في حل أمينة:

أ ($0,8 = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}}$)

ب ($\frac{4}{10} \approx \sqrt[3]{\frac{30}{1000}}$)

النتائج

• تبسّط تعابير عددية تحوي جذوراً، وتحسب قيمتها.



قاعة محاضرات أرضها مربعة الشكل، فيها ٣٦ مقعداً مرتبة على شكل صفوف متساوية. كم مقعداً في كل صف؟

في هذا الدرس سنقوم بتبسيط وحساب قيمة تعابير عددية، تحوي أسساً صحيحة وجذوراً تربيعية وتكعيبية.

تذكّر:

لحساب القيمة العددية لتعبير عدديّ، فإنّ أولويات العمليات الحسابية هي ما داخل الأقواس، ثمّ الضرب والقسمة، ثمّ الجمع والطرح، بدءاً من اليمين.

مثال (١)

جد قيمة كل من التعابير العددية الآتية:

$$(١) \quad ٢^{-٨} \times (٢٦ + ٠٧)$$

$$(٢) \quad \sqrt{٣٦} - \left(٠(٣, ١٢) + \frac{٢}{٢-٤} \right)$$

تطبيق قواعد الأسس

$$\frac{1}{28} \times (36 + 1) = 2^{-8} \times (2^6 + 2^0) \quad (1)$$

الأولوية للقوس، ثم الأس

$$\frac{1}{64} \times 37 =$$

البسط × البسط، والمقام × المقام

$$\frac{37}{64} =$$

$$\text{تطبيق قواعد الأسس} \quad (1 + 2^4 \times 2) - 6 = (2^0(3, 12) + \frac{2}{2-4}) - 36\sqrt{\quad} \quad (2)$$

$$\text{الأولوية للأس داخل القوس،} \quad (1 + 16 \times 2) - 6 =$$

$$\text{ثم الضرب، ثم الجمع} \quad (1 + 32) - 6 =$$

$$33 - 6 =$$

$$27 =$$

تدريب ١

- (١) اكتب طريقة الحل للفرع (١) في المثال السابق.
 (٢) اكتب طريقة الحل للفرع (٢) في المثال السابق.
 (٣) قارن بين الطريقتين.

تدريب ٢

جد قيمة كل مما يأتي:

$$(1) \frac{1}{2-5} + 27 - 62$$

$$(2) \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} \times \left(\sqrt{\frac{4}{2-5}} - \sqrt{0,81} \right)$$

$$(3) \frac{1}{2-3} + 3(12 - 9)$$

جد قيمة كل مما يأتي:

$$(1) 10 - \sqrt{0,25} \sqrt{10}$$

$$(2) \frac{18}{11} \times \frac{121}{29} \sqrt{1} + \frac{1}{2-6} \sqrt{1}$$

الحل

التحويل لكسر عادي.

$$(1) 10 - \frac{25}{100} \sqrt{10} = 10 - 0,25 \sqrt{10}$$

الجزر للبسط والمقام.

$$10 - \frac{5}{10} \times 10 =$$

الاختصار.

$$10 - 5 =$$

الطرح.

$$10 - 5 =$$

$$(2) \frac{18}{11} \times \frac{121}{29} \sqrt{1} + \frac{1}{2-6} \sqrt{1}$$

$$\text{تطبيق قواعد الأسس.} \quad \frac{18}{11} \times \frac{121}{81} \sqrt{1} + \sqrt{26} \sqrt{1} =$$

$$\text{الأولية للأسس والجدور.} \quad \frac{18}{11} \times \frac{11}{9} + \sqrt{36} \sqrt{1} =$$

بالاختصار

$$2 + 6 =$$

الجمع

$$8 =$$

تدريب ٣

جد قيمة كل من التعابير العددية الآتية:

$$(1) 35 - \sqrt{0,64} \sqrt{100}$$

$$(2) \frac{24}{3} \times \frac{36}{28} \sqrt{1} - \frac{1}{2-7} \sqrt{1}$$

اكتشف الخطأ وصححه في ما يأتي:

$$22 = 2(2-) - \frac{125}{1000} \sqrt[3]{36}$$

(١) جد قيمة كل من التعابير العددية الآتية:

$$(أ) \left(\sqrt{\frac{1}{4}} \div \sqrt{0,81} \right) \times \sqrt{\frac{49}{36}}$$

$$(ب) \left(\sqrt{\frac{125}{216}} - \sqrt{2,25} \right) \times 0,01$$

(٢) رتب الأعداد الآتية تنازلياً: (-9) ، $\sqrt{0,04}$ ، $\sqrt[3]{0,027}$ ، $1-2$

(٣) تحتاج غرفة مربعة الشكل إلى ٤٠٠ بلاطة لتبليط الأرضية، كم بلاطة سيتم وضعها في كل صف؟

(٤) لدى فرح صورة لأسرتها مربعة الشكل، مساحتها ٠,٠٩ م^٢، أرادت وضعها في برواز، فإذا كان ثمن المتر الطولي للبرواز ١,٥ دينار، فما ثمن البرواز؟

$$(٥) قال غسان: إن $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$ $7 = 3 + 4 = \sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{9+16}$$$

$$\text{بينما قال مجدي: إن } \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

أي المقولتين السابقتين صحيحة؟ مع ذكر السبب.

(٦) اكتشف الخطأ وصححه في ما يأتي:

$$17 = (-2)^3 + \sqrt{\frac{49}{196}} 18$$

(١) جُد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:

أ) $\frac{3-}{2-4}$

ب) $\frac{32}{02}$

ج) $\sqrt[3]{1 \frac{61}{64}}$

د) $\sqrt{0,76}$

(٢) قَدِّر قيمة كلِّ ممَّا يأتي، وتحقق من معقولية التقدير باستخدام الآلة الحاسبة.

أ) $\sqrt{0,33}$

ب) $\sqrt[3]{0,245}$

ج) $\sqrt{\frac{1}{0}}$

(٣) جُد قيمة كلِّ من التعبيرات العددية الآتية:

أ) $2-(3+5)-(-8)+2$

ب) $17+3-(2) \times 3-5$

ج) $\sqrt[3]{0,001} \times 4 + \sqrt{0,25} \times 4$

(٤) رتِّب الأعداد الآتية تصاعديًّا، دون حساب القيمة العددية لها:

$03, 23, 2-3, 03$

(٥) اكمل النمط الآتي:

$$٢٧ = ٣٣$$

$$٩ = ٣٣$$

$$٣ = ١٣$$

$$\square = ٠٣$$

$$\square = ١-٣$$

$$\square = ٢-٣$$

$$\square = ٣-٣$$

(٦) إذا كان عدد طلاب الصف السابع ٨١ طالبًا، أرادوا التقاط صورة جماعية مناسبة
انتهاء العام الدراسي، وقد اصطفوا مشكّلين مربّعًا، كم طالبًا يجب أن يكون في
كل صف؟

(١) يتكوّن هذا السؤال من (٥) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل منها (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي:

$$= \frac{1}{2-5} \quad (١)$$

(ب) - ٢٥

(أ) ٢٥

(د) $\frac{1}{10}$

(ج) $\frac{1}{25}$

$$= \sqrt[3]{1,44} \quad (٢)$$

(ب) ١,٢

(أ) ١٢

(د) ٠,٠١٢

(ج) ٠,١٢

$$= (٣ -) + (٧) \quad (٣)$$

(ب) ١٠

(أ) ٤

(د) ٠

(ج) ٢

$$= \sqrt[3]{(25-)} \quad (٤)$$

(ب) - ٥

(أ) ٥

(د) - ٢٥

(ج) ٢٥

(٥) أحد الأعداد الآتية يُعتبر مربعًا كاملاً، ومكعبًا كاملاً:

(ب) $\frac{8}{100}$

(أ) $\frac{25}{1000}$

(د) $\frac{27}{10000}$

(ج) $\frac{1}{64}$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورته ممكنة:

أ) $(\sqrt{400} - 10) \cdot 10$

ب) $(\sqrt{0,01} \times \sqrt{0,001}) \times (-10)^2$

(٣) غرفة عليّ مكعبة الشكل، مساحة أحد جدرانها $\frac{225}{4}$ م^٢، وغرفة خالد مكعبة

الشكل، حجمها $\frac{1000}{8}$ م^٣، أي الغرفتين طول ضلعها هو الأطول؟ برّر إجابتك.

الوحدة الرابعة

المجموعات والعلاقات



نستخدم في حياتنا اليومية كلمة مجموعة لتدلّ على تجمع أشياء عدّة، تشترك بصفة مميزة، مثل مجموعة أفراد أسرتك، أو مجموعة طلاب مدرستك، كما نستخدم في الرياضيات المجموعات مثل مجموعة الأعداد الطبيعية، أو مجموعة الأعداد الصحيحة، أو مجموعة الأعداد النسبية.

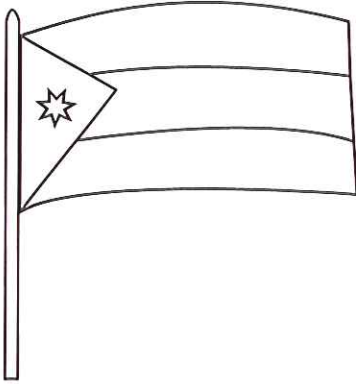


يتوقع من الطالب في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تعرّف مفهوم المجموعة، وكتابتها بطريقة ذكر العناصر فيها.
- كتابة المجموعة بطريقة تحديد الصفة المميزة لعناصرها، وتمثيلها بأشكال فن.
- تعرّف مفهوم المجموعة الخالية، والمجموعة الجزئية.
- تعرّف مفهوم تقاطع واتحاد المجموعات.
- تعرّف مفهوم الفرق بين مجموعتين.
- تعرّف مفهوم المجموعة الكلية، والمجموعة الجزئية.
- إيجاد حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين.
- تعرّف العلاقة كمجموعة جزئية من الضرب الديكارتي.
- إيجاد المجال والمدى للعلاقة ع، وتمثيلها على المستوى البياني، وبمخطط سهمي.

النتائج

- تتعرفُ على مفهومِ العنصرِ والمجموعة.
- تكتبُ المجموعةَ بذكرِ جميعِ عناصرها.



رسمُ أحمدُ العلمَ الأردنيّ، وأرادَ أن يلوّنهُ، ما هي الألوان التي يحتاجها؟

تَعْلَمُ أَنَّ الألوانَ المستخدمةَ في العلمِ الأردنيّ هي: الأخضرُ، والأسودُ، والأحمرُ والأبيضُ، وتُسمّى هذه الألوانُ مجموعةَ ألوانِ العلمِ الأردنيّ، ويكثرُ استعمالُ كلماتٍ مرادفةٍ لكلمةِ المجموعةِ في حياتنا اليوميةِ مثل: أسرة، وعائلة، وفريق، وباقة، وجماعة، وقطيع، وسرب... لتدلّ على تجمّعٍ من الأشياءِ، أو العناصرِ التي يُنظرُ إليها كوحدةٍ واحدةٍ.

المجموعةُ: هي تجمّعُ عددٍ من العناصرِ المختلفةِ المشتركةِ بصفةٍ أو أكثر، والمعرفةُ تعريفاً تاماً.

مثال (١)

أيّ التجمّعاتِ الآتيةِ تُمثّلُ مجموعةً، ولماذا؟

- (١) فصولِ السّنةِ. (٢) أشهرِ السّنةِ الميلاديّةِ.

(٣) الأسماء المختلفة لطلبة صفك.

(٤) حواس الإنسان.

(٥) الطلبة طوال القامة في صفك.

الحل

نلاحظ أن فصول السنة، وأشهر السنة الميلادية، والأسماء المختلفة لطلبة صفك، وحواس الإنسان، تُمثّل مجموعات.

بينما لو نظرنا إلى الطلبة طوال القامة في صفك، فهذا التّجمع لا يُمثّل مجموعة؛ لأنّه ليس معرفاً تعريفاً تاماً، بمعنى: قد يرى البعض أن أحد الطلبة طويل القامة، بينما يراه الآخر غير ذلك، فهذه الصّفة نسبيّة؛ لهذا لا نستطيع أن نطلق عليها اسم مجموعة، ونكتفي بالقول بأنّها تجمّع، وبهذا فإنّ كلّ مجموعة تُعدّ تجمّعاً وليس كلّ تجمّع مجموعة.

تدريب ١

اذكر ثلاثة تجمّعات تُمثّل مجموعة؟

- تُسمّى الأشياء المكوّنة للمجموعة عناصر المجموعة، فالألوان: الأخضر، والأسود، والأحمر والأبيض، هي عناصر في مجموعة ألوان العلم الأردني.
- تُكتب عناصر المجموعة داخل الرّمز { } ، ويفصل بين العنصر والعنصر إشارة الفاصلة (،).

- لا يُشترط التّرتيب بين العناصر، ويُشترط عدم تكرار العنصر الواحد.

بذلك تُكتب مجموعة ألوان العلم الأردني على الصورة:



اكتب عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية:

- (١) مجموعة حواسِّ الإنسان.
- (٢) مجموعة أحرفِ اسمِ عليٍّ.
- (٣) مجموعة أحرفِ اسمِ مُحمَّدٍ.
- (٤) مجموعة الأعدادِ الطبيعيَّةِ.

الحلُّ

(١) مجموعة حواسِّ الإنسان هي: { السَّمْع ، البَصَر ، الشَّم ، اللَّمس ، الذَّوْق }

ويُمكنُ كتابةُ مجموعة حواسِّ الإنسانِ بترتيبِ العناصرِ بشكلٍ آخر

هو: { البَصَر ، الذَّوْق ، السَّمْع ، الشَّم ، اللَّمس }

(٢) مجموعة أحرفِ كلمةِ عليٍّ هي: { ع ، ل ، ي } ويُمكنُ كتابتها بأشكالٍ أخرى، اكتبها بشكلٍ آخر.

(٣) مجموعة أحرفِ كلمةِ مُحمَّدٍ هي: { م ، ح ، د } لاحظْ هنا أنَّ حرفَ م مكرَّرٌ في

كلمةِ مُحمَّدٍ؛ لذلك لا يجوزُ كتابتهُ مرَّةً أخرى داخلَ المجموعة، ويُمكنُ كتابةُ

المجموعةِ ذاتها على الصورة: { د، م ، ح } وكذلك { ح، د ، م } ... وهكذا.

(٤) مجموعة الأعدادِ الطبيعيَّةِ هي: { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ... }

لاحظْ أنَّ المجموعاتِ الواردةِ في المثالِ السابقِ (١)، (٢)، (٣)

يُمكنُ تحديدُ عددِ عناصرها، ففي (١) يوجد ٥ عناصر، وفي الفرعين (٢) و (٣)

يوجد ٣ عناصر؛ لذا تُسمَّى كلُّ منها **مجموعةً مُنتهيةً**.

ولكنَّ يستحيلُ تحديدُ عددِ عناصرِ المجموعةِ الواردةِ في (٤)، فتُسمَّى مجموعةً **غيرَ**

مُنتهيةً.

ونكتب عناصر المجموعة غير المنتهية، بكتابة بعض عناصرها، ثم نضع ثلاث نقاط
للدلالة على وجود عدد لا نهائي من العناصر، فمجموعة
الأعداد الطبيعية هي: $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
ومجموعة مضاعفات العدد 3 هي: $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

- المجموعة المنتهية: هي المجموعة التي يمكن تحديد عدد عناصرها.
- المجموعة غير المنتهية: هي المجموعة التي لا يمكن تحديد عدد عناصرها.

تدريب ٢

- اكتب عناصر كل من المجموعات الآتية، وحدد هل هي مجموعة منتهية أم لا؟
- (١) مجموعة عواصم بلاد الشام.
 - (٢) مجموعة أرقام منازل العدد ٥٧٢٥
 - (٣) مجموعة الأعداد الزوجية.
 - (٤) مجموعة أحرف كلمة هدهد.
 - (٥) مجموعة الأعداد الصحيحة.
- يُستعمل الحرف الهجائي ليرمز إلى المجموعة، فمثلاً يرمز إلى مجموعة ألوان العلم الأردني بالحرف ل، أو أي حرف آخر.
- $L = \{\text{الأخضر، الأسود، الأحمر، الأبيض}\}$
- ونقول: إن اللون الأحمر ينتمي إلى مجموعة ألوان العلم الأردني، ونعبر عن ذلك بالرموز: الأحمر $\in L$ (فالرمز \in : يُقرأ ينتمي)
- بينما نقول: إن الأزرق لا ينتمي إلى مجموعة ألوان العلم الأردني، ونعبر عن ذلك بالرموز كما يلي: الأزرق $\notin L$ ، وتقرأ العبارة: (الأزرق لا ينتمي إلى المجموعة ل).
- (فالرمز \notin : يُقرأ لا ينتمي)

ضع أحد الرّمزين \exists ، \nexists في ☐ لتصبح العبارة صحيحة في كلِّ ممّا يأتي:

(١) $9 \in \{3, 9, 6\}$ ☐ (٢) $396 \in \{3, 9, 6\}$ ☐

(٣) النّمر ☐ مجموعة الحيوانات الأليفة (٤) $197 \in$ مجموعة الأعداد الزوجية.

(٥) الحرف د ☐ مجموعة أحرف كلمة صادق.

الحل

(١) $9 \in \{3, 9, 6\}$ ☐ (٢) $396 \in \{3, 9, 6\}$ ☐

(٣) النّمر ☐ مجموعة الحيوانات الأليفة (٤) $197 \in$ مجموعة الأعداد الزوجية.

(٥) الحرف د ☐ مجموعة أحرف كلمة صادق.

فكر وناقش



إذا كانت S هي مجموعة الأعداد الفردية، اكتب ثلاثة عناصر تنتمي إلى S ، وثلاثة عناصر أخرى لا تنتمي إلى S .

تدريب ٣

إذا كانت V هي مجموعة مربّعات الأعداد الكاملة المحصورة بين العددين ١٠، ٨٨، أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) اكتب عناصر المجموعة V .

(٢) ضع أحد الرّمزين \exists ، \nexists في ☐ لتصبح العبارة صحيحة في كلِّ ممّا يأتي:

أ) $9 \in V$ ☐ ب) $15 \in V$ ☐ ج) $25 \in V$ ☐

د) $63 \in V$ ☐ هـ) $4 \in V$ ☐ و) $49 \in V$ ☐

(١) ضع أحد الرّمزين \exists ، \nexists في ☐ لتصبح العبارة صحيحة في كلِّ ممّا يأتي:

أ (٢) ☐ مجموعة الأعداد الأولية.

ب (ف) ☐ مجموعة أحرف كلمة مدرسة.

ج (٩٦) ☐ مجموعة مضاعفات العدد ٣ .

د (شعبان) ☐ مجموعة أشهر السنة الميلادية.

هـ (٧) ☐ مجموعة عوامل العدد ٦٣ .

و (٥٠١) ☐ مجموعة الأعداد الفردية

(٢) اكتب عناصر كلِّ من المجموعات الآتية:

أ (مجموعة أسماء الصلوات الخمس المفروضة.

ب) مجموعة أسماء أضلاع المثلث أ ب ج.

ج) مجموعة أرقام منازل العدد ٤٠٠٠ .

د (مجموعة الدول التي لها حدود مشتركة مع الأردن.

(٣) اذكر مثالاً على مجموعة غير منتهية.

(٤) إذا كانت س هي مجموعة عوامل العدد ١٠٠ ، أجب عن الأسئلة الآتية:

أ (اكتب عناصر المجموعة س.

ب) ضع أحد الرّمزين \exists ، \nexists في ☐ لتصبح العبارة صحيحة في كلِّ ممّا يأتي:

س ☐ (٢) ٨

س ☐ (١) ٢

س ☐ (٤) ٥٠

س ☐ (٣) ٢٥

النتائج

- تكتب المجموعة بذكر الصفة المميزة لعناصرها.
- تمثل المجموعة بأشكال فن.

اكتب مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقل عن ١٠٠٠

تعلمت في الدرس السابق كيف تكتب عناصر المجموعة بذكر جميع عناصرها، وفي هذا الدرس سنتطرق إلى طريقة أخرى لكتابة عناصر المجموعة، وهي كتابة المجموعة بذكر الصفة المميزة لعناصرها.

إذا كانت س هي مجموعة ألوان العلم الأردني

فإن: $S = \{\text{الأخضر ، الأسود ، الأحمر ، الأبيض}\}$

ويمكن التعبير عنها بطريقة أخرى كما يأتي:

$S = \{z : z \text{ لون من ألوان العلم الأردني}\}$

وتقرأ س على أنها (مجموعة الألوان ز، حيث ز لون من ألوان العلم الأردني)،

وتسمى هذه الطريقة كتابة المجموعة بذكر **الصفة المميزة لعناصرها**.

مثال (١)

اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر الصفة المميزة لعناصرها:

(١) مجموعة أشهر السنة الميلادية.

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية.

(٣) مجموعة الدول العربية في قارة آسيا.

(٤) مجموعة الأعداد الصحيحة التي تزيد عن ٤١
(٥) مجموعة الأعداد النسبية التي تقع بين (٧) و (٥٠٠٠)

الحل

(١) مجموعة أشهر السنة الميلادية:

ص = { م : م شهر من أشهر السنة الميلادية }.

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية:

ع = { ل : ل عدد من الأعداد الطبيعية }.

ويمكن التعبير عنها ع = { ل : ل ∈ الأعداد الطبيعية }.

(٣) مجموعة الدول العربية في قارة آسيا:

س = { أ : أ دولة من الدول العربية في قارة آسيا }.

(٤) مجموعة الأعداد الصحيحة التي تزيد عن ٤٢:

س = { ل : ل عدد صحيح أكبر من ٤٢ }.

ويمكن التعبير عنها: س = { ل : ل ∈ الأعداد الصحيحة، ل < ٤٢ }.

(٥) مجموعة الأعداد النسبية التي تقع بين ٧ و ٥٠٠٠:

ص = { ب : ب عدد نسبي يقع بين ٧ و ٥٠٠٠ }.

تدريب ١

اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر الصفة المميزة لعناصرها:

(١) مجموعة أحرف كلمة رياضيات.

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقع بين ٥٠، ١٠٠.

(٣) مجموعة قواسم العدد ٢٠.

(٤) مجموعة الأعداد النسبية التي تقل عن الصفر.

اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر جميع عناصرها:

$$(١) \text{ ص} = \{ \text{م} : \text{م يوم من أيام الأسبوع} \}.$$

$$(٢) \text{ ل} = \{ \text{ن} : \text{ن عدد أولي أقل من } ٣٠ \}$$

$$(٣) \text{ ق} = \{ \text{ر} : \text{ر حرف من أحرف كلمة ننع} \}.$$

الحل

$$(١) \text{ ص} = \{ \text{السبت ، الأحد ، الاثنين ، الثلاثاء ، الأربعاء ، الخميس ، الجمعة} \}$$

$$(٢) \text{ ل} = \{ ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣ ، ٢٩ \}$$

$$(٣) \text{ ق} = \{ \text{ن ، ع} \}$$

تدريب ٢

اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر جميع عناصرها:

$$(١) \text{ ت} = \{ \text{د} : \text{د شهر من أشهر السنة الهجرية} \}.$$

$$(٢) \text{ ح} = \{ \text{و} : \text{و مضاعف من مضاعفات العدد } ٧ ، \text{أقل من } ١٥٠ \}.$$

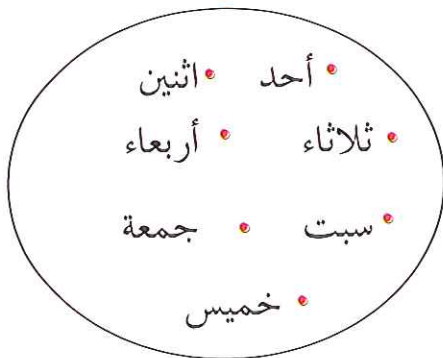
$$(٣) \text{ هـ} = \{ \text{ش} : \text{ش محافظة من محافظات المملكة الأردنية الهاشمية} \}.$$

يمكن تمثيل المجموعة بمنحنى مغلق، وتمثل عناصرها بنقاط داخل المنحنى،
نُسمي مثل هذا التمثيل، التمثيل **بأشكال فن (Venn)**

فمجموعة أيام الأسبوع:

$$\text{ع} = \{ \text{س} : \text{س يوم من أيام الأسبوع} \}.$$

يمكن تمثيلها بأشكال فن كما في الشكل المجاور.

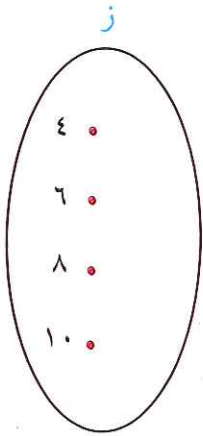


إذا كانت ز هي مجموعة الأعداد الزوجية المحصورة بين العددين ٣، ١١
(١) اكتب عناصر المجموعة ز.
(٢) مثل المجموعة ز بأشكال فنّ.

الحل

$$Z = \{ 4, 6, 8, 10 \}$$

(٢) يمكن تمثيل المجموعة ز بأشكال فنّ كما في الشكل المجاور



تدريب ٣

مثل كلاً من المجموعات الآتية بأشكال فنّ:

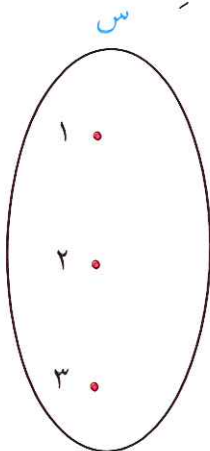
- (١) مجموعة قواسم العدد ٣٣.
- (٢) مجموعة أحرف كلمة سمس.
- (٣) مجموعة مضاعفات العدد ٨، التي تقل عن ٦٠.

فكر وناقش



انظر إلى الشكل المجاور، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

- اكتب عناصر المجموعتين س، ص.
- اكتب كلاً من المجموعتين س، ص،
بذكر الصفة المميزة لعناصرها.



(١) اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر الصفة المميزة لعناصرها:

أ (مجموعة قواسم العدد ١٥٠ .

ب) مجموعة أحرف كلمة الأردن.

ج) مجموعة مضاعفات العدد ٩ ، التي تقل عن ٢٠٠ .

د (مجموعة أرقام منازل العدد ١٠٢٥٤٦٧ .

(٢) اكتب كلاً من المجموعات الآتية بذكر جميع عناصرها:

أ (س = { د : د شهر من أشهر السنة الميلادية } .

ب) ص = { و : مضاعف من مضاعفات العدد ٨ ، أقل من ١٠٠ } .

ج) هـ = { ش : ش حرف من أحرف كلمة سلطان } .

د (ع = { ل : ل عدد من الأعداد الطبيعية الأقل من ١٢ } .

(٣) مثل كلاً من المجموعات الآتية بأشكال فن:

أ (مجموعة ألوان الطيف الشمسي .

ب) مجموعة أحرف كلمة ليمون .

ج) مجموعة قواسم العدد ١٨ .

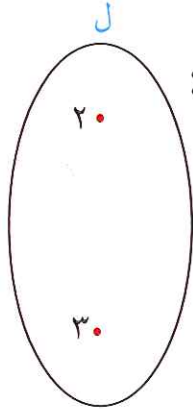
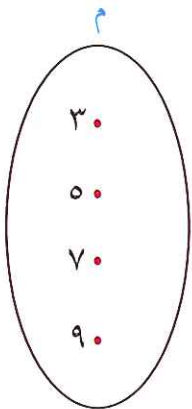
د (ع = { ١١ ، ٩ ، ٥ ، ٣ } .

(٤) انظر إلى الشكل المجاور، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

أ (اكتب عناصر كل من المجموعتين ل ، م .

ب) اكتب كلاً من المجموعتين ل ، م

بذكر الصفة المميزة لعناصرها.



النتائج

- تتعرف مفهوم المجموعة الجزئية، والمجموعة الخالية.



- الصورة المجاورة تمثل مجموعة أطفال إحدى الأسر، إذا رُمز للمجموعة بالرمز ك؛
- (١) اكتب عناصر المجموعة ك
 - (٢) اكتب عناصر المجموعة التي تمثل أسماء الذكور.
 - (٣) ماذا تمثل هذه المجموعة بالنسبة للمجموعة ك؟
 - (٤) ماذا نستطيع أن نسميها؟

تعلمت في الدرس السابق كيفية كتابة عناصر المجموعة، فعناصر المجموعة ك هي : ك = { لين ، أحمد ، محمد ، حمزة ، روى } .
 وإذا كانت المجموعة س، تمثل مجموعة أسماء الذكور، فإن:
 س = { أحمد ، محمد ، حمزة } .
 لاحظ أن كل عنصر في س هو عنصر في ك
 نقول في هذه الحالة: إن س مجموعة جزئية من المجموعة ك.
 ويُعبّر عنها بالرمز (س ⊆ ك)

تُسمى ص مجموعة جزئية من المجموعة س، إذا كان كل عنصر في ص ينتمي إلى س،
 ونُعبّر عن ذلك بالرموز على الصورة ص ⊆ س، وإذا كانت المجموعة س تحتوي على
 عنصر أو أكثر غير موجود في المجموعة ص فنقول في هذه الحالة: إن ص مجموعة
 جزئية فعلية من المجموعة س، ونُعبّر عن ذلك بالرموز على الصورة ص ⊂ س.

ومن خلال التعريف السابق يمكننا القول: إن S مجموعة جزئية فعلية من المجموعة K ، ويُعبّر عنها بالرمز $S \subseteq K$ ؛ لوجود عناصر $\in K$ ، ولكنها $\notin S$ مثل لين، رؤى.

بينما لو أخذنا المجموعة $V = \{أحمد، محمد، أمجد\}$ نلاحظ أن العنصر أمجد $\in V$ ، ولكن أمجد $\notin K$ ، نقول في هذه الحالة:

إن المجموعة V ليست مجموعة جزئية من المجموعة K ، ويُعبّر عنها بالرمز $V \not\subseteq K$ ، وكذلك ليست مجموعة جزئية فعلية من K ، ويُعبّر عنها بالرمز $V \not\subset K$.

مثال (١)

إذا كانت $S = \{٢، ٣، ٥، ٩\}$

أي المجموعات الآتية هي مجموعة جزئية من S ، وأيها مجموعة جزئية فعلية من S ، مع ذكر السبب؟

(١) $L = \{٢، ٣\}$ (٢) $M = \{١، ٣، ٥\}$ (٣) $E = \{٥، ٢، ٣، ٩\}$

الحل

(١) المجموعة L مجموعة جزئية من المجموعة S ؛ لأن كل عنصر في L ينتمي إلى S ، وهي أيضاً مجموعة جزئية فعلية من S ؛ لوجود عناصر تنتمي إلى S مثل ٥ ، ٩ ولكنها لا تنتمي للمجموعة L .

(٢) المجموعة M ليست مجموعة جزئية من S لوجود عنصر ينتمي إلى M ولا ينتمي إلى S وهو ١ ، وبالتالي ليست مجموعة جزئية فعلية من S .

(٣) المجموعة E مجموعة جزئية من S ؛ لأن كل العناصر في E تنتمي إلى S ، لكنها ليست مجموعة جزئية فعلية من S لعدم وجود عناصر تنتمي إلى S ولا تنتمي إلى E .

إذا كانت $L = \{1, 3, 5, 7\}$

أي المجموعات الآتية هي مجموعة جزئية من L ، وأيها مجموعة جزئية فعلية من L ، مع ذكر السبب:

$$(1) H = \{1, 3, 8, 7\} \quad (2) W = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$(3) K = \{3, 5\}$$

لتكن V مجموعة الأعداد الصحيحة، و T مجموعة الأعداد الطبيعية، أي العبارات الآتية صحيحة، مع ذكر السبب:

$$(1) T \supseteq V \quad (2) T \supset V \quad (3) V \supseteq T$$

مثال (٢)

إذا كانت S مجموعة أحرف كلمة عَمَّانَ، و V مجموعة أحرف كلمة مَعَانِ، يبين أن:

$$(1) V \supseteq S \quad (2) S \supseteq V$$

الحل

$$S = \{ع, م, ا, ن\} \quad V = \{م, ع, ا, ن\}$$

(١) كل عنصر في V هو عنصر في S ، إذن: $V \supseteq S$

(٢) كل عنصر في S هو عنصر في V ، إذن: $S \supseteq V$

فنقول في مثل هذه الحالة: $S = V$

تساوى المجموعتان إذا كانت كلتاها مجموعة جزئية من الأخرى.

تدريب ٣

لتكن $R = \{1, 3, 5, 8\}$

ضع أحد الرموز \subseteq ، \neq ، $=$ في \square لتصبح العبارة صحيحة في كل مما يأتي:

(١) $\{1, 3\} \square R$ (٢) $\{3, 81\} \square R$ (٣) $\{1, 3, 5, 8\} \square R$

فكر وناقش



إذا كانت $S = \{2, 7, 12, 61\}$ ، $V = \{12, 7, 2, \square\}$

(١) ضع العدد المناسب في \square لتصبح $S = V$.

(٢) ضع عددًا مناسبًا في \square لتصبح $S \neq V$ غير صحيحة.

مثال (٣)

اكتب عناصر المجموعة الآتية:

مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيامها عن ٣١.

الحل

لاحظ أنه لا يوجد شهر ميلادي يزيد عدد أيامه عن ٣١.

وفي هذه الحالة فإن المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر، تُسمى (المجموعة

الخالية)، ويُعبّر عنها بالرمز $\{\}$ أو \emptyset ويُقرأ فاي.

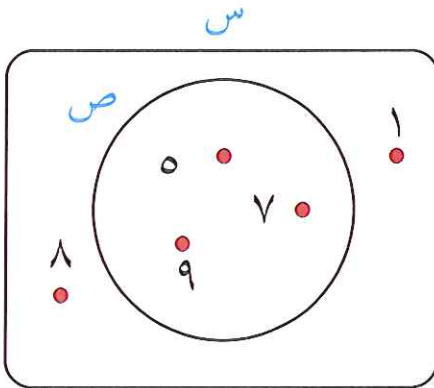
المجموعة الخالية: هي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر، ويُرمز لها بالرمز $\{ \}$ أو \emptyset وتقرأ: (فاي).

تدريب ٤

- أي المجموعات الآتية هي مجموعة خالية، مع ذكر السبب:
- (١) مجموعة أسماء طلاب صفك الذين تزيد أعمارهم عن ٣٠ سنة.
 - (٢) مجموعة الأعداد الأولية التي تقل عن ٣.
 - (٣) مجموعة فصول السنة التي تنتهي بالحرف م.
 - (٤) مجموعة الأعداد الزوجية في المجموعة $\{ ٧, ٩, ٥, ٢, ٣ \}$.

مثال (٤)

استعن بالشكل المجاور للإجابة عما يأتي:



(١) اكتب عناصر المجموعة س.

(٢) اكتب عناصر المجموعة ص.

(٣) هل $ص \subset س$ ؟ ولماذا؟

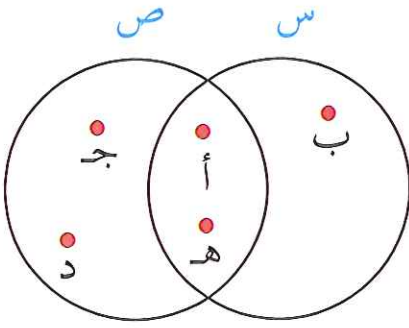
الحل

$$(١) س = \{ ٨, ١, ٩, ٧, ٥ \}$$

$$(٢) ص = \{ ٩, ٧, ٥ \}$$

(٣) نعم؛ لأن كل عنصر في المجموعة ص هو عنصر في المجموعة س؛ وتوجد عناصر

$\exists س$ ، ولكنها $\notin ص$ ، وهي ٨، ١.



تأمل الشكل المجاور، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) اكتب عناصر المجموعة س.

(٢) اكتب عناصر المجموعة ص.

(٣) هل $S \supset V$ ؟ ولماذا؟

(١) ضع إشارة ✓ بجانب العبارة الصحيحة، وإشارة × بجانب العبارة الخاطئة في كل مما يأتي، مع ذكر السبب:

أ) $\{٦، ٢\} \supset \{٦، ٥، ٢\}$ (السبب

ب) $\{١١، ٨، ٣\} \supset \{٣، ١١، ٨\}$ (السبب

ج) $\{١٨، ١\} \not\supset \{١٨١، ١\}$ (السبب

د) مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة

بين ٨، ٧ هي \emptyset (السبب

(٢) إذا كانت س هي مجموعة أرقام منازل العدد ٣٤٣٤٣٥، وص هي مجموعة أرقام منازل العدد ٣٤٥٢٤٥، فهل $س = ص$ ، ولماذا؟

(٣) ضع أحد الرموز \exists ، $\not\supset$ ، \supset ، \neq ، في \square لتصبح العبارة صحيحة في كل مما يأتي:

حيث $ل = \{س، أ، ب، ع\}$

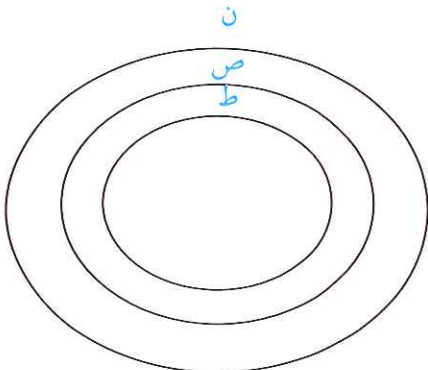
أ) \square ك (ب) \square أ (ج) \square {س، و} ل

د) \square {ع، أ} ل (هـ) \square {س، ع} ل (و) \square {س، أ، ب، ع} ل

(٤) تأمل الشكل المجاور، إذا علمت أن مجموعة الأعداد الطبيعية (ط)،

ومجموعة الأعداد الصحيحة (ص)، ومجموعة الأعداد النسبية (ن)، أي العبارات

الآتية صحيحة، مع ذكر السبب:



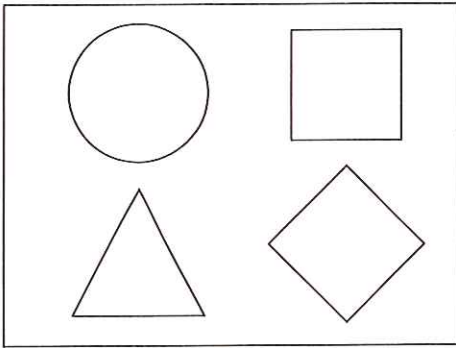
أ) $ط \supset ص$ (ب) $ن \supset ص$

ج) $ط \supset ن$ (د) $ط \supset ص \supset ن$

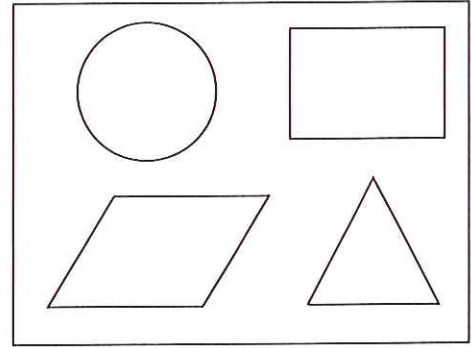
النتائج

• تتعرف تقاطع المجموعات واتحادها.

طلب معلّم الرياضيات من طلاب الصف السابع رسم لوحة تمثل مجموعة من الأشكال الهندسيّة، فرسم كلٌّ من أحمد ومحمد اللوحتين الآتيتين على الترتيب:



لوحة محمد



لوحة أحمد

- (١) اكتب مجموعة أسماء الأشكال الهندسيّة التي رسمها أحمد.
- (٢) اكتب مجموعة أسماء الأشكال الهندسيّة التي رسمها محمد.
- (٣) ما هي الأشكال الهندسية التي رسمها أحمد و محمد؟
- (٤) ما هي الأشكال الهندسيّة التي رسمها أحمد، أو محمد، أو كلاهما؟

أولاً: تقاطع المجموعات

لاحظ أنّ مجموعة الأشكال الهندسيّة التي رسمها أحمد هي:

س = {المستطيل ، الدائرة ، المثلث ، متوازي الأضلاع}.

مجموعة الأشكال الهندسيّة التي رسمها محمد هي:

ص = {المربع ، الدائرة ، المعين ، المثلث}.

بالنظر إلى مجموعة الأشكال التي رسمها أحمد ومحمد، نجد أن مجموعة الأشكال المشتركة بين اللوحتين هي:

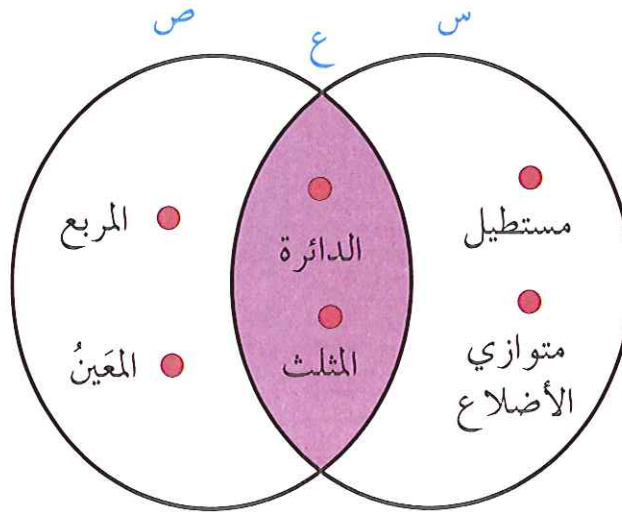
$E = \{ \text{الدائرة، المثلث} \}$

تُسمى المجموعة E "مجموعة التقاطع".

ويُرمز لها بالرمز $S \cap V$ و تُقرأ: S تقاطع V .

وبالنظر إلى الشكل الآتي، فإن المنطقة المظللة تمثل منطقة التقاطع.

أي أن: $S \cap V = \{ \text{الدائرة، المثلث} \}$



مجموعة التقاطع للمجموعتين أ، ب: هي مجموعة جميع العناصر التي تنتمي إلى كلٍّ من المجموعتين أ و ب معاً، ويُرمز لها بالرمز $A \cap B$ و تُقرأ "أ تقاطع ب"

تذكّر:

لا يتكرّر العنصر في المجموعة.

لاحظ أن الأشكال الهندسية التي رسمها أحمد، أو محمد أو كلاهما هي:

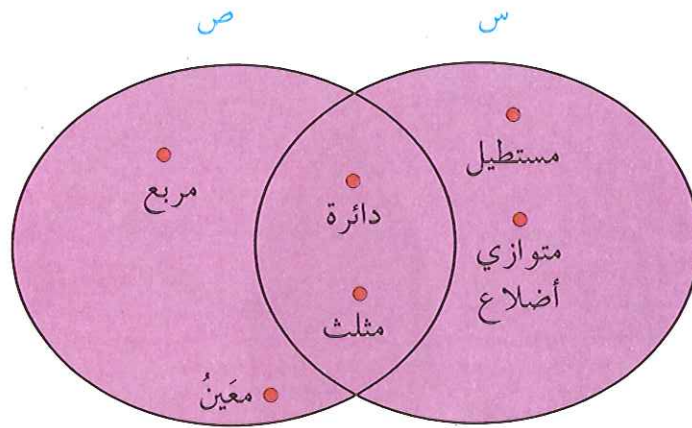
$M = \{ \text{المربع ، المستطيل ، الدائرة ، المعين ، المثلث ، متوازي الأضلاع} \}$.

تسمى المجموعة M "مجموعة الاتحاد".

ويرمز لها بالرمز $S \cup V$ ، وتقرأ S اتحاد V

وبالنظر إلى الشكل الآتي، فإن المنطقة المظللة تمثل $S \cup V$

أي أن $S \cup V = \{ \text{المستطيل ، متوازي الأضلاع ، الدائرة ، المثلث ، المربع ، المعين} \}$.

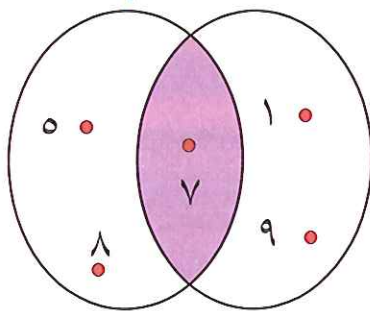


مجموعة اتحاد المجموعتين A ، B : هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A ، أو تنتمي إلى المجموعة B ، أو إلى كليهما، ويرمز لها بالرمز $A \cup B$ ، وتقرأ " $A \cup B$ اتحاد B ".

مثال (١)

لتكن $A = \{ ١ ، ٧ ، ٩ \}$ ، $B = \{ ٥ ، ٧ ، ٨ \}$ ،

(١) جذ $A \cap B$ ، $A \cup B$ (٢) مثل كلا منهما بأشكال فن.



(١) $A \cap B$ = مجموعة العناصر المشتركة بين أ و ب

$$\{7\} =$$

وَيُمَثِّلُ الشَّكْلُ المجاورُ المجموعتين أ، ب بأشكالِ قنّ

وَيَتَّضِحُ أَنَّ المنطقةَ المظللة تُعَبِّرُ عَنْ: $A \cap B = \{7\}$

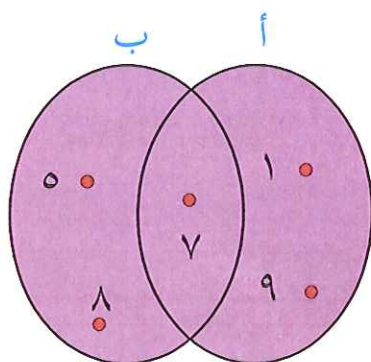
(٢) $A \cup B$ = مجموعة كلِّ العناصر التي تنتمي إلى أ، أو ب، أو كليهما

$$\{1, 5, 7, 9, 8\} =$$

وَيُمَثِّلُ الشَّكْلُ المجاورُ المجموعتين أ، ب بأشكالِ قنّ.

وَيَتَّضِحُ أَنَّ المنطقةَ المظللة تُعَبِّرُ عَنْ $A \cup B$

$$\{1, 5, 7, 9, 8\} =$$



تدريب ١

إذا كانت س مجموعة الأعداد الطبيعية، التي تقلُّ عن ١٠، وص مجموعة الأعداد الأولية التي تقلُّ عن ٢٠، جدّ كلا من:

(١) $S \cap V$ ، $V \cap S$.

(٢) $S \cup V$ ، $V \cup S$.

(٣) مثلّ كلاّ منهم بأشكالِ قنّ.

تدريب ٢

(١) هل يوجد اختلاف بين $S \cap V$ ، $V \cap S$ ؟

(٢) هل يوجد اختلاف بين $S \cup V$ ، $V \cup S$ ؟

(٣) ماذا تستنتج من خلال إجابتك على الفرعين ١، ٢ ؟

(٤) اقترح اسمًا لهذه الخاصية.



بالتعاون مع زملائك، أكمل الجدول الآتي:

المجموعة أ	المجموعة ب	$A \cap B$	$A \cup B$
$\{5, 4, 2\}$	$\{5, 4, 3, 2, 1\}$		
$\{7, 1\}$	$\{8, 1, 7\}$		
$\{0\}$	$\{2, 1, 0, 1-\}$		

ماذا تلاحظ؟

وبشكل عام، إذا كان $A \supseteq B$
فإن $A \cap B = B$ ، وكذلك $A \cup B = A$

مثال (٢)

لتكن $A = \{1, 3, 5, 7, 6\}$ ، $B = \{3, 5, 7\}$
جد $A \cap B$ ، $A \cup B$ ، ومثل كلا منهما بأشكال فن.

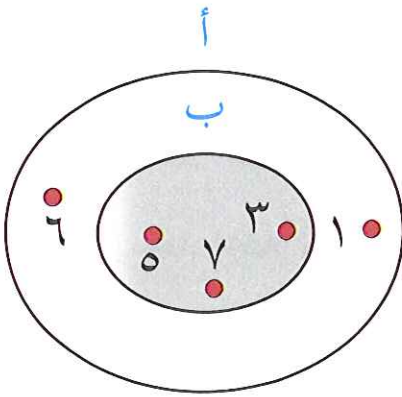
الحل

لاحظ أن $B \subset A$

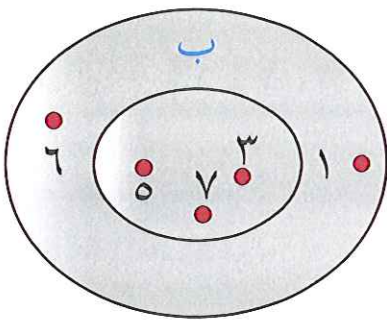
لذلك فإن $A \cap B = B$

$$\{7, 5, 3\} =$$

المنطقة المظللة في الشكل المجاور تمثل منطقة التقاطع



وكذلك $A \cup B = A$



$$\{1, 3, 5, 6, 7\} =$$

المنطقة المظللة في الشكل المجاور تمثل منطقة الاتحاد.

فكر وناقش



جدّ مجموعة التقاطع والاتحاد بين مجموعة الأعداد الطبيعية، ومجموعة الأعداد الصحيحة، ومجموعة الأعداد النسبية، ومثل ذلك بأشكال قنّ.

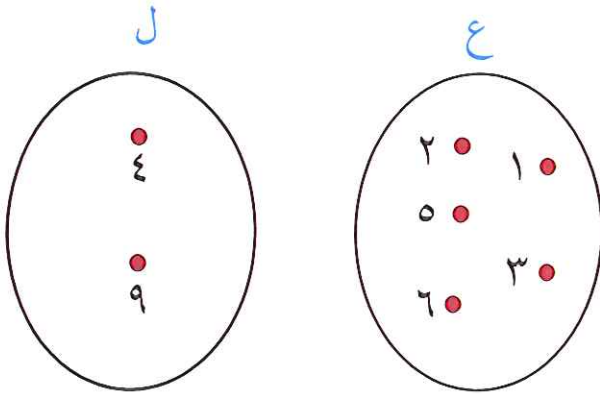
مثال (٣)

إذا كانت $E = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ ، $L = \{4, 9\}$ ، جدّ $E \cap L$ ، $E \cup L$ ثمّ مثل كلاّ منهما بأشكال قنّ.

الحلّ

لا توجد عناصر مشتركة بين المجموعتين E و L ، في هذه الحالة تكون مجموعة التقاطع هي: \emptyset .

والشكل المجاور يمثل المجموعتين E ، L بأشكال قنّ.

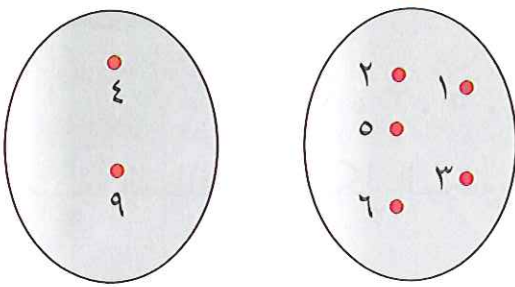


$E \cup L =$ مجموعة كلّ العناصر التي تنتمي إلى E ، أو L ، أو إلى كليهما.

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\} =$$

$$ع \cup ل = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$$

تدريب ٣



إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصحيحة، و ط مجموعة الأعداد الطبيعية،
جد ص ∩ ط، ص ∪ ط ومثل كلا منهما بأشكال فن.

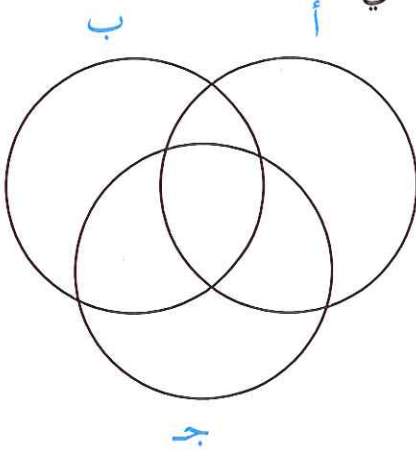
فكر وناقش



هل يمكنك كتابة مجموعتين، حيث تكون مجموعة تقاطعهما تساوي مجموعة
اتحادهما؟ (برّر إجابتك؟)

تدريب ٤

تأمل الشكل المجاور، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل كلا مما يأتي:



(١) أ ∩ ب باللون الأحمر.

(٢) أ ∩ ج باللون الأزرق.

(٣) ب ∩ ج باللون الأصفر.

(٤) أ ∩ ب ∩ ج باللون الأخضر.

تدريب ٥

لتكن س مجموعة مضاعفات العدد ٧، التي تقل عن ١٠٠، اكتب كلا من المجموعات
الآتية:

$$س \cap \emptyset$$

$$س \cap \emptyset$$

$$س \cap \text{مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية}$$

$$س \cup \emptyset$$

(١) جُد $S \cap V$ ، $S \cup V$ في كلِّ ممَّا يأتي:

أ ($S = \{ ٥, ٢, ١, ٠ \}$ ، $V = \{ ٧, ٣, ٢ \}$)

ب ($S = \{ ٣, ٢, ١ \}$ ، $V = \{ ٦, ٥, ٣, ٢, ١ \}$)

ج ($S = \{ ٦, ٥, ٣, ٢, ١ \}$ ، $V = \{ ٤, ٩, ٧ \}$)

د ($S = \{ ٦, ٥, ١ \}$ ، $V = \{ \}$)

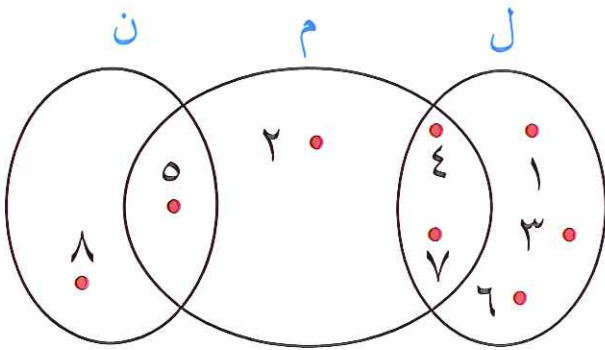
هـ ($S = \{ \dots, ٤, ٣, ٢, ١ \}$ ، $V = \{ ٤, ٩, ٧ \}$)

(٢) أعطِ مثلاً على كلِّ من الحالات الآتية:

أ (مجموعتين غيرِ منتهيتين تقاطعهما مجموعة غيرِ منتهية.

ب) مجموعتين غيرِ منتهيتين تقاطعهما مجموعة منتهية.

(٣) تأمل الشكل المجاور، ثم اكتب عناصر كلِّ من المجموعات الآتية:



أ ($L \cap M$)

ب ($M \cup N$)

ج ($M \cap N$)

د ($(L \cap M) \cap N$)

هـ ($(L \cup M) \cup N$)

أولاً: الفرق بين المجموعات

المجموعة ك هي مجموعة كل الهوايات الموجودة على البطاقة.

ك = { الرحلات ، كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري ، الرسم }

المجموعة س هي مجموعة الهوايات التي يفضلها أمجد وهي:

س = { كرة القدم ، السباحة ، الرحلات }

المجموعة ص هي مجموعة الهوايات التي يفضلها إبراهيم وهي:

ص = { كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري }

من خلال الشكل المجاور يتضح أن مجموعة

الهوايات التي يفضلها أمجد، وإبراهيم معاً هي:

س ∩ ص = { كرة القدم ، السباحة }

الهوايات التي يفضلها أمجد، أو إبراهيم، أو كلاهما هي:

س ∪ ص = { الرحلات ، كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري }

لاحظ وجود هوايات يفضلها أمجد، ولا يفضلها إبراهيم، وهي:

ف = { الرحلات }

ف تمثل مجموعة العناصر الموجودة في المجموعة س، وغير الموجودة في المجموعة ص.

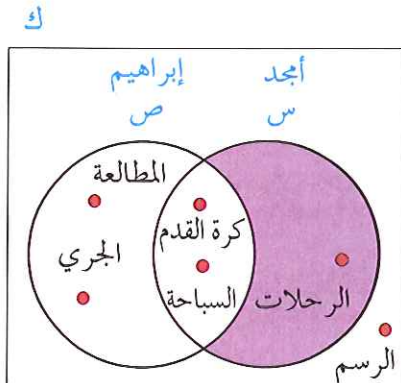
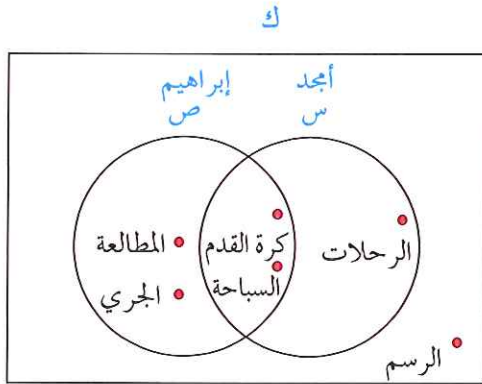
تسمى المجموعة ف " الفرق بين المجموعتين س و ص "

ويرمز لها بالرمز س - ص، وتقرأ س ناقص ص

وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل

س - ص

أي أن س - ص = { الرحلات }



(١) جذ $S \cap V$ ، $S \cup V$ في كل ممّا يأتي:

أ ($S = \{0, 1, 2, 5\}$ ، $V = \{2, 3, 7\}$)

ب ($S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{1, 2, 3, 5, 6\}$)

ج ($S = \{1, 2, 3, 5, 6\}$ ، $V = \{7, 9, 4\}$)

د ($S = \{1, 5, 6\}$ ، $V = \{\}$)

هـ ($S = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ، $V = \{7, 9, 4\}$)

(٢) أعط مثلاً على كل من الحالات الآتية:

أ (مجموعتين غير منتهيتين تقاطعهما مجموعة غير منتهية.

ب (مجموعتين غير منتهيتين تقاطعهما مجموعة منتهية.

(٣) تأمل الشكل المجاور، ثم اكتب عناصر كل من المجموعات الآتية:

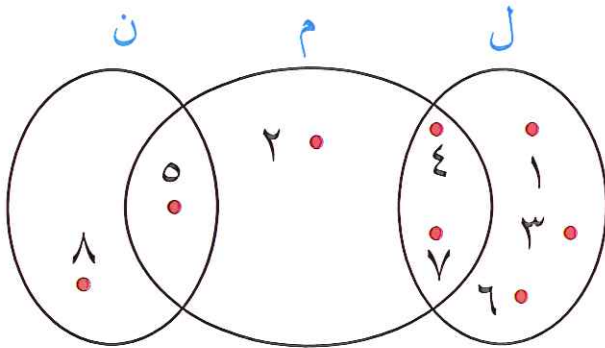
أ ($L \cap M$)

ب ($M \cup N$)

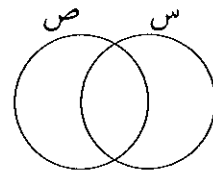
ج ($M \cap N$)

د ($(L \cap M) \cap N$)

هـ ($(L \cup M) \cup N$)

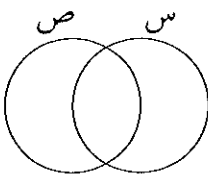


٤) طيل المنطقه المطلوبه في كل شكل من الاشكال الآتيه:



(أ)

س \cap ص



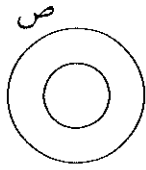
(ب)

س \cup ص



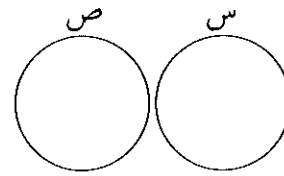
(ج)

س \cap ص



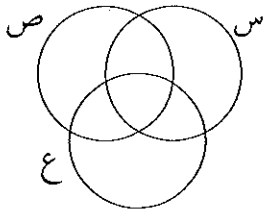
(د)

س \cup ص



(هـ)

س \cup ص



(و)

س \cap ص \cap ع

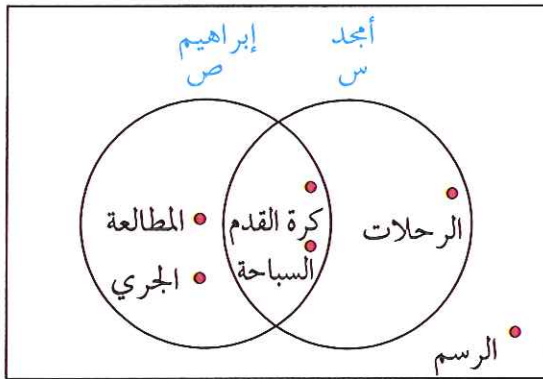
النتائج

- تتعرفُ الفرقَ بينَ مجموعتين.
- تتعرفُ المجموعةَ الكليةَ، والمجموعةَ المتممة.

وزَّعَ مسؤولُ النِّشاطاتِ في المدرسةِ بطاقاتٍ على مجموعةٍ مِنَ الطلبة، تتضمنُ مجموعةً مِنَ الهواياتِ، اختارَ أمجدُ وإبراهيمُ الهواياتِ المفضَّلةَ لـديهما كما في الشكلِ المجاور.

معتمدًا الشكلَ أجبَ عمَّا يأتي:

ك



- (١) ما الهواياتُ التي يفضِّلها أمجدُ؟
- (٢) ما الهواياتُ التي يفضِّلها إبراهيمُ؟
- (٣) ما الهواياتُ التي يُفضِّلها أمجدُ وإبراهيمُ معًا؟
- (٤) ما الهواياتُ التي يُفضِّلها أمجدُ أو إبراهيمُ أو كلاهما؟
- (٥) ما الهواياتُ التي يُفضِّلها أمجدُ فقط؟
- (٦) ما الهواياتُ التي يفضِّلها إبراهيمُ فقط؟
- (٧) ما الهواياتُ التي لا يفضِّلها أيُّ منهما؟

المجموعة ك هي مجموعة كل الهوايات الموجودة على البطاقة.

ك = { الرحلات ، كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري ، الرسم }

المجموعة س هي مجموعة الهوايات التي يفضلها أمجد وهي:

س = { كرة القدم ، السباحة ، الرحلات }

المجموعة ص هي مجموعة الهوايات التي يفضلها إبراهيم وهي:

ص = { كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري }

من خلال الشكل المجاور يتضح أن مجموعة الهوايات التي يفضلها أمجد، وإبراهيم معاً هي:

س ∩ ص = { كرة القدم ، السباحة }

الهوايات التي يفضلها أمجد، أو إبراهيم، أو كلاهما هي:

س ∪ ص = { الرحلات ، كرة القدم ، السباحة ، المطالعة ، الجري }

لاحظ وجود هوايات يفضلها أمجد، ولا يفضلها إبراهيم، وهي:

ف = { الرحلات }

ف تمثل مجموعة العناصر الموجودة في المجموعة س، وغير الموجودة في المجموعة ص.

تسمى المجموعة ف " الفرق بين المجموعتين س و ص "

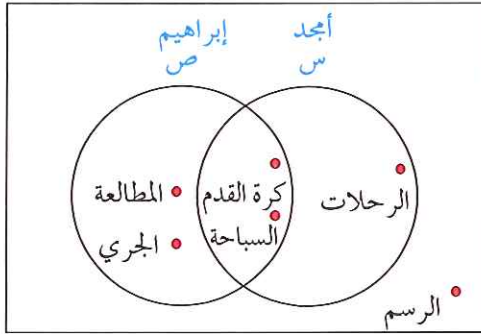
ويرمز لها بالرمز س - ص، وتقرأ س ناقص ص

وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل

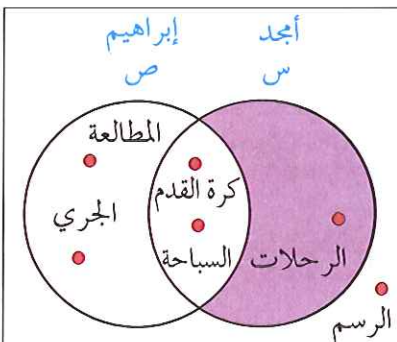
س - ص

أي أن س - ص = { الرحلات }

ك

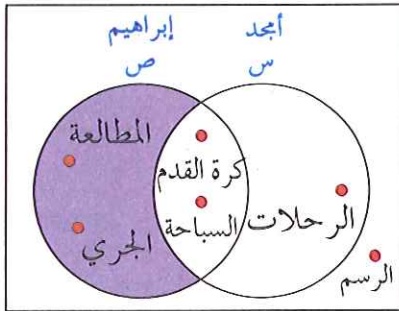


ك



مجموعة الفرق بين المجموعتين أ و ب: هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة أ، ولا تنتمي إلى ب، ويرمز لها بالرمز $A - B$ و تقرأ: أ ناقص ب

الهوايات التي يفضلها إبراهيم فقط هي المجموعة ص - س، تمثل مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة ص، ولا تنتمي إلى المجموعة س



أي أن $V - S = \{\text{المطالعة ، البحري}\}$
وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل ص - س.

مثال (١)

إذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{2, 7\}$ ، جد عناصر المجموعات الآتية ومثلها بأشكال فن.

$$(2) B - A$$

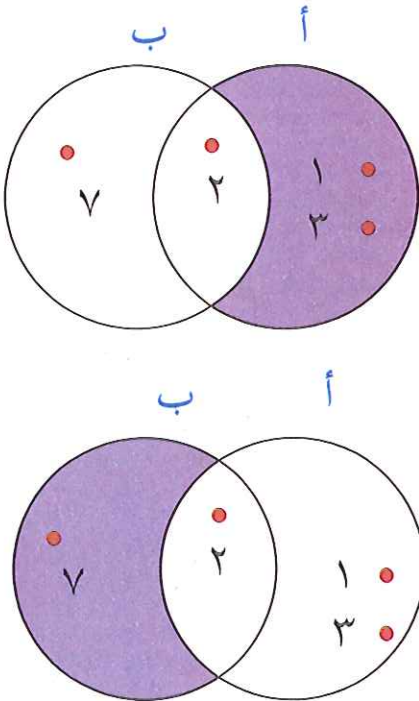
$$(1) A - B$$

الحل

$$(1) A - B = \{1, 3\}$$

$$(2) B - A = \{7\}$$

ماذا تلاحظ؟



إذا كانت $ع = \{ب، د، هـ، و، ج\}$ ، $ل = \{د، و، ج، ب\}$ ، فجد عناصر المجموعات الآتية، ومثل كلاً منها بأشكال قن:

$$(١) ع - ل \quad (٢) ل - ع$$

مثال (٢)

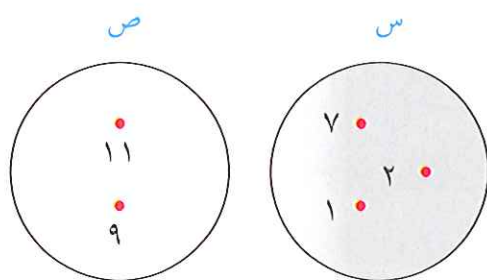
إذا كانت $س = \{١، ٧، ٢\}$ ، $ص = \{١١، ٩\}$ ، فجد عناصر المجموعات الآتية ومثل كلاً منها بأشكال قن:

$$(١) س - ص \quad (٢) ص - س$$

الحل

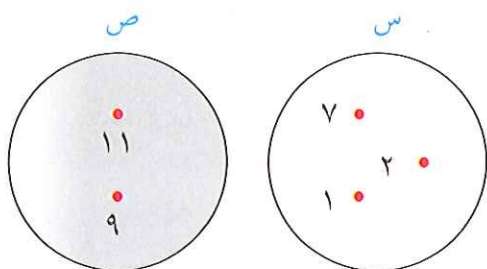
$$س - ص = \{١، ٧، ٢\}$$

لاحظ أن $س - ص$ هي نفس المجموعة $س$ ، لماذا؟
وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل $س - ص$.



$$ص - س = \{١١، ٩\}$$

لاحظ أن $ص - س$ هي نفس المجموعة $ص$ ، لماذا؟
وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل $ص - س$.



إذا كانت $S = \{3, 5, 11\}$ ، $V = \{8, 4\}$ فجد عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية ومثلها بأشكال قن:

$$(2) V - S$$

$$(1) S - V$$

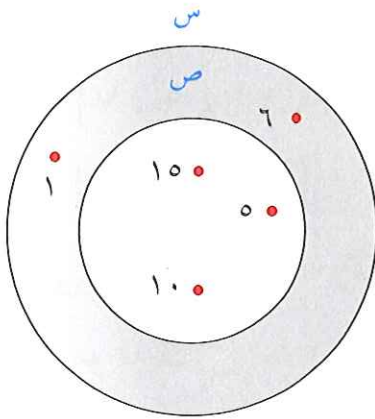
مثال (٣)

إذا كانت $S = \{1, 5, 6, 10, 15\}$ ، $V = \{5, 10, 15\}$ فجد عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية ومثلها بأشكال قن:

$$(2) V - S$$

$$(1) S - V$$

الحل



$$S - V = \{1, 6\}$$

بالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل

$$S - V$$

$$\text{بينما } V - S = \emptyset$$

نشاط



بالتعاون مع زملائك، أكمل الجدول الآتي:

المجموعة ك	المجموعة س	ك - س	س - ك
$\{7, 9, 11, 10\}$	$\{9, 10, 11\}$		
$\{5, 9, 4\}$	$\{4, 9\}$		
$\{7, 0, 8, 5\}$	$\{8\}$		

ماذا تلاحظ؟

بشكل عام:

إذا كان $S \supseteq K$ فإن $S - K = \emptyset$

ثانيًا: المجموعة الكلية، والمجموعة المتممة

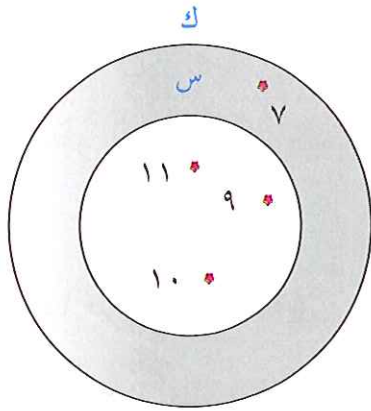
لاحظ من خلال النشاط السابق أن كل حالة من الحالات تكون فيها المجموعة S مجموعة جزئية من المجموعة K ، ويُعبّر عنها بالرمز $S \subseteq K$ ، وتُسمى المجموعة K **المجموعة الكلية**.

ذكرنا سابقًا أن $K - S$ هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة K ، ولا تنتمي إلى المجموعة S ، فمثلاً إذا كانت:

$$K = \{7, 9, 11, 10\}, S = \{9, 10, 11\}$$

$$K - S = \{7\}$$

تُسمى المجموعة $K - S$ **"متممة المجموعة S بالنسبة للمجموعة K "**



ويُرمز إليها بالرمز \overline{S} ، وتُقرأ **مُتممة S بالنسبة إلى K** . وبالنظر إلى الشكل المجاور، فإن المنطقة المظللة تمثل \overline{S} .

إذا كان $S \supseteq K$ فإن متممة S بالنسبة إلى K هي \overline{S} .

$$\text{حيث } \overline{S} = \{A : A \supset K, A \not\supset S\} = K - S$$

تدريب ٣

إذا كانت المجموعة الكلية $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، $S = \{3, 5, 7\}$ فجد \overline{S} ، ومثلها بأشكال فن.

إذا كانت المجموعة الكلية $K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $S = \{2, 4, 6\}$
 $V = \{1, 2, 3, 4\}$

فاكتب عناصر المجموعات الآتية:

(١) \overline{S}	(٢) \overline{V}	(٣) \overline{K}	(٤) $\overline{\emptyset}$
(٥) $\overline{S \cap V}$	(٦) $\overline{S \cup V}$	(٧) $\overline{S \cup V}$	(٨) $\overline{S \cap V}$

الحل

$$(١) \overline{S} = K - S = \{1, 3, 5\}$$

$$(٢) \overline{V} = K - V = \{5, 6\}$$

$$(٣) \overline{K} = K - K = \emptyset$$

$$(٤) \overline{\emptyset} = K - \emptyset = K$$

$$(٥) \overline{S \cap V}$$

$$\text{نجد أولاً } S \cap V = \{2, 4\}$$

$$\text{إذن } \overline{S \cap V} = K - \{2, 4\} = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$(٦) \overline{S \cup V} = \{1, 3, 5, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \emptyset$$

$$(٧) \overline{S \cup V}$$

$$\text{نجد أولاً } S \cup V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{إذن } \overline{S \cup V} = K - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \emptyset$$

$$(٨) \overline{S \cap V} = \{1, 3, 5, 6\} - \{2, 4\} = \{1, 3, 5, 6\}$$

(١) مِنْ خِلَالِ الْمَثَالِ السَّابِقِ، مَا الْعِلَاقَةُ بَيْنَ $\overline{S} \cap \overline{V}$ وَ $\overline{S} \cup \overline{V}$ ؟

(٢) مِنْ خِلَالِ الْمَثَالِ السَّابِقِ، مَا الْعِلَاقَةُ بَيْنَ $\overline{S} \cap V$ وَ $\overline{S} \cup V$ ؟

تدريب ٥

إِذَا كَانَتِ الْمَجْمُوعَةُ الْكُلِيَّةُ $K = \{1, 3, 5, 10, 20\}$ ، $S = \{5, 10, 20\}$ ، $V = \{1, 3, 20\}$

اكتب عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| (١) \overline{S} | (٢) \overline{V} | (٣) \overline{K} |
| (٤) \emptyset | (٥) $\overline{S \cap V}$ | (٦) $\overline{S \cup V}$ |
| (٧) $\overline{S \cup V}$ | (٨) $\overline{S \cap V}$ | |

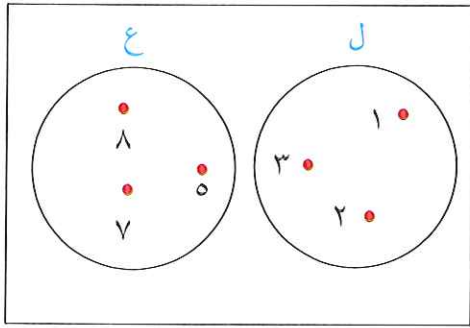
فكر وناقش



لأَيِّ مَجْمُوعَةٍ $E \subseteq K$ ، أعطِ ثلاثة أمثلة توضح صحة كلِّ عبارة مِنَ العبارات الآتية:

- (١) $\overline{\overline{E}} = E$
- (٢) $\emptyset = \overline{E} \cap E$
- (٣) $K = \overline{E} \cup E$

تأمل الشكل المجاور، ثم اكتب عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية:



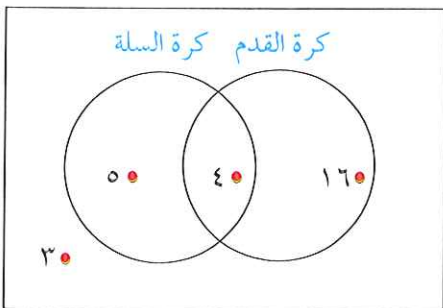
- (١) \overline{J}
 (٢) \overline{E}
 (٣) $\overline{E \cap J}$
 (٤) $\overline{E} \cup \overline{J}$
 (٥) $\overline{E} \cup \overline{J}$
 (٦) $\overline{E} \cap \overline{J}$

مثال (٥)

أراد معلم التربية الرياضية أن يجمع معلومات عن ٢٨ طالبًا من طلبة الصف السابع حول نوع الرياضة التي يفضلونها: كرة القدم أم كرة السلة، فوجد أن ٢٠ طالبًا يفضلون كرة القدم، و ٩ طلاب يفضلون كرة السلة، و ٤ طلاب يفضلون اللعبتين معًا. مثل المعلومات السابقة بشكل فن، ثم جد كلاً مما يأتي:

- (١) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة القدم، أو كرة السلة، أو كليهما.
- (٢) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة القدم فقط.
- (٣) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة السلة فقط.
- (٤) عدد الطلبة الذين لا يفضلون اللعبتين معًا.
- (٥) عدد الطلبة الذين لا يفضلون أيًا من اللعبتين.

الحل



الشكل المجاور هو تمثيل لمجموعة الطلبة بأشكال فن، عدد الطلبة الذين يفضلون اللعبتين معًا ٤ طلاب، وعلى ذلك يكون:

(١) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة القدم، أو كرة السلة، أو كليهما، يمثل عدد عناصر

س U ص، ويساوي: $16 + 4 + 5 = 25$ طالبًا.

(٢) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة القدم فقط، يمثل عدد عناصر $S - V$ ، ويساوي: ١٦ طالبًا.

(٣) عدد الطلبة الذين يفضلون كرة السلة فقط، يمثل عدد عناصر $V - S$ ، ويساوي: ٥ طلاب.

(٤) عدد الطلبة الذين لا يفضلون اللعبين معًا، يمثل عدد عناصر $\overline{S \cap V}$ ، ويساوي: ٢٤ طالبًا.

(٥) عدد الطلبة الذين لا يفضلون أيًا من اللعبتين يمثل عدد عناصر $\overline{S \cup V}$ ، ويساوي: ٣ طلاب.

(١) جد عناصر المجموعات: س - ص ، ص - س في كلِّ ممَّا يأتي:

أ (س = { ٥ ، ٢ ، ١ ، ٠ } ، ص = { ٧ ، ٣ ، ٢ })

ب (س = { ٣ ، ٢ ، ١ } ، ص = { ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١ })

ج (س = { ... ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ } ، ص = { ... ، ٦ ، ٤ ، ٢ })

(٢) إذا كانت المجموعة الكليَّة ك = { ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ } =

س = { ٧ ، ٤ ، ٢ } ،

ص = { ٥ ، ٤ ، ٢ ، ١ } =

اكتب عناصر كلِّ من المجموعات الآتية:

أ (س̄) ب (ص̄)

ج (ك̄) د (∅)

هـ (س ∩ ص̄) و (س̄ ∩ ص)

(٣) تأمل الشكل المجاور، ثم اكتب عناصر كلِّ من المجموعات الآتية:

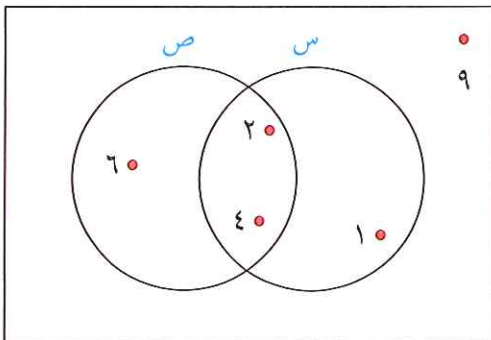
أ (س̄)

ب (ص̄)

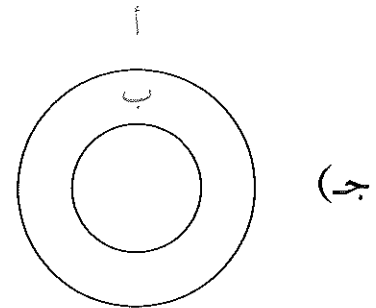
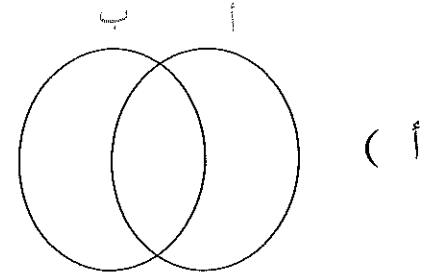
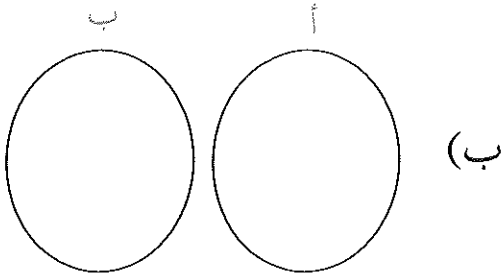
ج (س ∩ ص̄)

و (س̄ ∩ ص)

ك



- (٤) سَتِل ١٠٠ مزارعٍ عن أصنافِ الأشجارِ التي يفضّلون زراعتها، فوجد أن ٦٠ مزارعًا يفضّلون زراعةَ الليمون، و ٤٩ مزارعًا يفضّلون زراعةَ الزيتون، و ١٢ مزارعًا يفضّلون زراعةَ الصنّيفين معًا، والبقية تفضّل أصنافًا أخرى، مثّل بشكلِ فنّ المعلوماتِ السابقة، ثمّ جدّ عددَ المزارعين الذين:
- أ (يفضّلون زراعةَ الليمون فقط.
- ب) يفضّلون زراعةَ الزيتون فقط.
- ج) لا يفضّلون زراعةَ الصنّيفين معًا.
- د (لا يفضّلون زراعةَ أيٍّ من الصنّيفين.
- هـ) ظلّل المنطقة التي تُمثّل أ - ب في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:



النتائج

- تجد حاصل الضرب الديكارتِي لمجموعتين منتهيتين.

دخل عصام إلى أحد المطاعم لتناول وجبة إفطار مكوّنة من نوع واحد من الفطائر، ونوع واحد من العصير، فوجد ٣ أنواع من الفطائر (فطائر باللحمة، فطائر بالجبنة، فطائر بالزّعتر)، ونوعين من العصائر (عصير البرتقال، عصير الليمون)، اكتب عناصر كل من المجموعات الآتية:

- أ) المجموعة التي تُمثّل أنواع الفطائر في المطعم.
ب) المجموعة التي تُمثّل أنواع العصير في المطعم.
ج) مجموعة الأزواج المرتبة التي تُمثّل وجبة الإفطار التي سيتناولها عصام.

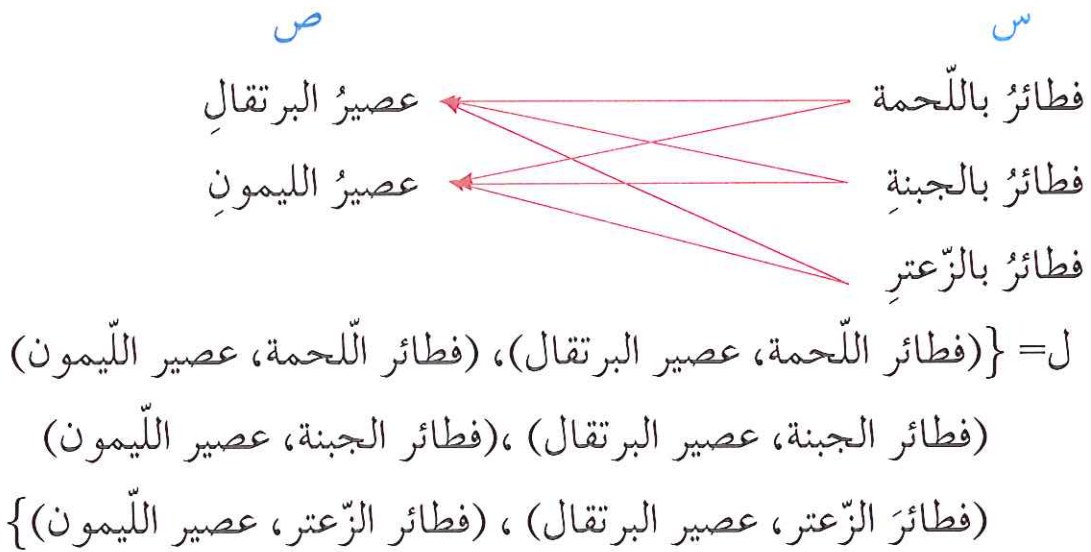
تعلمت سابقاً كيفية كتابة عناصر المجموعة، فالمجموعة التي تُمثّل أنواع الفطائر في المطعم س = {فطائر باللحمة، فطائر بالجبنة، فطائر بالزّعتر}.
والمجموعة التي تُمثّل أنواع العصائر ص = {عصير البرتقال، عصير الليمون}.
إذا اختار عصام وجبة الإفطار المكوّنة من فطائر اللحم من المجموعة س، وعصير البرتقال من المجموعة ص، فإنه يُمكن التعبير عن ذلك باستخدام الزوج المرتب (فطائر اللحم، عصير برتقال) ويُمكن أن يختار عصام وجبة إفطار أخرى وهي: (فطائر اللحم، عصير الليمون)، أو (فطائر الجبنة، عصير برتقال)، أو (فطائر الجبنة، عصير الليمون)، أو (فطائر الزّعتر، عصير البرتقال)، أو (فطائر الزّعتر، عصير الليمون).

في الزوج المرتب (فطائر اللحم، عصير البرتقال) تُسمى فطائر اللحم مسقطاً أولاً وعصير البرتقال مسقطاً ثانياً.

مجموعة كل الأزواج المرتبة التي تمثل وجبة الإفطار التي سيتناولها عصام هي:
 $L = \{ \text{فطائر اللحم، عصير الليمون} \} , \{ \text{فطائر اللحم، عصير البرتقال} \} , \{ \text{فطائر الجبنة، عصير الليمون} \} , \{ \text{فطائر الجبنة، عصير البرتقال} \} , \{ \text{فطائر الزعتر، عصير الليمون} \} , \{ \text{فطائر الزعتر، عصير البرتقال} \}$ هي عبارة عن حاصل الضرب الديكارتي للمجموعتين S ، V ويُعبّر عن ذلك بالرمز $S \times V$ ، وتقرأ S في V .

الضرب الديكارتي للمجموعتين A ، B : هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة (S, V) ، حيث المسقط الأول S ينتمي إلى المجموعة A ، والمسقط الثاني V ينتمي إلى المجموعة B ، ويرمز إلى الضرب الديكارتي $A \times B$ وتقرأ: A في B .

ويمكننا استخدام الطريقة الآتية لإيجاد عناصر المجموعة $S \times V$:



فكر وناقش

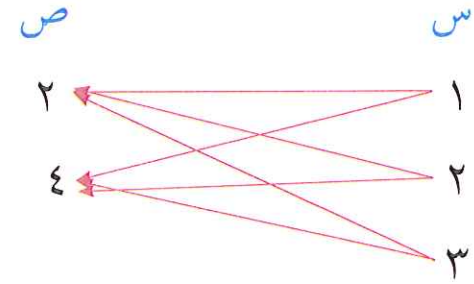


ما علاقة عدد عناصر المجموعة $S \times V$ ، بعدد عناصر كل من المجموعتين S ، V ؟

مثال (١)

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{2, 4\}$ ،
فاكتب عناصر المجموعة $S \times V$.

الحل



$(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)$

$(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)$

$S \times V = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4)\}$

تدريب ١

إذا كانت $L = \{0, 2, 4\}$ ، $M = \{3, 5, 7\}$ ، فاكتب عناصر
الآتية:

$M \times L$

$L \times M$

ماذا تلاحظ؟

مثال (٢)

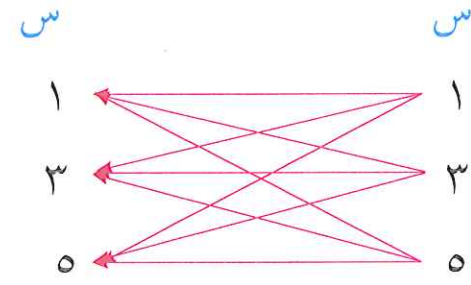
إذا كانت $S = \{1, 3, 5\}$ ، $V = \{8, 9\}$ ،
فاكتب عناصر كلٍّ من المجموعات الآتية:

$V \times V$

$S \times S$

الحل

(١) $S \times S$



$(5, 1), (3, 1), (1, 1)$

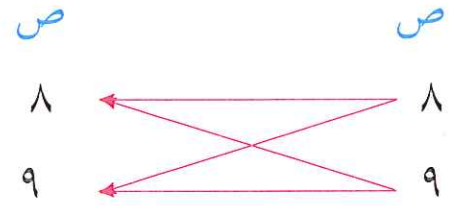
$(5, 3), (3, 3), (1, 3)$

$(5, 5), (3, 5), (1, 5)$

$S \times S = \{(1, 5), (5, 3), (3, 3), (1, 3), (5, 1), (3, 1), (1, 1), (5, 5), (3, 5)\}$

$\{(5, 5), (3, 5)\}$

(٢) $V \times V$



$(9, 8), (8, 8)$

$(9, 9), (8, 9)$

$V \times V = \{(9, 9), (8, 9), (9, 8), (8, 8)\}$

تدريب ٢

إذا كانت $L = \{أ، ب، ج\}$ ، $M = \{١، ٢، ٥\}$ ، فاكتب عناصر كلٍّ من

المجموعات الآتية:

$L \times L$ (٣)

$M \times L$ (٢)

$L \times M$ (١)

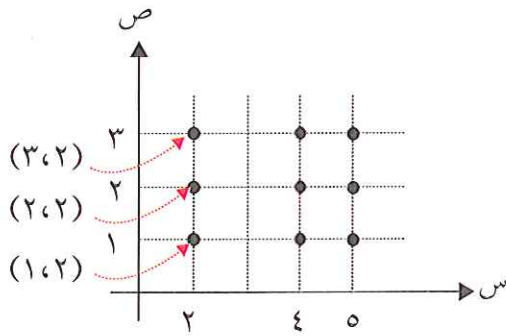
هل يمكن أن يكون حاصل الضرب الديكارتي لأي مجموعتين $S \times V = \emptyset$ ؟
(برّر إجابتك).

يمكن إيجاد حاصل الضرب الديكارتي بطرق أخرى منها: استخدام المستوى البياني.

مثال (٣)

إذا كانت $A = \{2, 4, 5\}$ ، $B = \{1, 2, 3\}$ ، فاكتب عناصر المجموعة $A \times B$ باستخدام المستوى البياني:

الحل



نرسم مستوى بيانيًا كما في الشكل المجاور، ثم نضع عناصر المجموعة A على محور السينات، وعناصر المجموعة B على محور الصادات، وبذلك يتضمّن المستوى البياني شبكة كما في الشكل المجاور، ثم نقوم بتعيين مجموعة الأزواج المرتبة التي تتضمنها الشبكة مع المحافظة على الترتيب.

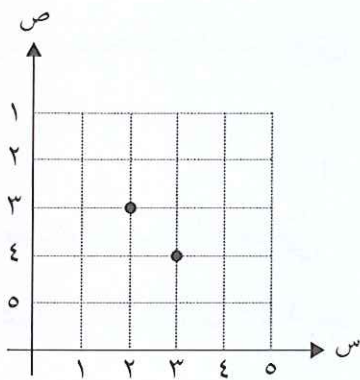
$$A \times B = \{(1,2), (2,2), (3,2), (1,4), (2,4), (3,4), (1,5), (2,5), (3,5)\}$$

هل يمكن إيجاد $A \times B$ في المثال السابق؟

إذا كانت $S = \{أ، ب، ج\}$ ، $V = \{هـ، و، ب\}$ ، فاكتب عناصر المجموعة $S \times V$ باستخدام المستوى البياني.

تعلم:

للزوج المرتب (S, V) مسقطان: الأول S ، والثاني V . الزوج المرتب يتغير بتغير ترتيب مسقطيه، فالزوج المرتب $(2, 3)$ لا يساوي الزوج المرتب $(3, 2)$ ؛ لأن كلاهما يمثل نقطة مختلفة عن الأخرى في المستوى البياني.



وعليه يكون الزوج المرتب $(أ، ب) = (ج، د)$ ،
إذا كان $أ = ج$ ، $ب = د$
والعكس صحيح.

$(أ، ب) = (ج، د)$ إذا كان $أ = ج$ و $ب = د$ ، والعكس صحيح

إذا كان $(S, V) = (S - 1, V)$ ، فجد S, V .

فكر وناقش



إذا كانت $S \times V = \{(3, 3), (0, 3), (3, 1), (0, 1), (3, 0), (0, 0)\}$
فاكتب عناصر كلٍّ من المجموعتين S, V .

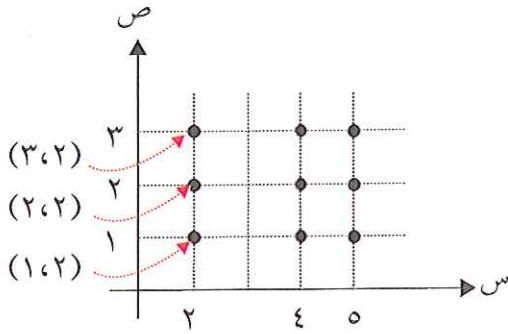
هل يمكن أن يكون حاصل الضرب الديكارتي لأي مجموعتين $S \times V = \emptyset$ ؟
(برّر إجابتك).

يمكن إيجاد حاصل الضرب الديكارتي بطرق أخرى منها: استخدام المستوى البياني.

مثال (٣)

إذا كانت $A = \{2, 4, 5\}$ ، $B = \{1, 2, 3\}$ ، فاكتب عناصر المجموعة $A \times B$ باستخدام المستوى البياني:

الحل



نرسم مستوى بيانيًا كما في الشكل المجاور، ثم نضع عناصر المجموعة A على محور السينات، وعناصر المجموعة B على محور الصادات، وبذلك يتضمّن المستوى البياني شبكة كما في الشكل المجاور، ثم نقوم بتعيين مجموعة الأزواج المرتبة التي تتضمنها الشبكة مع المحافظة على الترتيب.

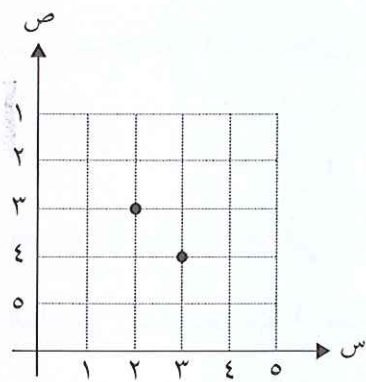
$$A \times B = \{(1,2), (2,2), (3,2), (1,4), (2,4), (3,4), (1,5), (2,5), (3,5)\}$$

هل يمكن إيجاد $A \times B$ في المثال السابق؟

إذا كانت $S = \{أ، ب، ج\}$ ، $V = \{هـ، و، ب\}$ ، فاكتب عناصر المجموعة $S \times V$ باستخدام المستوى البياني.

تعلم:

للزوج المرتب (S, V) مسقطان: الأول S ، والثاني V . الزوج المرتب يتغير بتغير ترتيب مسقطيه، فالزوج المرتب $(2, 3)$ لا يساوي الزوج المرتب $(3, 2)$ ؛ لأن كلاهما يمثل نقطة مختلفة عن الأخرى في المستوى البياني.



وعليه يكون الزوج المرتب $(أ، ب) = (ج، د)$ ، إذا كان $أ = ج$ ، $ب = د$ والعكس صحيح.

$(أ، ب) = (ج، د)$ إذا كان $أ = ج$ و $ب = د$ ، والعكس صحيح

تدريب ٤

إذا كان $(S, V) = (S - 1, V)$ ، فجد S, V .

فكر وناقش



إذا كانت $S \times V = \{(3, 3), (0, 3), (3, 1), (0, 1), (3, 0), (0, 0)\}$ فاكتب عناصر كلٍّ من المجموعتين S, V .

(١) إذا كانت $S = \{ ١, ٢, ٣ \}$ ، $V = \{ ١, ٢, ٣ \}$ ، فاكتب عناصر المجموعات الآتية:

أ) $S \times V$

ب) $V \times S$

ج) $S \times S$

(٢) إذا كان $S \times V = \{ (١, ١), (١, ٢), (١, ٣), (٢, ١), (٢, ٢), (٢, ٣), (٣, ١), (٣, ٢), (٣, ٣) \}$ ، فاكتب عناصر كلٍّ من المجموعتين S ، V .

(٣) اكتب خمسة أزواج مرتبة (S, V) : $S = V$.

(٤) إذا كان $(L-١, ١) = (٢, ٣)$ ، فما قيمة كلٍّ من الثابتين L ، M

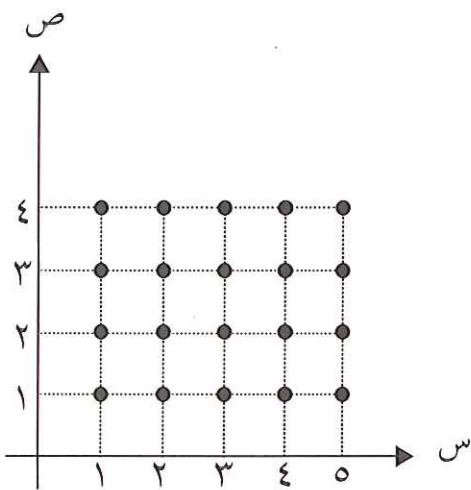
(٥) الشكل المجاور يمثل حاصل الضرب

الديكارتي للمجموعتين S ، V ، باستخدام

المستوى البياني، جذاً كلاً ممّا يأتي:

أ) عناصر كلٍّ من المجموعتين S ، V .

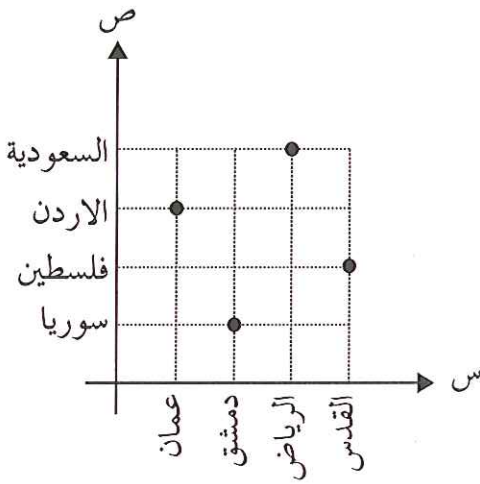
ب) $S \times V$ بذكر عناصرها.



النتائج

- تتعرف مفهوم العلاقة.
- تمثل العلاقة في المستوى البياني، وبالمخطط السهمي.

قامت معلمة التربية الاجتماعية بإحضار لوحة كما في الشكل الآتي، ثم طرحت الأسئلة الآتية على طالباتها:



- (١) ما عناصر المجموعة س؟
- (٢) ما عناصر المجموعة ص؟
- (٣) اكتب مجموعة كل الأزواج المرتبة للنقاط الممثلة في الشكل.
- (٤) ما العلاقة التي تربط الإحداثي السيني، بالإحداثي الصادي للنقاط الممثلة في الشكل؟

تعلمت في الصف السادس كيف تربط العلاقة بين س، ص في الزوج المرتب (س، ص)، أو عدة أزواج مرتبة.

فالعلاقة بين مجموعة الأزواج المرتبة $E = \{(4, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

هي $V = S + 1$

وتعلمت في الدرس السابق كيف تجد حاصل ضرب الديكارتية $S \times V$ للمجموعتين

س، ص.

فإذا كانت المجموعة س = {١، ١، ١}، والمجموعة ص = {٤، ١، ١}

فإن س × ص = { (٢، ١)، (٣، ١)، (٤، ١)، (٢، ٢)، (٣، ٢)، (٤، ٢) }،

{ (٢، ٣)، (٣، ٣)، (٤، ٣) }

لاحظ أن العلاقة ع = { (٢، ١)، (٣، ٢)، (٤، ٣) } هي مجموعة جزئية من

س × ص

العلاقة ع من أ إلى ب: هي مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتي أ × ب

مثال (١)

إذا كانت أ = { ١، ٣، ٤ }، ب = { ٠، ٢، ٣ }، فأى المجموعات الآتية تمثل علاقة من أ إلى ب:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| (١) { (٢، ١)، (٣، ١)، (٠، ٣) } | (٢) { (٢، ٣)، (٠، ١)، (٠، ٤) } |
| (٣) { (٢، ١)، (١، ٣)، (٠، ٣) } | (٤) { (٠، ١)، (٣، ١)، (٣، ٣) } |

الحل

نجد حاصل الضرب الديكارتي أ × ب

أ × ب = { (٠، ١)، (٢، ١)، (٣، ١)، (٠، ٣)، (٢، ٣)، (٣، ٣)، (٠، ٤)، (٢، ٤) }
{ (٣، ٤) }

لاحظ أن كل فرع من الفروع (١)، (٢)، (٤) يمثل علاقة من أ إلى ب؛ لأن المجموعات السابقة هي مجموعة جزئية من أ × ب.

بينما الفرع (٣) لا يمثل علاقة؛ لأن الزوج المرتب (١، ٣) لا ينتمي إلى أ × ب

إذا كانت $S = \{3, 5\}$ ، $V = \{0, 4, 5\}$ ، فأَيُّ المجموعاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ علاقةً من S إلى V ؟

- (١) $\{(4, 5), (0, 3), (0, 5)\}$ (٢) $\{(0, 5), (3, 3), (5, 5)\}$
 (٣) $\{(3, 0), (0, 3), (5, 3)\}$ (٤) $\{(5, 5), (4, 3)\}$

إذا كانت $V = S - 2$ ، فأكمل الجدول الآتي:

س	٠	١	٢	٣
ص				
(س، ص)				

لاحظ أن كل زوج من الأزواج المرتبة في الجدول أعلاه تحوي على مسقطين: المسقط الأول S ، والمسقط الثاني V ، وبما أن كل زوج من الأزواج المرتبة (S, V) ينتمي إلى العلاقة $V = S - 2$ ، فنقول: إن V هي صورة S ، فالعدد $2 - S$ هو صورة للعدد 0 في الزوج المرتب $(0, 2 - S)$

إذا كان الزوج المرتب (S, V) ينتمي إلى علاقة ما، فإن المسقط الثاني V **يُمثِّلُ** صورةً للمسقط الأول S تحت تأثير قاعدة العلاقة E .

- إذا كان $E = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8)\}$ هي علاقة، فجدُّ كلاً ممَّا يأتي:
- (١) صورة كلِّ من العناصر ١، ٢، ٣، ٤ في العلاقة E .
- (٢) العناصر التي صورة كلِّ منها ٢، ٤، ٦، ٨ في العلاقة E .

الحلُّ

- (١) صورة العنصر ١ هي ٢؛ لأنَّ ١ ارتبطت مع ٢ في العلاقة E من خلال الزوج المرتب $(1,2)$ ، وكذلك صورة العنصر ٢ هي ٤، وصورة العنصر ٣ هي ٦، وصورة العنصر ٤ هي ٨.
- (٢) العنصر الذي صورته ٢ هو ١؛ لأنَّ ١ ارتبطت مع ٢ في العلاقة E من خلال الزوج المرتب $(1,2)$ ، وكذلك العنصر الذي صورته ٤ هو ٢، والعنصر الذي صورته ٦ هو ٣، والعنصر الذي صورته ٨ هو ٤.

تدريب ٣

إذا كانت العلاقة $E = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$ فجدُّ كلاً ممَّا يأتي:

- (١) صورة كلِّ من العناصر ١، ٢، ٣، ٤، ٥ في العلاقة E .
- (٢) العناصر التي صورة كلِّ منها ٠، ١، ٢، ٣، ٤ في العلاقة E .
- نُسمِّي مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة في العلاقة E "**مجال العلاقة**"، ونُسمِّي مجموعة المساقط الثانية للأزواج المرتبة في العلاقة E "**مدى العلاقة**".

إذا كانت العلاقة $E = \{(6, 1), (18, 3), (30, 5), (42, 7)\}$ فجد كلاً مما يأتي:
 (١) مجال العلاقة E .
 (٢) مدى العلاقة E .

الحل

(١) مجال العلاقة $E = \{1, 3, 5, 7\}$
 (٢) مدى العلاقة $E = \{6, 18, 30, 42\}$

تدريب ٤

إذا كانت العلاقة $E = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$ ، جد كلاً مما يأتي:
 (١) مجال العلاقة E .
 (٢) مدى العلاقة E .

مثال (٤)

إذا كانت $S = \{1, 1, 3\}$ ، $V = \{2, 3\}$ ، جد $S \times V$ ، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

(١) اكتب علاقة E من S إلى V ، حيث يكون المَسْقُطُ الأوَّلُ يساوي المَسْقُطُ الثاني،
 ثم اكتب مجال العلاقة E ومداهها.
 (٢) اكتب علاقة E من S إلى V ، حيث يكون المَسْقُطُ الأوَّلُ أقلَّ من المَسْقُطِ الثاني،
 ثم اكتب مجال العلاقة E ومداهها.

الحل

$S \times V = \{(2, 3), (3, 3), (2, 1), (3, 1), (2, 1-), (3, 1-)\}$
 (١) $E = \{(3, 3)\}$
 مجال العلاقة E هو $S = 3$ ، مدى العلاقة E هو $V = 3$

$$\{(1,1), (2,1), (2,-1), (3,-1)\} = \text{ع}$$

$$\{2, 3\} = \text{مدى العلاقة ع} , \quad \{1, -1\} = \text{مجال العلاقة ع}$$

تدريب ٥

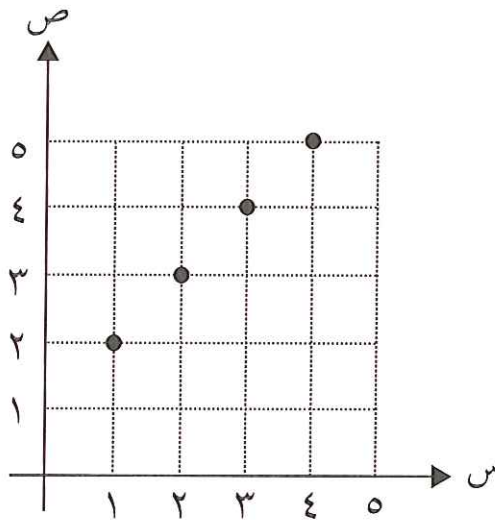
إذا كانت $\text{أ} = \{1, 0\}$ ، $\text{ب} = \{2, 1\}$ ، جِذ $\text{أ} \times \text{ب}$ ، ثُمَّ اكتبِ العلاقة ع
مِنْ س إلى ص، حيثُ يكونُ المَسْقُطُ الأوَّلُ أَقْلَ مِنْ المَسْقُطِ الثَّانِي، ثُمَّ اكتبِ مجالَ
العلاقة ع ومداهَا.

مثال (٥)

مثِّل العلاقة ع = $\{(5,4), (4,3), (3,2), (2,1)\}$ في المستوى البيانيّ؟

الحلّ

يُمْكِنُ تمثيلها في المستوى البيانيّ كالآتي:

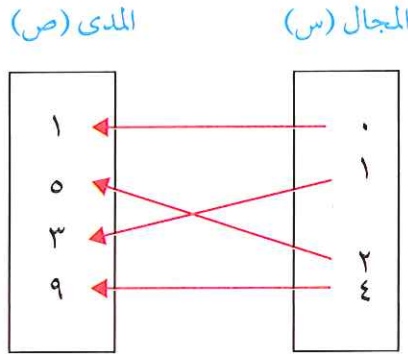


تدريب ٦

مثِّل العلاقة ع = $\{(6,4), (5,3), (4,2), (3,1)\}$ في المستوى البيانيّ.

ع = $\{(1,0), (2,0), (3,1), (4,2), (5,2)\}$ تمثل بالمخطط السهمي كما يأتي:

توضع عناصر المجال س في العمود الأول، وعناصر المدى ص في العمود الثاني، ثم نقوم برسم سهم يصل كل عنصر في المجال بصورته في المدى، كما في الشكل المجاور:



مثال (٦)

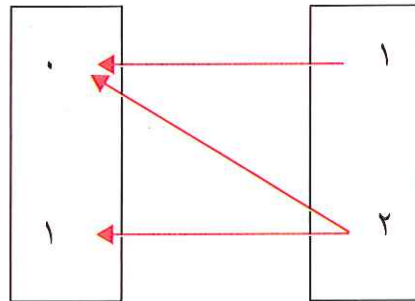
إذا كانت $L = \{0, 1, 2\}$ ج د ل $L \times L$ ، ثم اكتب العلاقة ع من ل إلى ل، حيث المَسْقُطُ الأول أكبر من المَسْقُطِ الثاني، ومثلها بالمخطط السهمي.

الحل

$$L \times L = \{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2)\}$$

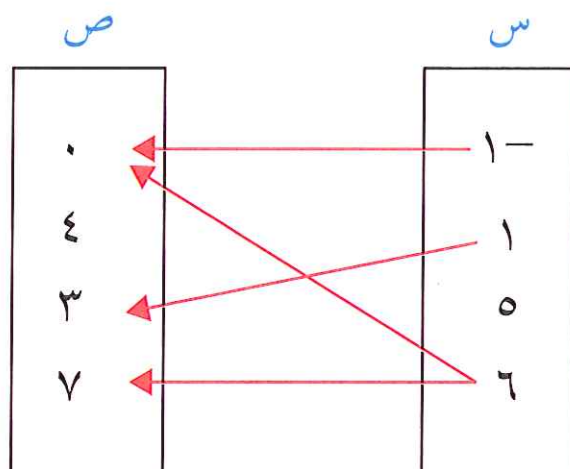
$$\{(2,2), (1,2)\}$$

$$ع = \{(1,2), (0,2), (0,1)\}$$



مثّل العلاقة $E = \{ (3, -3), (2, 5), (0, 1), (1, 2-) \}$ بمخططٍ سهميٍّ.

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة التي تمثّلها العلاقة الآتية واكتب كلّاً من مجالها ومداها:



(١) إذا كانت العلاقة $E = \{(0, 4), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (6, 6)\}$ فجد كلاً مما يأتي:

أ (مجال العلاقة E .

ب) مدى العلاقة E .

ج) صورة كلٍّ من العناصر ٢ ، ٣ في العلاقة E .

د (العناصر التي صورة كلٍّ منها: ٣ ، ٥ ، ٦ في العلاقة E .

(٢) إذا كانت $Q = \{2, 5, 4\}$ ، أجب عما يأتي:

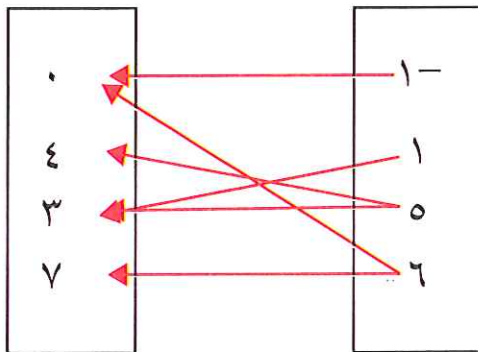
أ (جد $Q \times Q$.

ب) اكتب العلاقة E من Q إلى Q ، حيثُ المَسْقُطُ الأولُ أكبرُ من المَسْقُطِ الثاني.

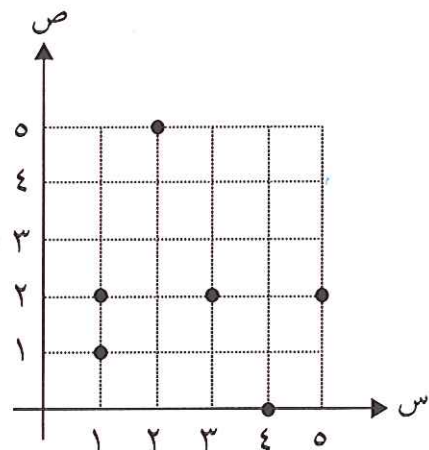
ج) مثل العلاقة E على المستوى البياني، ثمَّ بالمخطط السهمي.

(٣) اكتب مجموعة الأزواج المرتبة التي تمثلها العلاقات الآتية:

(ب)

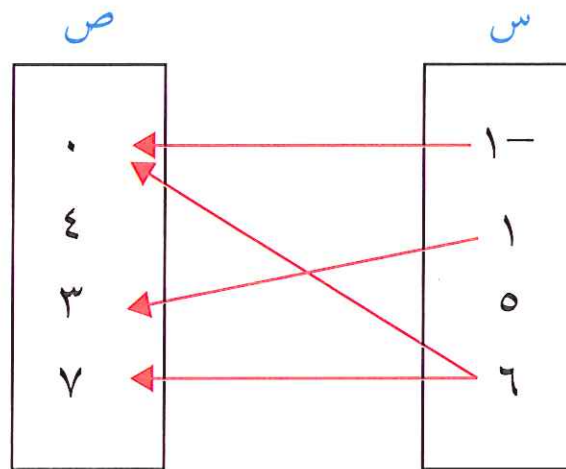


(أ)



مثّل العلاقة $E = \{ (3, -3), (2, 5), (0, 1), (1, -2) \}$ بمخططٍ سهميٍّ.

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة التي تمثّلها العلاقة الآتية واكتب كلّاً من مجالها ومداهما:



(١) إذا كانت العلاقة $E = \{(0,4), (3,5), (5,3), (7,2), (6,6)\}$ فجدد كلاً مما يأتي:

أ (مجال العلاقة E .

ب (مدى العلاقة E .

ج (صورة كل من العناصر ٢ ، ٣ في العلاقة E .

د (العناصر التي صورة كل منها : ٣ ، ٥ ، ٦ في العلاقة E .

(٢) إذا كانت $Q = \{2, 5, 4\}$ ، أجب عما يأتي:

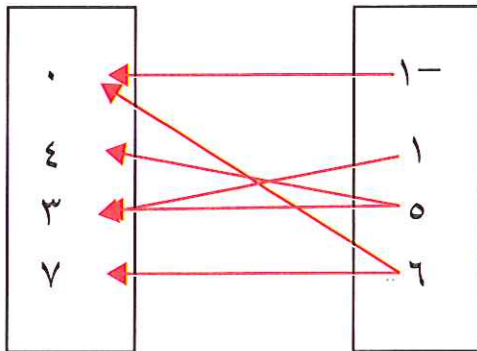
أ (جدد $Q \times Q$.

ب (اكتب العلاقة E من Q إلى Q ، حيث المَسْقُطُ الأول أكبر من المَسْقُطِ الثاني .

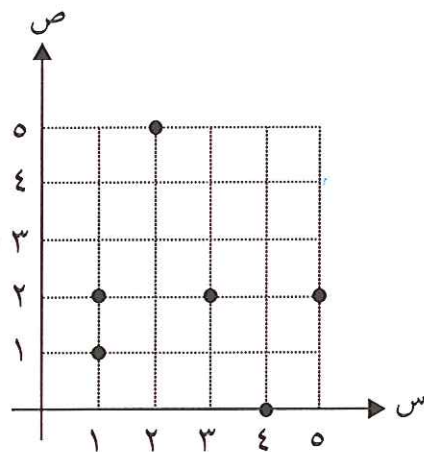
ج (مثل العلاقة E على المستوى البياني ، ثم بالمخطط السهمي .

(٣) اكتب مجموعة الأزواج المرتبة التي تمثلها العلاقات الآتية:

(ب)



(أ)



(١) إذا كانت $L = \{و : و مضاعفٌ مِنْ مضاعفاتِ العددِ ٣ أقلُّ من ٢٠\}$

$N = \{ز : ز عددٌ طبيعيٌّ أقلُّ من ١٣\}$

جذِّ كلاً مِنَ المجموعاتِ الآتية:

أ ($L \cap N$) ب ($L \cup N$) ج ($L - N$)

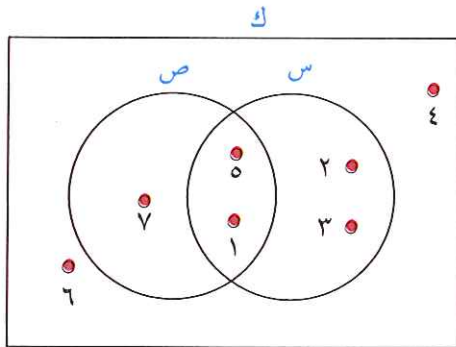
د ($N - L$) هـ ($N \times L$) و ($L \times N$)

(٢) إذا كانت $S \times V = \{(١,١), (٣,٣), (١,٣), (٣,١)\}$

أ (اكتب عناصر كلِّ مِنَ المجموعتين S ، V .

ب) هل المجموعة S تساوي المجموعة V ؟

٣) تأمل الشَّكلَ المجاورَ، ثمَّ اكتبِ المجموعاتِ الآتية:



ب (\overline{V})

أ (S)

د ($\overline{S} \cup \overline{V}$)

ج ($S \cap V$)

و ($S \cup V$)

هـ ($\overline{S \cap V}$)

(٤) إذا كانتِ العلاقةُ $E = \{(١,١), (١,٢), (٢,٣), (٣,٢), (٣,٣)\}$ فجدِّ كلاً

مما يأتي:

أ (مجالُ العلاقةِ E .

ب) مدى العلاقةِ E .

ج) مثلُ العلاقةِ E على المستوى البيانيّ .

٥) الشكل المجاور يمثل العلاقة ع، اسعن بالشكل للإجابة عن الأسئلة الآتية:

أ) اكتب مجموعة الأزواج المرتبة التي تمثلها العلاقة ع.

ب) جد صورة كل من العناصر ١ - ، ٢ في

العلاقة ع.

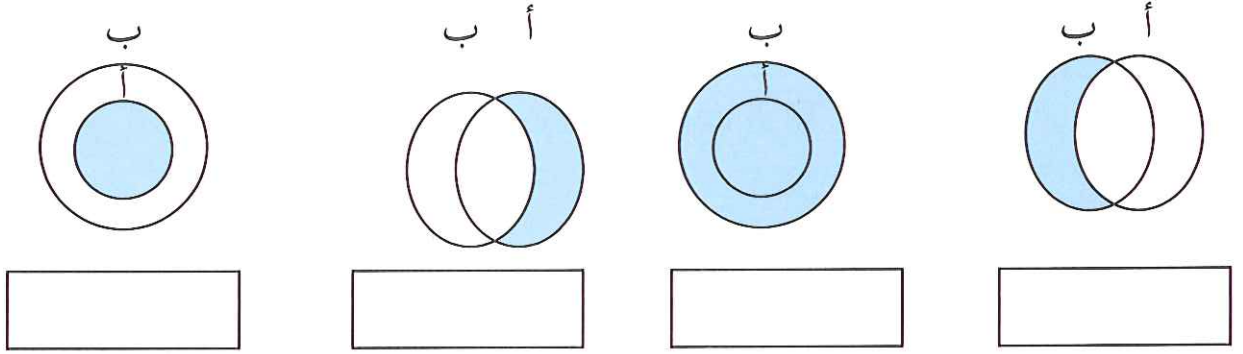
ج) جد العناصر التي صورها في العلاقة ع

هي ١ ، ٢

د) مثل العلاقة ع في المستوى البياني.

٦) عبّر عن الجزء الملوّن في كل شكل من

الأشكال الآتية باستخدام العمليات على المجموعات:



٧) في إحدى الشعب، تقدّم ٤٠ طالبًا لامتحان الثانوية العامة، فنجح منهم في

الرياضيات ٢٣ طالبًا، وفي الفيزياء ١٩ طالبًا، وفي المبحثين معًا ١٥ طالبًا.

مثل المعلومات السابقة بشكل فن، وجد ما يأتي:

أ) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات فقط.

ب) عدد الطلبة الذين نجحوا في الفيزياء فقط.

ج) عدد الطلبة الذين رسبوا في الرياضيات والفيزياء معًا.

د) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات أو الفيزياء.

اختبار ذاتي

(١) هذا السؤال يتكون من ٤ فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربع بدائل مختلفة واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي:
إذا كانت $S = \{2, 4, 6\}$ ، $V = \{1, 3, 5, 4\}$ فأجب عن الفقرات ١-٤
(١) $S \cap V$ تساوي:

أ) $\{4, 5\}$

ب) $\{4\}$

ج) $\{1, 2, 3, 4\}$

د) $\{\}$

(٢) $S \cup V$ تساوي:

أ) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ب) $\{1\}$

ج) $\{2, 4, 6\}$

د) $\{\}$

(٣) $S - V$ تساوي:

أ) $\{1, 6\}$

ب) $\{\}$

ج) $\{2, 6\}$

د) $\{1, 3, 5\}$

(٤) ص - س تساوي:

$$\text{أ) } \{ ٦ ، ٢ \}$$

$$\text{ب) } \{ ٢ \}$$

$$\text{ج) } \{ \}$$

$$\text{د) } \{ ٥ ، ٣ ، ١ \}$$

(٢) إذا كانت المجموعة الكلية ك = $\{ ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ \}$

$$\text{ع} = \{ ٧ ، ٤ ، ٢ \} ، \text{ل} = \{ ٥ ، ٤ ، ٢ ، ١ \}$$

جد المجموعات الآتية:

$$\text{أ) } \overline{\text{ع}}$$

$$\text{ب) } \overline{\text{ل}}$$

$$\text{ج) } \overline{\text{ك}}$$

$$\text{د) } \overline{\emptyset}$$

(٣) إذا كانت س = $\{ ٧ ، ٣ ، ٢ \}$ ، ص = $\{ ٣ ، ٢ ، ١ \}$ اكتب علاقة ع من س إلى

ص حيث يكون المسقط الثاني أكبر من المسقط الأول، ثم جد مجال العلاقة ع

ومداها، ومثلها بالمخطط السهمي، وفي المستوى البياني.

نعم بحمد الله